

# CALCUL INTEGRAL PRIN MAPLE

PRICOP Victor, dr., lector superior

## Summary

This paper talks about the usage of computing software Maple in solving of some problems and in the teaching process. This software are not only computing environments but also environments training. The author relates how Maple can be used in calculus of integrals.

## 1. Introducere

La etapa actuală utilizarea mijloacelor tehnice în învățămînt practic este inevitabilă. Dezvoltarea lor au permis ca multe probleme din diferite domenii să fie rezolvate prin intermediul diferitor programe. Au devenit posibile calculele simbolice cu ajutorul calculatorului, prin intermediul unor pachete, care permit efectuarea unor transformări analitice compuse a expresiilor matematice, integrare, derivare, simplificare, descompunere, construirea graficelor etc.

Pachetul Maple este nu numai mediu de calcul, dar și mediu de instruire. Utilizarea acestui pachet permite utilizatorului la rezolvarea problemelor să combine matematica simbolică cu cea numerică, cu posibilitățile grafice a sistemului. Utilizatorul poate, practic, de la primul contact cu Maple, să lizeze unele calcule, fără ca să dispună de cunoștințe profunde din acest domeniu. Deci calculatorul poate fi utilizat în procesul de predare, prin utilizarea diferitor pachete matematice, care nu necesită pregătire profundă în domeniu, dar permit efectuarea unor calcule, care manual ar necesita mai mult timp.

## 2. Calcul integral în Maple

Integralele apar în multe situații practice, în special la problemele de arie, masă, volum și sumă. Însă nu întotdeauna calculul unei integrale este atât de ușor. În acest context poate fi utilizat pachetul Maple pentru calculul rapid a integralelor, în procesul de predare, la rezolvarea diferitor probleme reale care duc la calcul de integrale.

În Maple există posibilități de calcul a integralelor atât numeric, cât și simbolic [2].

O modalitate este utilizarea paletei cu expresii matematice. Din această paletă se accesează expresia integralei necesară, după care apare în foaia de lucru. Cu tastele direcționale sau tasta Tab navigăm în formulă înlocuind simbolurile din formulă cu datele concrete. După completare, tastăm tasta Enter [2].

**Exemplul 1.** Să se calculeze:  $\int_1^2 2x^3 dx$ . (Fig. 1)

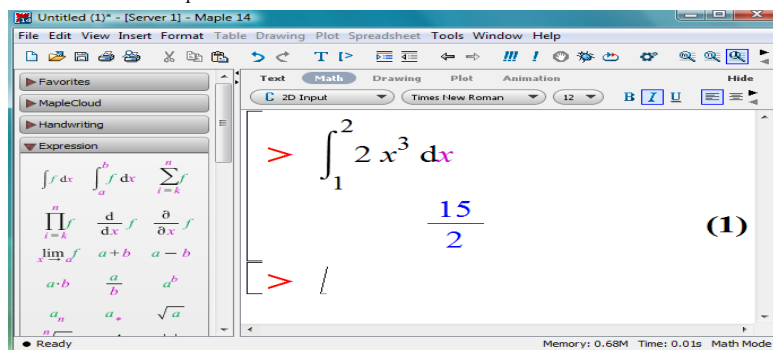


Fig. 1. Utilizarea paletei la calculul integralei

O altă posibilitate de calcul a integralelor în Maple este utilizarea comenzii directe *inti* [2]. Sintaxa acestei comenzi este:

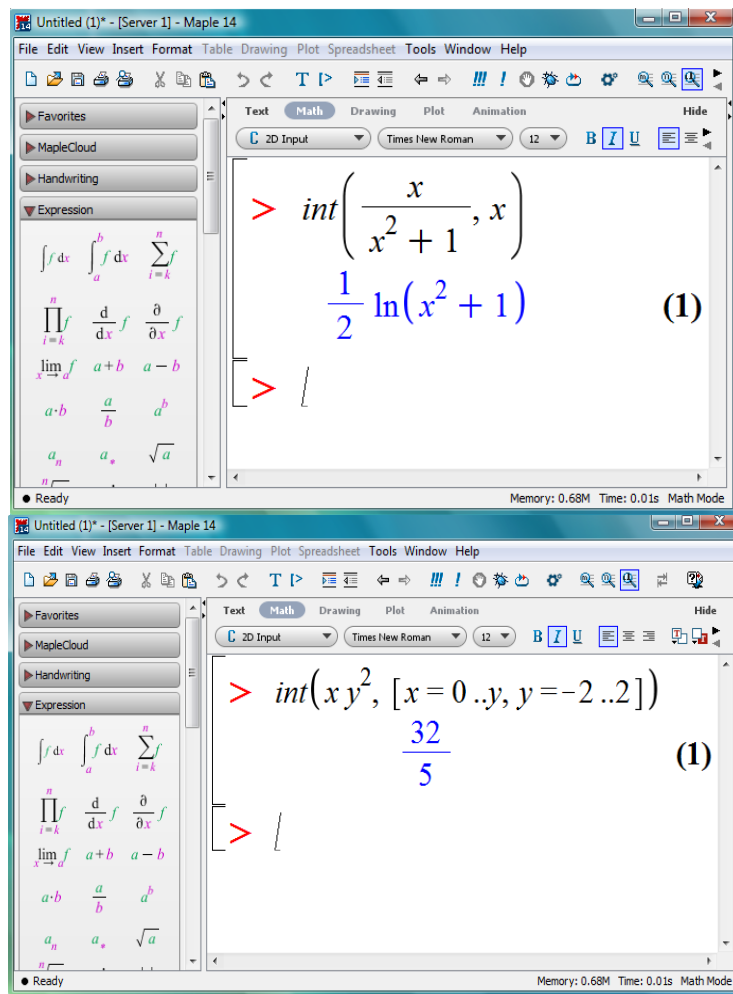
$\text{int}(ex, x, \text{opt})$  pentru  $\int ex \, dx$ ;  $\text{int}(ex, x=a..b, \text{opt})$  pentru  $\int_a^b ex \, dx$ ;  $\text{int}(ex, [x, y, \dots], \text{opt})$  pentru  $\iint ex \, dx \, dy$ ;  $\text{int}(ex, [x=a..b, y=c..d, \dots], \text{opt})$  pentru  $\int_c^d \int_a^b ex \, dx \, dy$ , unde  $ex$  – este o expresie algebrică; integrand;  $x, y, \dots$  – variabile de integrare;  $a..b, c..d, \dots$  – intervalele de integrare;  $\text{opt}$  - (opțional) opțiuni suplimentare de integrare ce le oferă pachetul Maple.

Pentru forma inertă a integralei se utilizează comanda  $\text{Int}$  cu aceeași sintaxă.

**Notă.** Maple omite în calcule constanta de integrare.

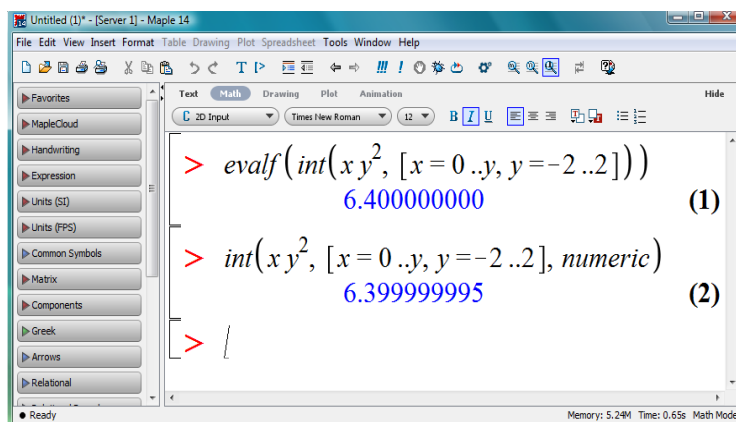
**Exemplul 2.** Să se calculeze:  $\int \frac{x}{x^2+1} dx$ ,  $\int_{-20}^2 \int xy^2 dx dy$ .

(Fig. 2.)



**Fig. 2. Calculul integralelor cu comanda directă**

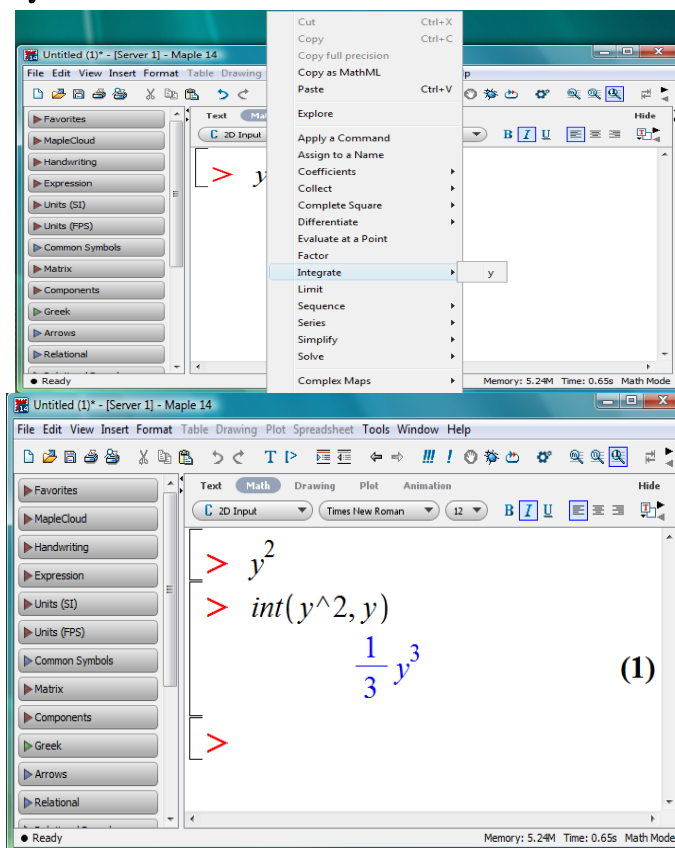
Pentru a obține rezultatul în formă numerică, poate fi utilizată comanda  $\text{evalf}$  sau opțiunea  $\text{numeric}$ . (Fig. 3.)



**Fig. 3. Calculul numeric a integralei cu comanda directă**

Integralele nedefinite pot fi calculate prin utilizarea meniului de context [2]. Pe suprafața de lucru se introduce expresia ce trebuie integrată, se tastează butonul drept al mouse-ului și se alege opțiunea *integrate*, la fel și variabila în raport cu care integrează.

**Exemplul 3.** Calculați:  $\int y^2 dy$ . (Fig. 4.)



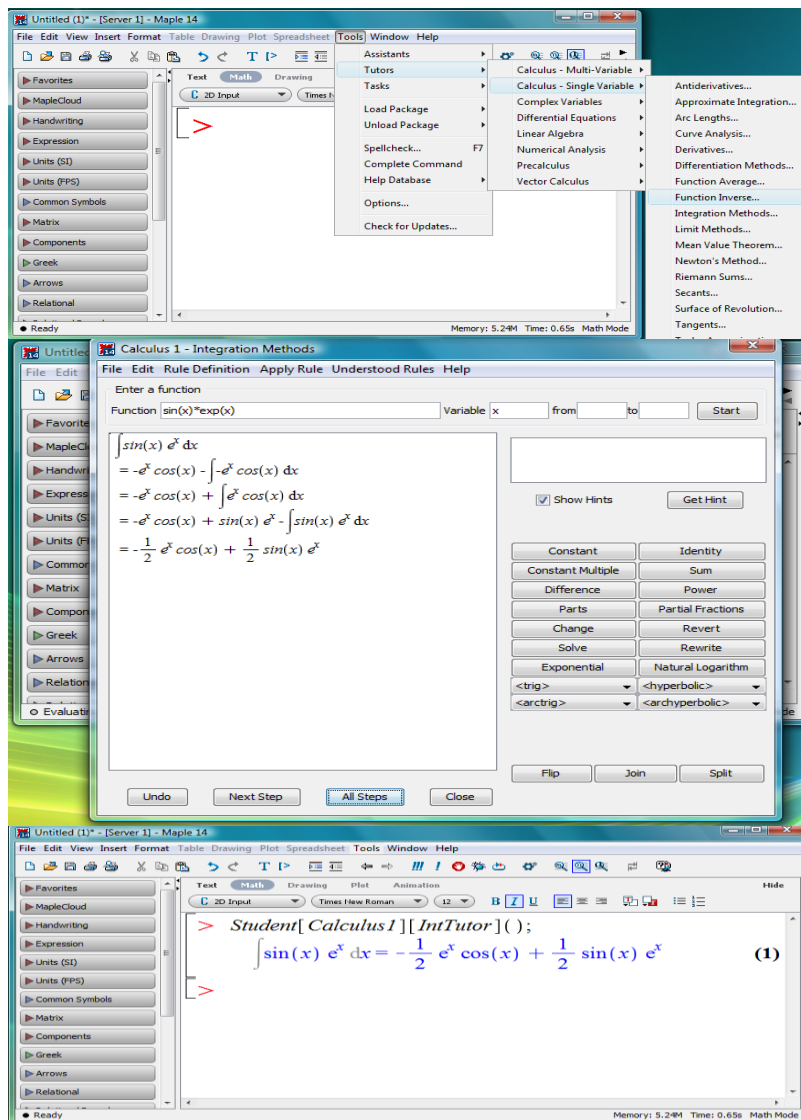
**Fig. 4. Calculul integralei prin meniul de context**

O altă modalitate de a calcula integrale de la funcții de o singură variabilă este modalitatea interactivă [2]. Se accesează prin meniul *Tools/Tutors/Calculus-Single Variable/Integration Methods...* sau apelul direct *Student[Calculus1][IntTutor]()*. Se deschide fereastra de lucru *Calculus1 Integration Methods*. Fereastra conține mai multe compartimente de lucru și butoane. Se introduce funcția, variabila de integrare, intervalul de integrare, dacă integrala este definită, și se tastează butonul *Start*. În fereastra de lucru apare integrala ce se

dorește de calculat. În dependență, cum se dorește de urmărit calculele, tastăm *Next Step* sau *All Step*, pentru a fi efectuate iterațiile. Există posibilitatea de a reveni la un pas înapoi, alege regula de calcul, vizualiza sau nu, ce regulă a fost utilizată. După calcule, se tastează butonul *Close*.

**Notă.** Expresiile se introduc în forma textuală de scriere.

**Exemplul 4.** Calculați:  $\int \sin(x)e^x dx$ . (Fig. 5.)



**Fig. 5.** Calculul integralei prin modalitatea interactivă

Pachetul Maple poate fi utilizat și ca mediu de programare. Voi reaminti metoda dreptunghiurilor de calcul numeric a integralelor [1]. În acest caz avem următoarea formulă de calcul a integralei

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f\left(\frac{x_i + x_{i+1}}{2}\right). \text{ Considerăm exemplul 1. (Fig. 6).}$$

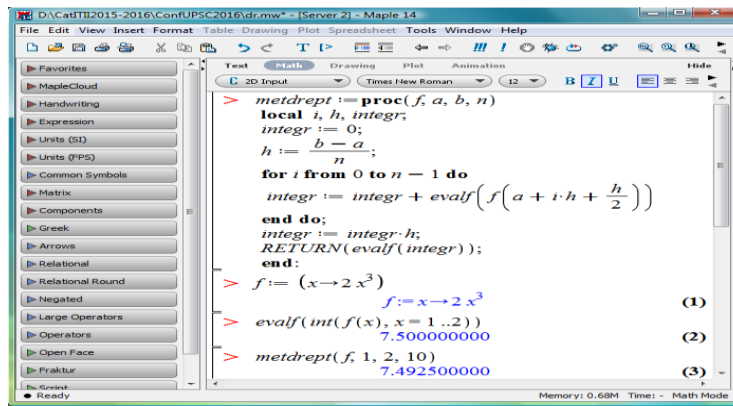


Fig. 6. Calculul integralei prin metoda dreptunghiurilor

Această metodă poate fi ilustrată și grafic utilizând comanda *ApproximateInt* din pachetul *Student[Calculus1]*, cu opțiunea de animație [2]. (Fig. 7).

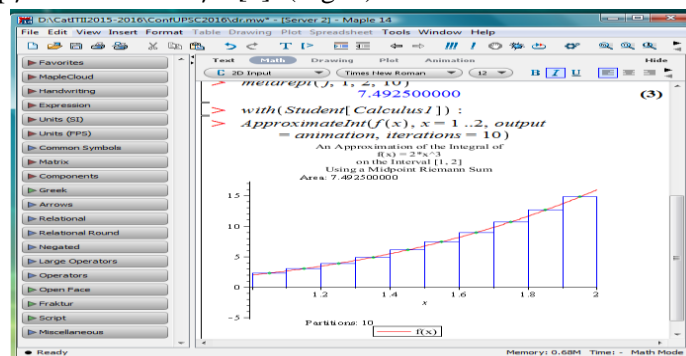
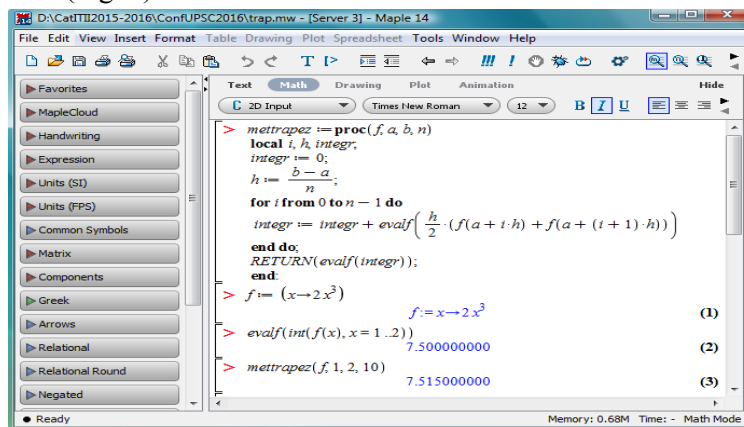


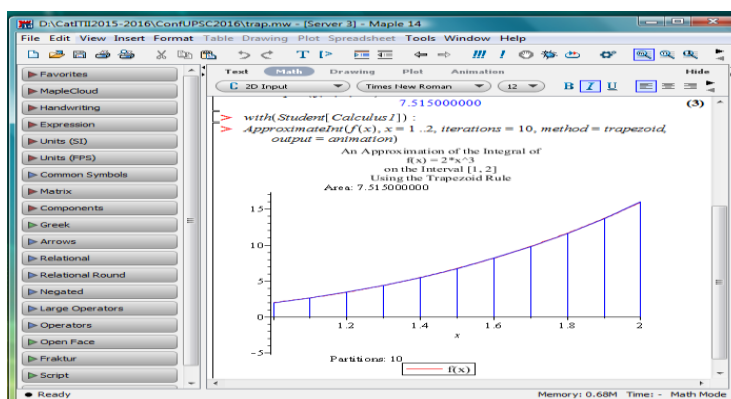
Fig. 7. Ilustrarea grafică a metodei dreptunghiurilor

În mod analog se implementează și metoda trapezelor pentru integrale, dată de formula

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} \sum_{i=0}^{n-1} (f(x_i) + f(x_{i+1})) \quad [1].$$

Ilustrăm aplicarea metodei la calculul integralei din exemplul precedent. La fel arătam și ilustrarea grafică a metodei de calcul. (Fig. 8).





**Fig. 8. Calculul integralei prin metoda trapezelor**

### 3. Concluzie

Pachetul Maple este un instrument efectiv de calcul a integralelor atât simbolic, cât și numeric, utilizând posibilitățile implicite ale lui. Ușor poate fi utilizat în procesul de instruire și la soluționarea unor probleme ce conduc la calculul integralelor. Mai mult, poate fi utilizat și ca mediu de programare unde se pot implementa diferite metode de calcul aproximativ al integralelor și chiar reprezentînd grafic aceste metode.

### Bibliografie

1. Gremalschi, A., Corlat, S., Braicov, A., *Informatică. Manual pentru clasa a XII-a*, Știința, Chișinău, 2015.
2. *Maple 14 user manual*. Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc.1996-2010. [accesat: 21.03.2016]. Disponibil pe Internet: [www.maplesoft.com/view.aspx?SF=53244/0/Maple14UserManua.pdf](http://www.maplesoft.com/view.aspx?SF=53244/0/Maple14UserManua.pdf)