

PROBLEME DE MIȘCARE

MOVEMENT PROBLEMS

Stăncuța TĂTARU, profesor de fizică și matematică,
ȘG Paltin, Județul Vrancea România
ORCHID: 0000-0001-6665-7927
stancuta.tataru@yahoo.com

Stăncuța TATARU, physics and mathematics teacher,
ȘG Paltin Vrancea County, Romania

CZU: 53

DOI: 10.46727/c.v4.21-22-03-2024.p97-114

Abstract. The law of uniform motion, expressed symbolically by the formula $d = v \times t$, is the most essential truth in solving typical problems that we group under the notion of uniform motion problems, where d , sometimes S – the distance traveled, measured in units of length (km, m, dm, cm, mm, etc.), v – travel speed, measured in units of distance covered in certain time intervals (km/h, dm/h cm/h, etc.), t – time of travel, measured in time units (days, hours, minutes, seconds, etc.). Sometimes the derived formulas are used, resulting from the basic formula of the law of uniform motion: $v = d/t$ and $t = d/v$, which can also be presented in the form of a quantity: $v = d : t$ and $t = d : v$.

Keywords: law of motion, distance, speed, time, basic formulas, derived formulas.

Legea mișcării uniforme, exprimată simbolic prin formula $d = v \times t$, este cel mai esențial adevăr în rezolvarea problemelor tip pe care le grupăm în noțiunea de probleme de mișcare uniformă, unde d , alteori S – distanța parcursă, măsurată în unități de lungime (*km, m, dm, cm, mm* etc.), v – viteza de deplasare, măsurată în unități de parcurgere a distanței în anumite intervale de timp (*km/h, dm/h cm/h* etc.), t – timpul de deplasare, măsurat în unități de timp (*diurne, ore, minute, secunde* etc.). Uneori sunt utilizate formulele derivate, ce rezultă din formula de bază a legii mișcării uniforme: $v = \frac{d}{t}$ și $t = \frac{d}{v}$, care pot fi prezentate și sub formă de cât: $v = d : t$ și $t = d : v$. Din motive didactic-metodice vom clasa problemele de mișcare în raport cu procedeul de rezolvare în trei categorii:

- a) probleme de mișcare în care se cere de a determina distanța, viteza sau timpul;
- b) probleme de mișcare în care deplasarea se realizează după anumite restricții;
- c) probleme de deplasare în același sens, numite uneori probleme de urmărire;
- d) probleme de deplasare în sensuri de orientare opuse a unui mobil față de altul (*se întâlnesc, adică se apropie unul față de altul sau se depărtează*), numite probleme de apropiere sau de îndepărtare.

Asemenea probleme au fost practicate din moși-strămoși. Le vom prezenta în următoarea ordine de prezentare:

A. Probleme de mișcare în care se cere de determinat distanța, viteza sau timpul, adică probleme în care se cere de determinat valoarea uneia dintre cele trei mărimi d , v , t legate prin

legea mișcării rectilinii și uniforme $d = v \times t$ sau prin formulele derivate din această relație:

$$v = \frac{d}{t} \quad (v = d:t) \quad \text{și} \quad t = \frac{d}{v} \quad (t = d:v).$$

1. Barca

În câte ore se poate parcurge cu o barcă cu motor distanța de 46 km deplasându-se cu viteza de 23 km pe oră?

Rezolvare:

a) raționament aritmetic

Dacă în fiecare oră barca parcurge distanța de 23 km, atunci 46 km se parcurg în atâtea ore de câte ori se cuprinde 23 km în 46 km:

$$46:23 = 2 \text{ (h)}.$$

b) raționament analitic

Aplicăm formula $t = d:v$, $t = 46:23 = 2$ (h, timpul în care se poate parcurge acea distanță)

Răspuns: 2 h.

2. Pietonul și biciclistul

Un pieton se deplasează cu viteza de 5 km pe oră, iar un biciclist – cu 14 km pe oră. Ce distanță va fi între ei după 3 ore de mers pe același traseu, considerând că au plecat din același punct și la aceeași oră? (Rezolvați în două moduri.)

Rezolvare/Răspuns: 27 km.

3. Viteza autocarului

Un grup de turiști au parcurs cu autocarul în prima zi 3 optimi din întreaga distanță propusă, a doua zi – 3 cincimi din rest, iar în ziua a treia – restul de 130 km. Cu ce viteză s-a deplasat autocarul, dacă întreaga călătorie în cele 3 zile a durat 10 ore (se consideră că viteza autocarului a fost constantă pe tot parcursul călătoriei)?

Rezolvare/Răspuns: 52 km/h.

4. Înconjurul terenului

Un elev înconjoară un teren de formă dreptunghiulară făcând 200 de pași. Știind că măsura a 4 pași ai acestuia este de 3 m, determină perimetrul terenului. Câți pași va face un alt elev, înconjurând același teren, dacă lungimea pasului lui este de jumătate de metru?

Rezolvare/Răspuns: 150 m; 300 de pași

5. Două trenuri

Un tren accelerat circulă cu o viteză medie de 69 km pe oră, iar un marfar – cu 46 km pe oră. Pornind concomitent din aceeași gară spre același oraș, marfarul se va afla la o distanță de 138 km de la gara de destinație la momentul sosirii trenului accelerat. Determină:

a) peste câte ore după plecarea marfarului trebuia să pornească trenul accelerat, pentru ca ambele trenuri să sosească în același timp la destinație;

b) care este distanța dintre aceste gări.

Rezolvare:

Indicație: a) Până la destinație marfarul mai are de mers $138:43 = 3$ (ore); b) în fiecare oră trenul accelerat realizează un avans de $69 - 46 = 23$ (km), ajungând la destinație în $138:23 = 6$ (ore), parcurgând distanța de $69 \times 6 = 414$ (km).

Răspuns: Peste 3 ore; Distanța dintre gări este 414 km.

6. Automobilistul

Un automobilist și-a propus să parcurgă distanța dintre două localități în 6 ore. După două ore de mers, el mărește viteza cu 20 km pe oră, profitând astfel de o oră de staționare. Determină distanța dintre cele două localități. (Verificați folosind viteza mărită în ultima parte a traseului.)

Rezolvare: Dacă distanța ce trebuia parcursă într-o oră (ora de staționare) o recuperează măbind viteza cu 20 km/h în următoarele 3 ore de drum, rezultă că viteza în prima parte a drumului va fi de $20 \times 3 = 60$ (km/h), în a doua parte – $60 + 20 = 80$ (km/h).

Răspuns: 360 km; $360 \text{ km} = 2 \times 60 \text{ km} + 3 \times 80 \text{ km}$

7. Camionul și autoturismul

Din Soroca spre Chișinău a plecat un camion cu viteza medie de 30 km/h. Peste 2 h din Soroca a pornit spre Chișinău un autoturism cu viteza medie de 60 km/h. Peste câte ore autoturismul va ajunge din urmă camionul?

Rezolvare/Răspuns: Peste 2 ore.

8. Viteze de deplasare a animalelor

Viteza de deplasare a unui bivoli este de 45 km/h, a unui rinocer – cu 10 km/h mai mare decât a bivoliului, a unui ghepard – de 2 ori mai mare decât a rinocerului, iar a unui leu – cu 30 km/h mai mică decât a ghepardului. Determină viteza de deplasare a ghepardului, rinocerului, leului. Câți kilometri pot parcurge aceste trei: ghepardul, rinocerul și leul, dacă ei ar participa la o ștafetă unul după altul doar câte o singură etapă?

Rezolvare/Răspuns: Viteza rinocerului: 55 km/h;
Viteza ghepardului: 110 km/h;
Viteza leului: 80 km/h
Ștafeta va avea 245 km.

9. Biciclistul

Un biciclist a parcurs distanța de 100 km în 3 ore 20 min. Câte minute a pierdut biciclistul în medie pentru 1 km de drum?

Rezolvare: *Indicație:* 3 ore 20 min = 200 min; $100 \text{ km} : 200 \text{ min}$ face 1 km în 2 minute sau 500 m pe un minut.

Răspuns: 2 minute.

B. Probleme de mișcare în care deplasarea se realizează după anumite restricții. În astfel de probleme sunt determinate anumite reguli, care reglementează deplasarea dată. Rezolvitorul trebuie să țină cont de restricțiile puse.

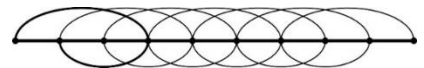
1. Deplasări (I)

Un băiat se deplasează periodic cu trei pași înainte și doi pași înapoi. Câți pași trebuie să execute băiatul în total pentru a se deplasa cu 10 pași mai departe în linie dreaptă față de locul inițial?

Rezolvare:

33 pași care se văd din schemă: 6 perioade complete a câte 5 pași (trei pași înainte și doi pași înapoi) și ultima alcătuită doar din 3 pași înainte. În total: $6 \times 5 + 3 = 33$

Răspuns: 33 pași.



2. Deplasări (2)

Un melc se află într-o fântână de 14 metri adâncime. Pe parcursul unei zile el urcă cu 6 metri, iar noaptea coboară în jos cu 2 metri. În a câta zi va ieși melcul pe colacul fântânii?

Rezolvare:

Melcul va ieși pe colacul fântânii în ziua a treia, deoarece în fiecare dintre prima și a doua zi el a parcurs câte 6 metri, iar noaptea a coborât câte doi. Deci, în total a parcurs în 2 diurne el s-a deplasat cu 8 metri în sus. În ziua a treia i-au mai rămas 6 metri – și melcul iese pe colacul fântânii.

Răspuns: În ziua a treia

3. Deplasări (3)

Un melc a căzut într-o fântână adâncă de 20 m. El vrea să iasă din fântână afară. Pe timp de zi el urcă spre ieșire 4 m, iar noaptea aluneca înapoi cu 1 m. În a câta zi va ieși melcul din fântână?

Rezolvare: Melcul va ieși pe colacul fântânii în ziua a șaptea.

Răspuns: În ziua a șaptea

4. Turistul în drum

Mergând pe jos 3 ore și pe bicicletă 5 ore, un turist a parcurs 72 km. Altă dată, mergând 4 ore pe jos și 5 ore cu bicicleta, turistul a parcurs 76 km. Care este viteza de deplasare cu bicicleta și care pe jos, dacă se consideră că în ambele situații vitezele au fost aceleași?

Rezolvare/Răspuns: 4 km/h, 12 km/h.

5. Turistul

Mergând pe jos 3 ore și pe bicicletă 5 ore, un turist a parcurs 72 km. Altă dată mergând 4 ore pe jos și 5 ore cu bicicleta, turistul parcurge 76 km. Care este viteza de deplasare cu bicicleta și care pe jos, dacă se consideră că în ambele situații au fost aceleași?

Rezolvare/Răspuns: 5 km/h, 15 km/h.

6. Omida spre frunze (1)

În ziua de duminică la ora 06.00 o omidă și-a început deplasarea sa către coroana verde a unui copac cu înălțimea de 9 m. La ora 18.00 ea s-a ridicat cu 5 m pe tulpina copacului și așa în fiecare zi următoare, însă în timp de noapte omida, de fiecare dată, coboară în jos cu 2 m. În care zi a săptămânii și la ce oră omida va ajunge la coroana verde a copacului?

Rezolvare/Răspuns: Marți la ora 13.00

7. Deplasări (4)

Un melc urcă într-o fântână de la o adâncime de 16 m spre colacul fântânii la lumina zilei. Ziua melcul urcă 3 m, iar noaptea coboară 1 m. După câte zile melcul va ajunge pe colacul fântânii? a) 8 zile, b) 5 zile, c) 4 zile, d) 2 zile.

Rezolvare:

Melcul va ieși pe colacul fântânii în ziua a treia deoarece în fiecare dintre prima și a doua zi el a parcurs câte 3 metri, iar noaptea a coborât câte 1 m. Deci în total a parcurs în 7 diurne 15 metri. În ziua a opta i-au mai rămas 2 metri.

Răspuns: Varianta a) 8 zile

8. Omida spre frunze (2)

O omidă urcă pe tulpina unui copac cu o lungime de 11 m spre frunzele verzi ale coroanei. Ziua omida urcă 5 m, iar noaptea coboară 1 m. În câte zile omida va ajunge la coroana verde a copacului? a) a 8 zi, b) a 3 zi, c) a 4 zi, d) a 2 zi.

Rezolvare/Răspuns: b) a 3 zi

9. Deplasări (5)

Copiii au inițiat un joc de parcurgere a unei distanțe de 32 pași după regula 5 pași înainte 2 pași înapoi. Câți pași trebuie de făcut pentru a ajunge la finiș? a) 58 pași, b) 54 pași, c) 68 pași, d) 62 pași.

Rezolvare/Răspuns: c) 68 pași

10. În vizită la Ana

Nicu și Ion au o singură bicicletă pentru a pleca în ospeție la Ana, care trăiește la bunici la o distanță de 30 km de la prietenii ei. Cum Ana iubește punctualitatea, ei trebuie să sosească în același timp și fără întârziere. Băieții, după o oarecare cugetare, au elaborat planul „Vizita la Ana”. Ei au decis ca fiecare să parcurgă o etapă de traseu cu bicicleta cu viteza de 5 km/h și o etapă pe jos cu o viteză de 5 km/h, astfel ca în timp ce Nicu mergea cu bicicleta, Ion mergea pe jos și invers. Cum au reușit ei să se descurce cu realizarea planului „Vizita la Ana”, dacă distanțele parcurse de fiecare dintre ei au fost egale – atât cele parcurse cu bicicleta, cât și cele parcurse pe jos?

Rezolvare/răspuns: Nicu parcurge jumătate de drum cu bicicleta, apoi urmează traseul pe jos. Ion jumătate de drum merge pe jos, ajunge la bicicletă și urmează traseul pe bicicletă.

11. Trenul în tunel

Un tren cu lungimea de 100 m trece printr-un tunel de 100 m. Dacă acest tren trece pe lângă un om în timp de un minut, în câte minute el va trece prin tunel și va ieși din el?

Rezolvare/răspuns: 2 minute.

12. Deplasări (6)

Pe un stâlp de 20 m înălțime urcă o furnică și se ridică pe el în timpul zilei la înălțimea de 5 m, iar în timp de noapte coboară cu 4 m. În câte diurne furnica se va ridica pe vârful stâlpului?

Rezolvare: În fiecare din primele 15 diurne furnica urcă cu 1 m mai sus față de diurna precedentă. Prin urmare, timp de 15 diurne ea se va ridica la înălțimea de 15 m. În următoarea, a 16-a zi, furnica se va mai ridica încă cu 5 m și se va ajunge pe vârful stâlpului.

Răspuns: 16 diurne

13. Deplasări (7)

Înălțimea coroanei copacului este de 20 m de la pământ. Pe tulpina lui urcă spre frunzele ademenitoare o omidă flămândă, urcând în timpul zilei cu 2 m în sus, iar în timpul nopții coboară în jos cu 1 m. Timp de câte diurne omida va ajunge la coroana mult râvnită?

Rezolvare/răspuns: 6 diurne

14. Trei bărbați și trei femei

Trei bărbați și trei femei trebuie să treacă peste râu, într-o bancă de doi inși. A vâsli puteau toți bărbații și doar numai una dintre femei. În plus, femeile au insistat ca pe niciunul dintre maluri numărul femeilor să nu fie mai mare decât al bărbaților. Cum trebuie să se procedeze la trecerea peste râu?

Rezolvare/răspuns: Primii trec râul doi: un bărbat și una dintre femeile care nu poate vâsli. Bărbatul se întoarce cu barca pe malul inițial. Trec râul cu barca celelalte două femei, printre care și cea care poate vâsli și femeia care poate vâsli se întoarce înapoi cu barca. Trec râul doi bărbați și se întorc un bărbat și o femeie. Trec râul un bărbat și femeia care știe a vâsli, dar revin pe malul inițial un bărbat și o femeie, dar nu cea care știe a vâsli. Pleacă doi bărbați și

revine doamna care știe a vâsli. Trec râul două femei și revine doamna care știe a vâsli. În fine, trec râul ultimele două femei (*soluții pot fi mai multe*).

15. Tatăl, soția și doi copii

Tatăl, soția și doi copii trebuiau să traverseze un râu de pe un mal pe altul cu ajutorul unei bărci. Soțul și soția cântăresc 100 kg, iar fiecare dintre copii au masa egală cu 50 kg. Cum trebuie să procedeze ei, dacă barca are capacitatea de deplasare de 100 kg și fiecare dintre cei patru pot vâsli?

Rezolvare/răspuns: O variantă: Inițial trec cu barca de pe un mal pe altul cu cei doi frați. Unul dintre ei revine și pleacă tatăl. Cu barca revine cel de al doilea fiu. Iarăși trec râul cu barca cei doi frați și unul dintre ei revine. Trece râul mama, iar al doilea fiu revine cu barca. În final, cei doi frați trec cu barca râul.

17. Tatăl și fii gemeni

Tata cântărește 100 kg, iar doi fii gemeni – câte 50 kg fiecare. Trebuie de trecut un râu cu barca, care are capacitatea de transportare de 100 kg. Cum trebuie de procedat?

Rezolvare/răspuns: Cu barca traversează râul cei doi fii gemeni și ajungând pe malul opus, unul rămâne acolo, iar al doilea vine înapoi unde stă tata și iese din barcă. Apoi tata pleacă pe malul opus, iese pe mal, iar fiul care se află acolo urcă în barcă și vine după fratele său și ambii în barcă traversează râul. În atare mod cu 5 deplasări peste râu cei trei trec pe malul opus.

18. Trei bărbați și doi copii

Trei bărbați și doi copii trebuie să treacă un râu de pe un mal pe celălalt mal. Ei au la dispoziție o barcă care poate transporta un bărbat sau doi copii. În ce mod ei pot traversa râul de pe un mal pe celălalt? Care este distanța parcursă de barcă, dacă lățimea râului este de 100 m.

Rezolvare/răspuns: Pe malul celălalt peste râu trec cu barca doi copii și unul dintre ei se întoarce cu barca înapoi. Apoi trece un bărbat și barca vine înapoi cu copilul de pe malul celălalt. Acest procedeu de traversare a râului se repetă încă de 2 ori, după care toți cei cinci călători se vor afla pe malul opus. Este ușor de determinat că traversat râul de 13 ori. Prin urmare barca a parcurs o distanță, egală cu 1300 m.

19. Trei vânători

Trei vânători au plecat la vânătoare în pădure. Când au traversat un râu, la doi dintre ei li s-au udat cartușierele, și o parte din cartușe nu mai erau valabile pentru a împușca. Cel de-al treilea s-a împărțit în mod egal cu cartușele sale. După aceasta, fiecare dintre vânători a făcut câte 4 împușcături, și pentru toți au rămas atâtea cartușe, câte a avut fiecare după împărțire. Câte cartușe bune a avut fiecare după împărțire?

Rezolvare/răspuns: În conformitate cu cerințele din enunț vânătorii au împușcat la un loc 12 cartușe, care reprezintă $\frac{2}{3}$ din toate cartușele bune pentru utilizare după împărțire. Prin urmare, după împărțire vânătorii au avut de tot 18 cartușe bune de folosit.

20. Gâștele la păscut (1)

Gheorghică mână gâștele de la baltă acasă. Ana l-a întrebat în glumă: „Gicu, câte gâște ai?” Iar el îi răspunde fudul: „Vezi și tu: unul merge înaintea altor doi, unul îi mână pe alți doi din urmă, unul merge la mijloc”.

Câte gâște mână Gheorghică?

Rezolvare/răspuns: Trei

21. Gâștele la păscut (2)

Gheorghiuță mâna gâștele la baltă. Unul merge înaintea altor trei, unul îi mână pe alți trei din urmă, doi la mijloc merg.

Câte gâște mâna Gheorghiuță?

Rezolvare/răspuns: Patru

C. Probleme de mișcare în care deplasarea se realizează în același sens, numite uneori probleme de urmărire.

Dacă la un moment dat distanța dintre două mobile, care se deplasează în aceeași direcție, adică au același sens, este d , mobilul care urmărește are viteza v_2 , iar cel urmărit are viteza v_1 și desigur $v_1 < v_2$, atunci timpul (t), după care se presupune că un mobil îl ajunge pe celălalt, este dat de relația: $t = \frac{d}{v_2 - v_1}$, deoarece întreaga distanță d care le desparte va fi recuperată într-un număr de ore egal cu de câte ori ($v_2 - v_1$) se cuprinde în distanța d , adică în $\frac{d}{v_2 - v_1}$ ore.

1. Două trenuri (1)

La ora 8 a plecat un tren marfar din Chișinău, deplasându-se cu viteza de 45 km/h. După 2 ore pleacă un tren accelerat în aceeași direcție, deplasându-se cu viteza de 75 km/h. Peste câte ore trenul accelerat îl va ajunge pe marfar și la ce distanță de Chișinău?

Rezolvare:

a) raționament aritmetic

La ora plecării trenului accelerat, la ora 10 ($10 = 8 + 2$), marfarul deja a parcurs distanța de 90 km ($2 \times 45 = 90$), pe care îi are în avans față de trenul accelerat.

Trenul accelerat va ajunge marfarul, deoarece are o viteză mai mare cu $75 - 45 = 30$ (km/h) și îl va ajunge după ce va acoperi avansul de 90 km cu această diferență de viteză. Este o modalitate simbolică de a descompune viteza trenului accelerat în două viteze:

- viteza de 45 km/h cu care se deplasează și marfarul;
- viteza de 30 km/h cu care acoperă distanța în avans de 90 km a marfarului.

$90:30 = 3$ (ore necesare pentru a acoperi avansul marfarului, adică de a-l ajunge din urmă)

$10 + 3 = 13$ (ore, la ora 13 trenul accelerat îl va ajunge pe marfar)

$75 \times 3 = 225$ (km, distanța de la Chișinău la care trenul accelerat l-a ajuns pe marfar)

b) raționament algebric

aplicăm formulele

$d_a \rightarrow$ distanța avans,

$$d_a = v_m \cdot t,$$

$$d_a = 45 \times 2 = 90 \text{ km};$$

$$t = d_a : (v_1 - v_2),$$

$$t = 90 : (75 - 45) = 90:30,$$

$$t = 3 \text{ h.}$$

$d \rightarrow$ distanța parcursă,

$$d = v \cdot t,$$

$$d = 45 \times 5 \text{ sau } d = 75 \times 3,$$

$$d = 225 \text{ km.}$$

Răspuns: Ora 13; 225 km.

2. Turiștii și curierul

Un grup de turiști, care se deplasează pe jos cu viteza de 5 km/h, iese din localitate la ora 7 dimineața. La orele 14.00 în aceeași zi, a fost trimis după acest grup un curier pe bicicletă, care se deplasează cu o viteză de 12 km/h. După cât timp și la ce distanță de la localitate curierul va ajunge grupul de turiști?

Rezolvare:

La ora plecării curierului, la ora 14 ($10 = 8 + 2$), grupul de turiști deja a parcurs în $14 - 7 = 7$ ore distanța de 35 km ($7 \times 5 = 35$), pe care îi are în avans față de curier.

Curierul îi va ajunge pe turiști, deoarece are o viteză mai mare cu $12 - 5 = 7$ (km/h), după ce va acoperi avansul de 35 km deplasându-se cu viteza de deplasare a turiștilor și, în plus, cu această diferență de viteză.

$$35:7 = 5 \text{ (ore, necesare pentru a acoperi avansul turiștilor).}$$

$$12 \times 5 = 60 \text{ (km, distanța de la localitate în momentul întâlnirii).}$$

Răspuns: După 5 ore; 60 km.

3. Două trenuri (2)

Un tren deplasându-se cu aceeași viteză parcurge în 7 ore distanța de la stația A până la stația B egală cu 238 km. După 2 ore de la plecarea trenului din A, pleacă tot în aceeași direcție un alt tren. Cu ce viteză se deplasează cel de-al doilea tren, dacă se știe că îl ajunge pe primul într-o stație intermediară, care se află la o distanță de 136 km de stația A?

Rezolvare:

$$238:7 = 34 \text{ (km/h, viteza de deplasare a primului tren).}$$

$34 \times 2 = 68$ (km, distanța-avans la care se află primul tren în momentul plecării celui de-al doilea tren).

$$t = 136:v_2 \text{ (h, în cât timp cel de-al doilea tren îl ajunge pe primul),}$$

$$t = \frac{68}{v_2 - 34} \text{ (h, în cât timp cel de-al doilea tren recuperează decalajul-avans de 68 km).}$$

$$\text{Cum acele două timpuri calculate sunt egale, avem: } \frac{136}{v_2} = \frac{68}{v_2 - 34} \text{ sau } \frac{2}{v_2} = \frac{1}{v_2 - 34} \text{ de}$$

unde $2v_2 - 68 = v_2$ sau $v_2 = 68$ (km/h).

Răspuns: 68 km/h.

4. Ogarul și iepurele

Peste câte sărituri ogarul va ajunge din urmă iepurele, dacă inițial îi despărțea o distanță de 150 picioare (1 picior $\approx 30,5$ cm), iepurele cu fiecare săritură se depărtează de ogar cu 7 picioare, iar ogarul fuge mai repede decât iepurele și cu fiecare săritură se apropie de el cu 9 picioare?

Rezolvare:

Piciorul (foot) în engleză este o măsură egală aproximativ cu lungimea tălpii piciorului omului (piciorul în diferite țări avea mărimi diferite).

Deoarece între iepure și ogar este o distanță de 150 picioare, rezultă că trebuie găsită diferența dintre săriturile ogarului și ale iepurelui și această distanță trebuie împărțită la diferența obținută.

$$9 - 7 = 2, 150:2 = 75 \text{ (sărituri)}$$

Răspuns: Peste 75 de sărituri

Se spune că o dată la un popas, după o vânătoare destul de reușită, savantul călugăr irlandez Albinus Alcuin – mentorul școlii de la Palat (735-804) i-a propus în glumă împăratului Franței Carol cel Mare problema dată. Răspunsul împăratului a arătat că el nu era doar un vânător iscusit, ci și un bun cunoscător al matematicii.

5. Camionul și autoturismul

Din Soroca spre Chișinău a plecat un camion cu viteza medie de 30 km/h. Peste 2 h din Soroca a pornit spre Chișinău un autoturism cu viteza medie de 60 km/h. Peste câte ore autoturismul va ajunge din urmă camionul?

Rezolvare/Răspuns: Peste 2 ore.

6. Doi motocicliști

Doi motocicliști pornesc concomitent din același oraș pe același traseu (în același sens), circulând cu viteze diferite. După 5 ore de deplasare, unul ajunge la destinație, pe când al doilea se află la o distanță de 25 km de acesta.

- Care este diferența dintre vitezele cu care se deplasează motocicliștii?*
- Care este viteza de deplasare a fiecărui motociclist, dacă distanța dintre orașe este de 215 km?*

Rezolvare/Răspuns: a) 5 km; b) 43 km/h; 38 km/h.

7. Două trenuri (3)

Două trenuri, circulând în același sens, au de parcurs distanța de 360 km. Primul tren se deplasează cu viteza de 40 km pe oră.

- Cu ce viteză se deplasează al doilea, dacă-l ajunge pe primul la distanța de 120 km de gara de destinația la care sosește cu o oră înaintea primului tren?*
- Câte ore s-a aflat în drum fiecare tren?*

Rezolvare: *Indicație:* distanța de 120 km, de după întâlnire, primul o va parcurge în $120:40 = 3$ (ore), pe când următorul, în 2 ore, adică cu o oră mai puțin.

Răspuns: a) 60 km/h; b) 9 ore; 6 ore.

8. Pietonul și biciclistul

Un pieton se deplasează cu viteza de 5 km pe oră, iar un biciclist – cu 14 km pe oră. Ce distanță va fi între ei după 3 ore de mers pe același traseu, considerând că au plecat din același punct și la aceeași oră? (Rezolvați în două moduri.)

Rezolvare/Răspuns: 9 ore.

9. Două trenuri (4)

Un tren circulă cu viteza de 60 km pe oră. După 2 ore, din aceeași stație și în aceeași direcție pleacă un alt tren, care se deplasează cu viteza de 80 km pe oră.

- După câte ore trenul al doilea îl va ajunge pe primul?*
- La ce distanță de la locul de pornire ele se vor întâlni?*

Rezolvare/Răspuns: După 6 ore; 480 km.

10. Două grupuri

Un grup de elevi au mers într-o excursie deplasându-se uniform și parcurg câte 4 km pe oră. După 2 ore de mers, pe urmele lor pleacă un alt grup, care se deplasează cu 6 km pe oră. Peste câte ore grupul al doilea îl va ajunge pe primul? Ce distanță a parcurs grupul al doilea până la întâlnire?

Rezolvare/Răspuns: După 4 ore; 24 m.

11. Barca și vaporul

Dintr-un port a plecat o barcă cu motor cu viteza de 18 km pe oră. După 2 ore, din același port, în aceeași direcție, pleacă un vapor cu viteza de 30 km pe oră.

a) Peste cât timp vaporul va ajunge barca?

b) Știind că peste 10 minute de la întâlnirea cu barca, vaporul se va afla la destinație, determinați distanța dintre porturi.

Rezolvare/Răspuns: 3 ore; 95 km.

12. Turistul și pluta

Apa unui râu curge cu viteza de 3 km pe oră. La ora 9.00, un turist pornește pe malul râului, în aval, odată cu o plută, și parcurge 12 km deplasându-se cu viteza de 4 km pe oră, apoi face un popas. La ce oră, pluta pe care a văzut-o la plecare va ajunge în dreptul lui? Cât timp va aștepta turistul sosirea plutei?

Rezolvare/Răspuns: Ora 13; o oră.

13. Câinele și vulpea

Un câine urmărește o vulpe care este cu 60 de sărituri înaintea lui. După câte sărituri câinele va ajunge vulpea, dacă 3 sărituri ale câinelui fac cât 7 sărituri ale vulpii?

Rezolvare/Răspuns: Peste 45 de sărituri

C. Probleme de mișcare în care deplasarea se realizează în același sens, numite uneori probleme de urmărire.

Dacă la un moment dat distanța dintre două mobile, care se deplasează în aceeași direcție, adică au același sens, este d , mobilul care urmărește are viteza v_2 , iar cel urmărit are viteza v_1 și desigur $v_1 < v_2$, atunci timpul (t) după care se presupune că un mobil îl ajunge pe celălalt este dat de relația: $t = \frac{d}{v_2 - v_1}$, deoarece întreaga distanță d care le desparte va fi recuperată într-un număr de ore egal cu de câte ori ($v_2 - v_1$) se cuprinde în distanța d , adică în

$\frac{d}{v_2 - v_1}$ ore.

1. Două trenuri (I)

La ora 8 a plecat din Chișinău un tren marfar deplasându-se cu viteza de 45 km/h. După 2 ore pleacă un tren accelerat în aceeași direcție, deplasându-se cu viteza de 75 km/h. Peste câte ore trenul accelerat îl va ajunge pe marfar și la ce distanță de Chișinău?

Rezolvare: a) raționament aritmetic

La ora plecării trenului accelerat, la ora 10 ($10 = 8 + 2$), marfarul parcursese deja distanța de 90 km ($2 \times 45 = 90$), pe care îi are în avans față de trenul accelerat.

Trenul accelerat îl va ajunge pe marfar, deoarece are o viteză mai mare cu $75 - 45 = 30$ (km/h) și îl va ajunge pe marfar după ce va acoperi avansul de 90 km cu această diferență de viteză. Este o modalitate simbolică de a descompune viteza trenului accelerat în două viteze:

- viteza de 45 km/h cu care se deplasează și marfarul;
- viteza de 30 km/h cu care acoperă distanța avans de 90 km a marfarului.

$90:30 = 3$ (ore, necesare pentru a acoperi avansul marfarului, adică de a-l ajunge din urmă)

$10 + 3 = 13$ (ore, la ora 13 trenul accelerat îl va ajunge pe marfar)

$75 \times 3 = 225$ (km, distanța de la Chișinău la care trenul accelerat l-a ajuns pe marfar)

b) *raționament algebric*

aplicăm formulele

$d_a \rightarrow$ distanța avans,

$$d_a = v_m \cdot t,$$

$$d_a = 45 \times 2 = 90 \text{ km};$$

$$t = d_a : (v_1 - v_2),$$

$$t = 90 : (75 - 45) = 90 : 30,$$

$$t = 3 \text{ h.}$$

$d \rightarrow$ distanța parcursă,

$$d = v \cdot t,$$

$$d = 45 \times 5 \text{ sau } d = 75 \times 3,$$

$$d = 225 \text{ km.}$$

Răspuns: Ora 13; 225 km.

2. Turiștii și curierul

Un grup de turiști, care se deplasează pe jos cu viteza de 5 km/h iese din localitate la ora 7 dimineața. La orele 14.00 în aceeași zi după acest grup a fost trimis un curier pe bicicletă, care se deplasează cu o viteză de 12 km/h. După cât timp și la ce distanță de la localitate curierul va ajunge grupul de turiști?

Rezolvare: La ora plecării curierului, la ora 14 ($10 = 8 + 2$), grupul de turiști deja parcursese în $14 - 7 = 7$ ore distanța de 35 km ($7 \times 5 = 35$), pe care îi are în avans față de curier.

Curierul îi va ajunge pe turiști, deoarece are o viteză mai mare cu $12 - 5 = 7$ (km/h), după ce va acoperi avansul de 35 km deplasându-se cu viteza de deplasare a turiștilor și în plus cu această diferență de viteză.

$$35:7 = 5 \text{ (ore, necesare pentru a acoperi avansul turiștilor).}$$

$$12 \times 5 = 60 \text{ (km, distanța de la localitate în momentul întâlnirii).}$$

Răspuns: După 5 ore; 60 km.

3. Două trenuri (2)

Un tren, deplasându-se cu aceeași viteză, parcurge în 7 ore distanța de la stația A până la stația B egală cu 238 km. După 2 ore de la plecarea trenului din A pleacă tot în aceeași direcție un alt tren. Cu ce viteză se deplasează cel de-al doilea tren, dacă se știe că îl ajunge pe primul într-o stație intermediară, care se află la o distanță de 136 km de stația A?

Rezolvare: $238:7 = 34$ (km/h, viteza de deplasare a primului tren).

$34 \times 2 = 68$ (km, distanța-avans la care se află primul tren în momentul plecării celui de-al doilea tren).

$t = 136 : v_2$ (h, în cât timp cel de-al doilea tren îl ajunge pe primul),

$t = \frac{68}{v_2 - 34}$ (h, în cât timp cel de-al doilea tren recuperează decalajul-avans de 68 km).

Cum acele două timpuri calculate sunt egale, avem: $\frac{136}{v_2} = \frac{68}{v_2 - 34}$ sau $\frac{2}{v_2} = \frac{1}{v_2 - 34}$ de

unde $2v_2 - 68 = v_2$ sau $v_2 = 68$ (km/h).

Răspuns: 68 km/h.

5. Camionul și autoturismul

Din Soroca spre Chișinău a plecat un camion cu viteza medie de 30 km/h. Peste 2 h din Soroca a pornit spre Chișinău un autoturism cu viteza medie de 60 km/h. Peste câte ore autoturismul va ajunge din urmă camionul?

Rezolvare/Răspuns: Peste 2 ore.

6. Doi motocicliști

Doi motocicliști pornesc concomitent din același oraș pe același traseu (în același sens), circulând cu viteze diferite. După 5 ore de deplasare, unul ajunge la destinație, pe când al doilea se află la o distanță de 25 km de acesta.

Care este diferența dintre vitezele cu care se deplasează motocicliștii?

Care este viteza de deplasare a fiecărui motociclist, dacă distanța dintre orașe este de 215 km?

Rezolvare/Răspuns: a) 5 km; b) 43 km/h; 38 km/h.

7. Două trenuri (3)

Două trenuri, circulând în același sens, au de parcurs distanța de 360 km. Primul tren se deplasează cu viteza de 40 km pe oră.

Cu ce viteză se deplasează al doilea, dacă-l ajunge pe primul la distanța de 120 km de gara de destinație la care sosește cu o oră înaintea primului tren?

Câte ore s-a aflat în drum fiecare tren?

Rezolvare: Distanța de 120 km, de după întâlnire, primul o va parcurge în $120 : 40 = 3$ (ore), pe când următorul, în 2 ore, adică cu o oră mai puțin.

Răspuns: a) 60 km/h; b) 9 ore; 6 ore.

8. Pietonul și biciclistul

Un pieton se deplasează cu viteza de 5 km pe oră, iar un biciclist – cu 14 km pe oră. Ce distanță va fi între ei după 3 ore de mers pe același traseu, considerând că au plecat din același punct și la aceeași oră? (Rezolvați în două moduri.)

Rezolvare/Răspuns: 9 ore.

9. Două trenuri (4)

Un tren circulă cu viteza de 60 km pe oră. După 2 ore, din aceeași stație și în aceeași direcție pleacă un alt tren, care se deplasează cu viteza de 80 km pe oră.

După câte ore trenul al doilea îl va ajunge pe primul?

La ce distanță de la locul de pornire ele se vor întâlni?

Rezolvare/Răspuns: După 6 ore; 480 km.

10. Două grupuri

Un grup de elevi au mers într-o excursie deplasându-se uniform și parcurg câte 4 km pe oră. După 2 ore de mers, pe urmele lor pleacă un alt grup, care se deplasează cu 6 km pe oră. Peste câte ore grupul al doilea îl va ajunge pe primul? Ce distanță a parcurs grupul al doilea până la întâlnire?

Rezolvare/Răspuns: După 4 ore; 24 m.

11. Barca și vaporul

Dintr-un port a plecat o barcă cu motor cu viteza de 18 km pe oră. După 2 ore, din același port, în aceeași direcție, pleacă un vapor cu viteza de 30 km pe oră.

Peste cât timp vaporul va ajunge barca?

Știind că peste 10 minute de la întâlnirea cu barca, vaporul se va afla la destinație, determinați distanța dintre porturi.

Rezolvare/Răspuns: 3 ore; 95 km.

12. Turistul și pluta

Apa unui râu curge cu viteza de 3 km pe oră. La ora 9.00, un turist pornește pe malul râului, în sensul curgerii apei, odată cu o plută, și parcurge 12 km deplasându-se cu viteza de 4 km pe oră, apoi face un popas. La ce oră, pluta pe care a văzut-o la plecare va ajunge în dreptul lui? Cât timp va aștepta turistul sosirea plutei?

Rezolvare/Răspuns: Ora 13; o oră.

13. Câinele și vulpea

Un câine urmărește o vulpe care este cu 60 de sărituri înaintea lui. După câte sărituri câinele va ajunge vulpea, dacă 3 sărituri ale câinelui fac cât 7 sărituri de ale vulpii?

Rezolvare/Răspuns: Peste 45 de sărituri

C. Probleme de deplasare în sensuri de orientare opuse

C.1. Probleme de apropiere

O serie de probleme de mișcare sunt considerate problemele de deplasare în sensuri de orientare opuse a unui mobil față de altul (*se apropie unul față de altul*) numite probleme de apropiere. Probleme de deplasare în sensuri de orientare opuse a unui mobil față de altul (*se întâlnesc – se apropie unul de altul*).

O problemă de acest tip de deplasare constă în determinarea timpului (t) de întâlnire a două mobile care se deplasează cu vitezele v_1 și v_2 și aflate la momentul dat la o distanță d bine determinată, știind momentul plecării lor. Prin urmare, ele concomitent se deplasează cu viteza $v_1 + v_2$. Rezultă că mobilele vor parcurge distanța d (*se vor întâlni*) după atâtea ore de câte ori ($v_1 + v_2$) se cuprinde numeric în toată această distanță d .

Se determină că $t = \frac{d}{v_1 + v_2}$.

1. Două trenuri (I)

Din două stații, care se află la o distanță de 880 km una de la alta, au plecat în același timp două trenuri unul spre celălalt. Viteza unui tren era de 50 km/h. Trenurile s-au întâlnit peste 8 ore. Să se determine viteza trenului al doilea.

Rezolvare/Răspuns: 60 km/h

2. Două avioane

Din două orașe și-au luat zborul în același timp două avioane unul spre celălalt. Viteza primului avion era de 700 km/h, iar viteza avionului al doilea de 900 km/h. Avioanele s-au

întâlnit peste 3 ore de zbor. Cu cât a parcurs mai puțin primul avion decât al doilea? Să se scrie formula numerică de rezolvare.

Rezolvare/Răspuns: Avionul al doilea a parcurs cu 600 km mai mult. $d = 900 \times 3 - 700 \times 3 = (900 - 700) \times 3$

3. Doi bicicliști – I

Din orașul A la ora 11 dimineața a plecat un biciclist în direcția orașului B, deplasându-se cu viteza de $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. După 3 ore a plecat un al doilea biciclist din orașul B spre orașul A, deplasându-se cu viteza de $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Când și unde se vor întâlni bicicliștii, dacă distanța dintre A și B este de 328 km?

Rezolvare:

$16 \times 3 = 48$ (km, distanța parcursă de biciclistul din A în 3 ore, adică până în momentul plecării biciclistului din B);

$328 - 48 = 280$ (km, distanța la care se aflau cei doi bicicliști în momentul plecării biciclistului din B);

Acum avem o problemă tipică de mișcare în sensuri contrare.

Raționament algebric

Pentru a determina peste câte ore se întâlnesc aplicăm formula

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{280}{16 + 12} = \frac{280}{28} = 10 \text{ (ore)}.$$

Prin urmare, cei doi bicicliști se vor întâlni după 10 ore de la plecarea biciclistului din B sau la $10 + 3 = 13$ ore după plecarea biciclistului din A.

Ei se vor întâlni la ora $13 + 11 = 24$ h, la distanța de $16 \times 13 = 208$ km.

Răspuns: Peste 10 ore după plecarea biciclistului din B; 208 km de la orașul A.

4. Doi prieteni (I)

Distanța dintre Soroca și Anenii Noi este de aproximativ 210 km. Doi prieteni cu autoturisme personale au plecat în același timp, unul din Soroca cu viteza de 55 km/h și altul din Anenii Noi cu viteza de 50 km/h pentru a se întâlni.

a) Peste câte ore se vor întâlni?

b) Ce distanță a parcurs fiecare din autoturisme până la întâlnire? *Rezolvare:*

a) *raționament aritmetic.* Se poate aplica și metoda figurativă (încercați).

$55 + 50 = 105$ (km, parte din distanța parcursă într-o oră de ambele autoturisme);

$210 \text{ km} : 105 = 2 \text{ h}$ (ore, timp în care ei se vor întâlni);

$55 \times 2 = 110$ (km, distanța parcursă de cel plecat din Soroca);

$50 \times 2 = 100$ (km, distanța parcursă de cel plecat din Anenii Noi).

Verificare: $110 + 100 = 210$.

b) *raționament algebric*

aplicăm formula $t = d \div (v_1 + v_2)$, $t = 210 : (55 + 50) = 210 : 105$, $t = 2 \text{ h}$.

$d = v \cdot t$,

$d_1 = 55 \times 2 = 110$ (km, distanța parcursă de autoturismul plecat din Soroca),

$d_1 = 50 \times 2 = 100$ (km, distanța parcursă de autoturismul plecat din Anenii Noi).

Răspuns: 2 ore; 110 km; 100 km.

5. Doi prieteni (2)

Doi prieteni au plecat cu bicicletele în același timp, din localități diferite, unul din Orhei și altul din Basarabeasca, pentru a se întâlni. Unul se deplasează cu viteza de 12 km/h, iar celălalt cu viteza de 16 km/h. După 5 ore ei s-au întâlnit.

- Ce distanță este între aceste două orașe?
- Ce distanță se afla între ei după ce au mers 3 ore?
- Dacă plecarea ar fi fost la ora 8, cam cu cât ar fi trebuit să-și mărească vitezele pentru a se întâlni aproximativ la ora 12?

Rezolvare:

a) raționament aritmetic

b) $12 + 16 = 28$ (km, distanța parcursă de ambii bicicliști într-o oră);

$28 \text{ km} \times 5 = 140$ (km, distanța dintre localități);

c) Metoda I: $12 \text{ km} \times 3 = 36$ (km, distanța parcursă de primul biciclist în 3 ore);

$16 \text{ km} \times 3 = 48$ (km, distanța parcursă de biciclistul al doilea în 3 ore);

$140 - (36 + 48) = 140 - 84 = 56$ (km, distanța rămasă între bicicliști după 3 ore de mers).

d) Metoda II: $28 \text{ km} \times 3 = 84$ (km, distanța parcursă de ambii bicicliști în 3 ore);

$140 - 84 = 56$ (km, distanța rămasă între bicicliști după 3 ore de mers).

$12 - 8 = 4$ (ore, timp de întâlnire);

$140 : 4 = 35$, $v_1 + v_2 = 35$ (km/h, viteza cu care trebuie parcursă distanța pentru a se întâlni peste 4 h de la pornire);

$12 + 16 = 28$ (km/h, viteza cumulată cu care bicicliștii au parcurs distanța);

$35 - 28 = 7$ (km/h, diferența față de viteza cumulată).

Acest surplus la viteză poate fi distribuit în diferite moduri, pentru ca ambii bicicliști să-și mărească vitezele în comun cu încă 7 km/h: dacă unul mărește viteza cu 1 km pe oră, celălalt trebuie să o mărească cu 6; dacă unul mărește viteza cu 2 km pe oră, celălalt trebuie să o mărească cu 3; dacă unul mărește viteza cu 3 km pe oră, celălalt trebuie să o mărească cu 4, acumulând împreună cei 7 km/h necesari pentru a majora vitezele, ca să se întâlnească peste 4 ore de la pornire.

b) raționament algebric

aplicăm formula

$$d = (v_1 + v_2) \times t, d = (12 + 16) \times 5 = 28 \times 5, d = 140 \text{ km.}$$

$$d_1 = (v_1 + v_2) \times 3 = 28 \times 3, d_1 = 84 \text{ km,}$$

$$d - d_1 = 140 - 84, d - d_1 = 56 \text{ km.}$$

$$t = 12 - 8, t = 4 \text{ h,}$$

$$v = d : t, v = 140 : 4, v = 35 \text{ km/h,}$$

$$35 - 28 = 7 \text{ km/h.}$$

Răspuns: a) 140 km; b) 56 km; c) cu 7 km/h împreună în mod distributiv.

6. Doi pietoni

Un pieton a început a coborî pe un escalator, iar altul se ridică concomitent cu el pe același escalator (ambele scări au aceeași lungime). Pietonii s-au întâlnit peste 40 sec. Escalatorul se mișcă cu viteza de 45 m pe un minut. Care este lungimea scării escalatorului?

Rezolvare: Indicație: $45 \text{ m/min} = 3/4 \text{ m/s}$; $40 + 40 = 80$ (s); $3/4 \times 80 = 60$.

Răspuns: 60 m

7. Două trenuri (2)

Din două stații au plecat concomitent două trenuri unul spre celălalt. Viteza unui tren era de 50 km/h, iar viteza celuilalt de 60 km/h. Trenurile s-au întâlnit peste 8 ore. Care este distanța dintre cele două stații?

Rezolvare/Răspuns: 880 km.

8. Motociclistul și biciclistul

Un motociclist și un biciclist pornesc concomitent. Viteza motociclistului este de 50 km pe oră, iar a biciclistului – de 12 km pe oră. Cu cât se micșorează distanța dintre ei după 10 ore de mers, dacă pornesc din locuri diferite, pe același traseu, unul spre celălalt și distanța dintre punctele de pornire este de 620 km?

Rezolvare/Răspuns: 0 km

9. Două vehicule

Distanța dintre Soroca și Basarabeasca este de 280 km. La ora 7 pe același traseu, din aceste două localități pleacă simultan, unul spre celălalt, două vehicule, unul deplasându-se cu viteza de 54 km pe oră, iar altul – cu 58 km pe oră.

a) La ce oră ele se vor întâlni?

b) Ce distanță va fi între ele după 2 ore de mers?

Rezolvare/Răspuns: a) La ora 12; b) 56 km.

10. Doi bicicliști (2)

Doi bicicliști pornesc la ora 5, unul spre celălalt, din două orașe diferite, distanța dintre care este de 222 km. Până la ora 9 unul merge cu viteza medie de 16 km pe oră și altul – cu 14 km pe oră, după care fac un popas de o jumătate de oră. Cu cât trebuie să-și mărească fiecare biciclist viteza pentru ca ei să se poată întâlni la ora 12 și jumătate? (Determinați toate variantele posibile)

Rezolvare/Răspuns:

Indicație: După popas ei mai aveau de parcurs 102 km, în restul de 3 ore. Își vor mări viteza de deplasare astfel: fiecare cu câte 2 km pe oră sau unul cu 3 km pe oră, iar altul cu 1 km pe oră.

11. Doi bicicliști (3)

Doi bicicliști pornesc concomitent din două localități situate la o distanță de 70 km, unul spre celălalt. Unul dintre ei are viteza cu 5 km pe oră mai mare decât celălalt. După 2 ore de la pornire ei se întâlnesc. Cu ce viteză s-a deplasat fiecare biciclist?

Rezolvare: În 2 ore unul parcurge cu $2 \times 5 = 10$ km mai mult: $(70 + 2 \times 5) : 4 = 15$ km pe oră.

Răspuns: 15 km/h; 20 km/h

12. Trenul și pietonul

Un tren și un pieton, care merge pe un drum paralel cu calea ferată, se deplasează unul spre celălalt, distanța dintre ei fiind de 110 m. Știind că trenul se deplasează cu o viteză medie de 20 m pe secundă, iar pietonul – cu 2 m pe secundă, determină:

a) peste câte secunde se vor întâlni;

b) ce distanță va fi între ei după un sfert de oră de mers, după momentul întâlnirii lor (distanța exprimată în kilometri cu aproximație);

c) care este viteza medie a fiecăruia (exprimată în kilometri pe oră cu aproximație)

Rezolvare/Răspuns: 5 secunde; b) 19800 m \approx 20 km; c) 72 km/h; 7200 m/minut \approx 7 km/h.

11. Doi bicicliști (4)

Din orașul A la ora 11.00 dimineața a plecat un biciclist în direcția orașului B, deplasându-se cu viteza de $16 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. După 3 ore a plecat un al doilea biciclist din orașul B spre orașul A, deplasându-se cu viteza de $12 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Când și unde se vor întâlni bicicliștii, dacă distanța dintre A și B este de 328 km?

Rezolvare:

$16 \times 3 = 48$ (km, distanța parcursă de biciclistul din A în 3 ore, adică până în momentul plecării biciclistului din B);

$328 - 48 = 280$ (km, distanța la care se aflau cei doi bicicliști în momentul plecării biciclistului din B);

Acum avem o problemă tipică de mișcare în sensuri contrare.

Raționament algebric

Pentru a determina peste câte ore se întâlnesc aplicăm formula

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{280}{16 + 12} = \frac{280}{28} = 10 \text{ (ore)}.$$

Prin urmare, cei doi bicicliști se vor întâlni după 10 ore de la plecarea biciclistului din B sau la $10 + 3 = 13$ ore după plecarea biciclistului din A.

Ei se vor întâlni la ora $13 + 11 = 24$ h, la distanța de $16 \times 13 = 208$ km.

Răspuns: Peste 10 ore după plecarea biciclistului din B; 208 km de la orașul A.

12. Două trenuri (2)

Din două orașe A și B, situate la o distanță de 400 km unul de celălalt, pornesc în același timp unul spre celălalt două trenuri: cel din A cu viteza de 60 km/h, iar cel din B cu viteza de 40 km/h. Concomitent cu trenul, din A pornește în zbor o rândunică, care zboară cu viteza de 80 km/h. Rândunica zboară de-a lungul căii ferate până când întâlnește trenul care vine din B, apoi se întoarce și zboară de-a lungul căii ferate până când întâlnește trenul care vine din A, se întoarce iarăși, zburând deja spre trenul din B și, în acest mod, își repetă mereu zborul până când trenurile se întâlnesc. Ce distanță a parcurs rândunica de la plecarea din A și până la întâlnirea trenurilor?

Rezolvare:

Cele două trenuri se întâlnesc după: $t = \frac{d}{v_1 + v_2} = \frac{400}{100} = 4$ (ore);

$80 \times 4 = 320$ (km; distanța parcursă de rândunică).

Răspuns: 320 km.

13. Trenul și rândunica

Din două orașe A și B, ce se află la distanța de 120 km unul de la altul, iese concomitent unul în întâmpinarea altuia un tren și o rândunică. Trenul merge cu viteza de 60 km/oră. Rândunica iese din A și ajunge la tren, se întoarce în orașul A la cuibul său și apoi spre tren, repetând, astfel făcând până când trenul sosește în orașul A. Câți km a parcurs rândunica, dacă viteza ei este de trei ori mai mare decât a trenului?

Rezolvare:

Deoarece trenul a parcurs distanța cu viteza de 60 km/h , rezultă că drumul de 120 km a fost parcurs în două ore. Fiindcă viteza rândunicii este de trei ori mai mare decât viteza trenului, rezultă că viteza rândunicii era de 180 km/h și în două ore ea a parcurs o distanță de 360 km .

În problemă sunt date de prisos. Nu e numai de a avea dată viteza trenului. Principalul este că dacă viteza rândunicii este de trei ori mai mare ca a trenului și timpul parcurgerii drumului este același, atunci rezultă că și distanțele parcurse vor fi proporționale cu vitezele. Deci, rândunica trebuie să parcurgă distanța de $120 \times 3 = 360 \text{ km}$ (de 3 ori mai mare).

Răspuns: 360 km

C.2. Probleme de îndepărtare. Probleme de deplasare în sensuri de orientare opuse a unui mobil față de altul care se depărtează.

O problemă de deplasare constă în determinarea timpului (t) a două mobile care se deplasează cu vitezele v_1 și v_2 și aflate la momentul dat la o distanță d bine determinată, știind momentul plecării lor. Prin urmare, ele se deplasează concomitent cu viteza $v_1 + v_2$. Rezultă că mobilele vor parcurge distanța d (se vor întâlni) după atâtea ore de câte ori $(v_1 + v_2)$ se cuprinde în toată această distanță d .

Se determină că $t = \frac{d}{v_1 + v_2}$.

1. Motociclistul și biciclistul

Un motociclist și un biciclist pornesc concomitent. Viteza motociclistului este de 50 km pe oră , iar a biciclistului – de 12 km pe oră . Ce distanță va fi între ei după 10 ore de mers , dacă ei pornesc din același loc și se deplasează în direcții opuse?

Rezolvare/Răspuns: 620 km

2. Două vehicule

Un vehicul parcurge distanța de 300 km în 5 ore , iar altul, aceeași distanță în 4 ore . Află distanța dintre cele două vehicule după 2 ore de mers , dacă ele ar fi pornit concomitent din același punct:

a) în aceeași direcție;

b) în direcții opuse.

Rezolvare/Răspuns: 30 km, 270 km.

BIBLIOGRAFIE

1. Dăncilă Ioan. *Matematica gimnaziului între profesor și elev*. București: Corint, 1996, 289 p.
2. Guran Eugen. *Matematică recreativă*. Iași: Junimea, 1985, 213 p.
3. Martinov Armand. *Frumusețe matematică*. București: Sigma, 2011, 116 p.
4. Metelschi N. *Esee la istoria metodicii matematicii*. Minsk: Vășeișaiia Școla, 1968, 340 p. (în rusă)
5. Țeiten T.T. *Istoria matematicii din timpuri antice și Evul Mediu*. Moscova-Leningrad: Ucpedghiz, 1938, 133 p. (în rusă) (Цейтен Т. Т. *История математики в древности и в средние века*. Москва-Ленинград: Учпедгиз, 1938 г., 133 стр.)
6. Vodă C., Vodă Ș. *Recreații și amuzamente științifice*. București: Aramis, 2001, 178 p. ISBN 973-8294-32-0