SARCINI DIDACTICE DE CONSTATARE ȘI DESCRIERE

DIDACTIC TASKS OF FINDING AND DESCRIPTION

Rică ZAHARIA, inspector școlar,
IȘJ Vrancea, România
zaharia_rica@yahoo.com,

Rică ZAHARIA, School Inspector,
IȘJ Vrancea, Romania

CZU: 37.016:51
DOI: 10.46727/c.v4.21-22-03-2024.p120-127

Abstract. The didactic tasks that can be proposed have been selected in such a way that through them the entire geometry known to the student, the entire mathematical book science acquired at the moment, and especially theorems, fundamental properties, logical reasoning, techniques and methods are covered. useful to solve them in relation to the study subject being studied at the moment.
Keywords: didactic tasks, description, finding, theorems, fundamental properties, working techniques

Sarcinile didactice care pot fi propuse au fost astfel selectate, încât prin ele să fie trecută întreaga geometrie cunoscută de elev, întreaga știință de carte matematică achiziționată la moment, și, în special, teoremele, proprietățile fundamentale, raționamentele logice, tehnicile și metodele utile pentru a le soluționa în raport cu materia studiată la moment. Astfel de sarcini didactice sau legende tematice, în care se cere de a confirma ceva, de a descrie o anumită proprietate sau element caracteristic a unei figuri geometrice sau a corpului dat cu aplicații practice, sunt deseori atestate în mediul ambiant, dar în cazul dat este dat un caz general determinat la grad de abstractizare și, chiar idealizare, exprimat în limbajul matematic și supus celor mai mari exigențe ale rigorii matematice. Elevii trebuie să le deosebească, să le descrie, să aplice în mod competent cunoștințele achiziționate în practica lor de lucru. Astfel de sarcini didactice cu conținut practic aplicativ pot fi *sarcinile didactice de constatare și descriere.* În continuare, sunt prezentate grupuri de exemple de sarcini didactice cu conținut practic aplicativ în cazul dat – *sarcinile didactice de constatare și descriere,* care pot fi aplicate în raport cu gradul de avansare a elevilor în materia studiată.

Exemple de sarcini didactice

Legende la sarcinile didactice

1. Elevilor li se prezintă o foaie curată și li se comunică: „Pe aversul foii este construită una dintre figurile geometrice: linie dreaptă, semidreaptă, segment de dreaptă. Puneți doar o singură întrebare și apoi, ascultând răspunsul, să puteți spune concret: ce fel de figură este construită pe verso."

2. Colegul tău de bancă, construind 11 diametre în cerc, a numărat 21 raze. Ce poți spune cu referire la răspunsul lui? El a numărat corect sau a greșit? Care este răspunsul corect? De ce?

3. Roata bicicletei are 20 spițe. Oare câte spații între spițe are roata bicicletei?

4. Avem un cerc decupat din hârtie. Cum de tăiat acest cerc în două părți congruente?

5. Avem un cerc decupat din hârtie. Cum de determinat centrul acestui cerc?

6. Elevului i se propune mai multe modele de unghiuri de mărimi în grade diferite confecționate din hârtie și decupate. Elevul are sarcina de a le aranja în ordinea descrescătoare a valorilor mărimilor lor în grade fără a utiliza raportorul gradat..

7. Construiți 4 unghiuri cu mărimile de: 150°, 30°, 90°, 180°. Cum mai pot fi numite aceste unghiuri, fără a apela la valorile lor numerice?.

8. Avem un model al unui patrulater confecționat din carton, care are două unghiuri ascuțite de mărimile: 60° și 45°, iar alt unghi este drept. Unghiuri de ce mărime în grade pot fi construite cu ajutorul acestui model?

9. *JD:* Profesorul arată elevilor o foaie curată de hârtie și le comunică că pe aversul foii este desenat un pătrat. Elevilor li se propune de a pune doar o singură întrebare și, ascultând răspunsul, să spună care este mărimea lungimii laturii pătratului desenat. Ce întrebare trebuie să pună elevul?

10. *Estimare la ochi*: Elevilor de la tablă li se prezintă un pătrat decupat din hârtie groasă/carton cu lungimea laturii, de exemplu, egală cu *10 cm*. Profesorul poate avea un set întreg de astfel de pătrate, de cele mai diverse culori și variate mărimi. Li se pun întrebări de estimare la ochi a lungimii laturii, a ariei, de decupare după anumite criterii. Elevii emit cele mai variate presupuneri pe care le notează în caiete, apoi, prin măsurare directă, se determină mărimea concretă și scriu alături eroarea comisă.

a) Care este lungimea laturii acestui pătrat?
b) Care poate fi aria pătratului?
c) Construiți un pătrat. Cum de tăiat din acest pătrat două dreptunghiuri congruente? Profesorul verifică executarea corectă prin suprapunerea dreptunghiurilor. Care sunt dimensiunile acestor dreptunghiuri? Care este aria unuia dintre aceste dreptunghiuri? Se poate răspunde la aceste întrebări oare fără a efectua calcule sau măsurări?
d) Care este aria figurii obținute de la compunerea celor două dreptunghiuri: a) unul în continuarea (prelungirea) celuilalt și b) unul aranjat cu lungimea lui paralel cu marginea dinspre elev a feței băncii, iar altul în continuarea laturii de sus cu a primului dreptunghi, însă cu lungimea paralel orientată cu marginea laterală a băncii? Care arie este mai mare dintre aceste două cazuri?

11. Cum de determinat toată cantitatea de cutii de chibrituri dintr-o cutie mare, fără a desface ambalajul, dacă ai la dispoziție una dintre aceste cutii mici de chibrituri asemenea celor din cutia mare a ambalajului?

12. Avem o stivă de cărămizi. Cum puteți măsura lungimea diagonalei mari din interiorul cărămizii doar cu ajutorul unui fir de ață?

13. Elevilor li se propun de a fi examinate două paralelipipede dreptunghiulare, care au bazele identice. Cum de determinat, fără a efectua măsurările de rigoare și calculele necesare, care dintre aceste două paralelipipede dreptunghiulare are un volum mai mare?

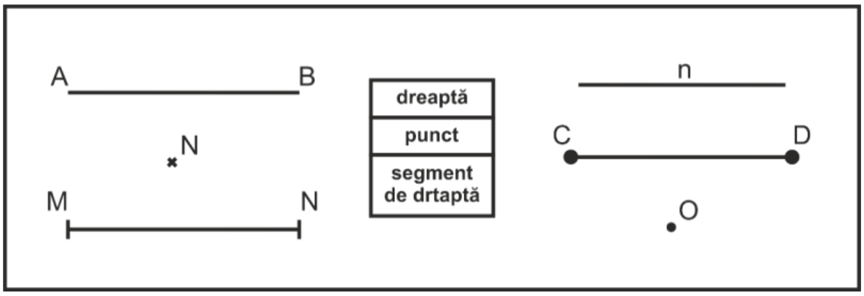
14. Un elev a rezolvat problema calculării ariei totale a suprafeței cubului în felul următor: 1) a confecționat un cub din hârtie și a numerotat fiecare față a cubului confecționat; 2) a înmulțit mai întâi lungimea și lățimea și a obținut aria primei fețe, apoi a calculat aria feței a doua și așa până la cea de a șasea; 3) adunându-le, a calculat aria totală a suprafeței cubului.

Cum considerați: elevul a calculat corect problema dată? Dar în alt mod ai putea oare rezolva această problemă?

15. Elevilor li s-a propus o foaie de hârtie curată (neliniată) de formă dreptunghiulară, de la care ei trebuie să scoată exact: 1) jumătate de foaie; 2) un sfert de foaie; 3) 3/4 din foaia dată?

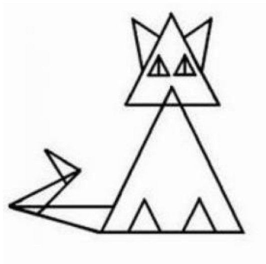
16. Elevilor li se prezintă două fâșii de hârtie curată (neliniată) de aceeași lățime, dar de lungimi diferite. Se cere de a tăia de la fâșia mai lungă o bucată, care, fiind alipită la bucata mai mică, să se obțină fâșii cu arii egale (figuri congruente).

17. Asociază figurile date cu denumirile lor:



18. Scrie toate segmentele de dreaptă situate în figura dată:

19. Din câte triunghiuri este alcătuit tabloul pisoiului din imagine? Încercați a desena un astfel de pisoi. Câte triunghiuri ai folosit în tabloul construit de tine?



20. Gică povestea prietenilor săi despre livada bunicului său, în care el muncește zilnic din greu, deoarece ea este imensă. La întrebarea cât de mare este livada, Gicu a răspuns că ea are forma unui triunghi și pe perimetru sunt copaci de nuci plantați cu strictețe la aceeași distanță de 10 m unul de la altul, copacii de la margine fiind plantați în gard. De tot sunt 66 pomi: pe o latură sunt 33 de copaci de nuci, iar pe celelalte laturi 17 și 18 corespunzător. Profesorul, auzind discuția, a zâmbit. De ce a zâmbit profesorul?

21. Ai în față următoarele noțiuni: *segment, semidreaptă, pătrat, dreaptă, cerc, triunghi, disc*. a) Atribuie-le o singură denumire. b) Clasifică-le după un anumit criteriu.

22. Bunul i-a dat Anei o bucată de materie în formă de pătrat cu lățimea de *10 m*. El a rugat-o să confecționeze din ea o panglică cu lățimea de *1 dm*. Care este lungimea panglicii obținute?

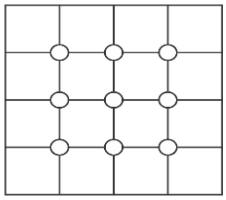
23. O foaie a fost îndoită în două părți egale. Foaia obținută a fost îndoită la fel în două jumătăți. Și așa s-a procedat de 6 ori la rând. După ultima îndoire, foaia a fost desfăcută și adusă la forma inițială. Puteți spune câte dreptunghiuri pot fi numărate după îndoiturile obținute?

24. Ionel a primit însărcinarea de a confecționa dintr-o sârmă cu lungimea de *1 m 35 cm* triunghiuri echilaterale de același perimetru. El a tăiat sârma în părți egale și, după îndoirile respective, a obținut triunghiuri echilaterale, laturile cărora se exprimă în numere naturale. Câte triunghiuri a obținut Ionel?

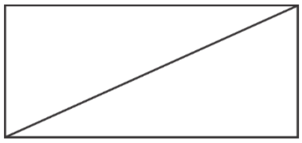
25. Gică a priponit capra pe un teren cu iarbă mustoasă de forma unui pătrat cu perimetrul de *80 m* cu o frânghie de *9 m 70 cm*. Priponul l-a bătut fix în centrul pătratului.

Lungimea de la legătoare până la gura caprei este de *30 cm*. Poate fi iarbă pe care capra să nu o poată a paște?

26. Nouă cerculețe sunt plasate pe rețeaua de pătrățele astfel, încât formează un pătrat 3×3. Care poate fi numărul minim de cerculețe pentru a obține un nou pătrat tot de forma 3×3?

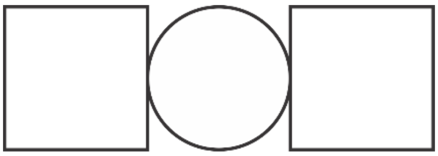


27. Această figură:



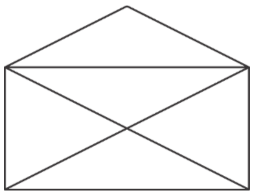
trebuie trasată cu creionul, fără a ridica creionul de la desen și fără de a parcurge unul dintre segmente de două ori. Din care punct de legătură trebuie începută parcurgerea?

28. Această figură:



trebuie trasată cu creionul, fără a ridica creionul de la desen și fără de a parcurge una dintre linii de două ori. Din care punct de legătură trebuie începută parcurgerea?

29. Această figură:



trebuie trasată cu creionul, fără a ridica creionul de la desen și fără de a parcurge unul dintre segmente de două ori. Din care punct de legătură trebuie începută parcurgerea?

30. După o despărțire, prietenii s-au întâlnit la școală și și-au strâns fericiți mâinile. Strângeri de mână au fost *15*. Câți prieteni sunt?

31. Care vas are capacitatea mai mare? În cană încap 2 pahare, în cratiță – patru căni, iar în bidon – 2 cratițe și o cană, în butie – un bidon și 3 pahare, în cadă – 4 cratițe fără un bidon.

32. Un cosaș parcurge prin sărituri pe linie dreaptă salturi mari de câte *12 cm* și salturi mici de câte *7 cm*. Cum trebuie să procedeze cosașul pentru a nimeri din punctul *O* în punctul *A* (unde se află refugiul lui), care se află de la punctul O la o distanță de 3 cm?

33. La construirea unei simple colibe, a acoperișurilor caselor, la ridicarea podurilor mari peste ape, la construirea macaralelor etc. barele sau grindinele transversale și cele de sprijin sunt întărite astfel, încât între ele să se formeze un sistem de triunghiuri. De ce o astfel de aranjare a barelor/grindinelor garantează o formă rigidă a construcției, spre deosebire de altele?

34. Fie că avem patru segmente confecționate din sârmă cu lungimile respective: *4 cm, 7 cm, 10 cm* și *13 cm.* Unind capetele oricăror trei dintre cele patru segmente, confecționați un triunghi. Clarificați care dintre trei segmente pot forma figura triunghiului și care, nu. Lămuriți și argumentați concluziile emise de fiecare dată, folosind relațiile dintre lungimile laturilor unui triunghi (*inegalitatea triunghiului*).

35. Fie dat triunghiul *ABC.* Determinați punctul egal depărtat de la laturile *AB* și *BC* și egal depărtat de la vârfurile *A* și *C* (În ce condiții problema admite o infinitate de soluții?).

36. Aduceți exemple de locație a obiectelor sau a părților lor care posedă orientare paralelă.

37. Numiți toate varietățile de aparate și instrumente, care se utilizează pentru construirea liniilor paralele. Cum se aplică și se folosește fiecare dintre aceste dispozitive pentru construirea liniilor paralele?

38. Ce formă poate avea triunghiul, dacă unghiurile lui se raportă ca: a) *3:4:5;* b) *2:3:5;* c) *1:2:6*?

39. Din sârmă de confecționat *patru* segmente: două câte două după lungime egale între ele. Din aceste segmente de construit: 1) un paralelogram; 2) un patrulater, care nu este paralelogram. De motivat și argumentat prin ce se deosebește o figură geometrică de alta.

40. Cum cu ajutorul panglicii de măsurat se poate verifica că cutia ferestrei are forma unui dreptunghi?

41. Calculați măsurile unghiurilor rombului, dacă se cunoaște că lungimea perimetrului rombului este de patru ori mai mare decât lungimea lui.

42. Avem un paralelogram. Împărțiți figura dată într-un romb și alt paralelogram.

43. Cum din treisprezece pătrate identice de confecționat două pătrate?

44. Din sârmă de executat modelele a unor paralelipipede dreptunghiulare cu cele trei dimensiuni egale între ele.

45. Câte muchii are: a) un paralelipiped? b) o prismă pentagonală? c) o prismă cu un poligon cu n laturi la bază?

46. La tema de acasă elevii au adus patrulatere confecționate de ei. Cum de demonstrat dacă patrulaterul dat are forma unui paralelogram sau nu, având la îndemână doar o riglă gradată?

47. Un elev trebuie să confecționeze un capac pentru a acoperi o deschizătură de forma unui dreptunghi. Câte măsurări sunt necesare și care măsurări trebuie să ia el pentru a confecționa acest capac?

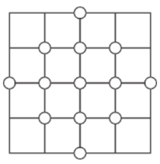
48. Avem *4* bastonașe cu lungimea de *1 cm, 4* bastonașe cu lungimea de *2 cm, 7* bastonașe cu lungimea de *3 cm, 5* bastonașe cu lungimea de *4 cm*. Se poate oare din aceste *20* de bastonașe de construit un dreptunghi?

49. Lemnarul, verificând un patrulater tăiat din lemn de forma unui pătrat, încearcă să se convingă dacă este pătrat, prin compararea lungimilor diagonalelor egale ca lungimi și perpendiculare între ele. O astfel de verificare este oare suficientă?

50. ***Jocul cu monede***: Doi pun, pe rând, monede de *2 lei* pe masa care are o formă dreptunghiulară. Monedele pot fi aranjate doar pe un loc liber, astfel încât ele să nu se acopere una pe alta câtuși de puțin. A muta o monedă deja așezată nu se admite. Se presupune că fiecare jucător dispune de un număr suficient de monede. Se declară câștigător acela care pune pe masă ultima monedă. Cum trebuie să așeze monedele jucătorul care începe primul pentru a câștiga?

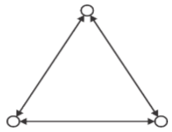
Răspunsuri la sarcinile didactice:

1. Câte capete are figura dată? Dacă elevii întâmpină greutăți, atunci profesorul poate întreba prin ce se aseamănă și care sunt diferențele dintre aceste trei figuri. **2** Colegul de bancă a greșit, deoarece fiecare diametru din cerc este compus din câte *2* raze, iar $11 \times 2 = 22$. **3**. *20* spații. *Indicație:* Elevilor li se propune de a număra spațiile într-o anumită ordine: de exemplu, numai din partea dreaptă a spiței. Așa cum spițe sunt *20*, atunci și spații vor fi tot *20*. **4**. Prin suprapunere a unei părți a cercului peste altă parte. Apoi se taie după linia de îndoire. **5**. Se suprapune odată ca și în problema precedentă, apoi se mai repetă o dată, cercul fiind astfel împărțit în 4 sferturi-sectoare. Vârful unui sector reprezintă punctul ce coincide cu centrul cercului. **6**. Unghiurile se compară prin suprapunere după o latură și vârful comun. **7**. Obtuz, ascuțit, drept, întins (desfășurat). **8**. 15°, 30°, 45°, 60°, 90°, 105° 120°, 135° 150°, 180° etc.. **9**. Elevul trebuie să pună o întrebare legată de formula în care este atestată lungimea laturii pătratului: perimetrul sau aria – $P = 4a$ sau $A = a^2 = a \times a$. **10**. c) Da, se poate, deoarece au avut loc operații de înjumătățire; d) Aria totală a acestor două dreptunghiuri este egală în ambele cazuri cu aria pătratului din care au fost decupate. **11**. Se realizează operații de depunere a acestei cutii de chibrituri pe lățimea, lungimea și înălțimea ambalajului, apoi aceste trei numere întregi obținute se înmulțesc între ele. **12**. Punem două cărămizi una după alta în prelungire, apoi deasupra unei cărămizi se mai pune una. Locul liber deasupra celei de-a doua cărămizi ne permite de a efectua o astfel de măsurare. Problema este util de rezolvat înainte de a studia volumul paralelipipedului dreptunghiular. **13**. Se compară după înălțime: care are înălțimea mai mare acela are respectiv și volumul mai mare. **14**. Da, elevul, a rezolvat corect problema. Așa cum cubul are 6 fețe congruente cu laturile pătratelor egale – muchiile cubului, apoi este destul de a calcula aria unei fețe (pătrat) și de înmulțit la șase. **15**. 1) Foaia se împarte în două părți prin îndoire/suprapunere și se decupează o parte. 2) Foaia se îndoaie prin suprapunere o dată, apoi încă o dată. Se obține o împărțire în patru sferturi congruente. Dacă se decupează un singur pătrat, apoi avem rezolvarea punctului 2) și a punctului 3). **16**. Se suprapun fâșiile una peste alta și partea mai lungă rămasă necuprinsă de la fâșia mai lungă, se îndoaie în jumătate, care, fiind decupată de la ea și ajustată la fâșia mai scurtă, le face egale după mărime. **17**. Elevii indică calea logică corectă. **18**. Elevii scriu: *BM, OM, NM, MN, MO, MB, NO*. Se pune problema de ordonat și aici se specifică că semidreapta se citește de la origine – punctul fixat pe dreaptă, ce o divide în două semidrepte. **19**. 18 triunghiuri. **20**. Profesorul a zâmbit, deoarece în așa caz nu poate fi vorba de livadă, întrucât $17 + 18 = 33$. **21**. a) Figuri geometrice. b) după figuri plane cu laturi: *pătrat, triunghi*; după figuri plane fără laturi: *cerc, disc*; figuri geometrice care rezultă din noțiunea de dreaptă: *semidreaptă, segment*. **22**. *100 m*. **23**. *64* de dreptunghiuri. **24**. *9* triunghiuri cu latura de *5 cm*. **25**. Desigur, va rămâne iarbă pe care capra să nu o poată ajunge, deoarece: 1) *9 m 70 cm + 30 cm = 10 m* (distanța pe care se poate capra deplasa și paște); 2) *80 m :4 = 20 m* (lungimea laturii terenului), dar pe diagonală distanța este mai mare de *20 m*. **26**. Iată una din posibilități:

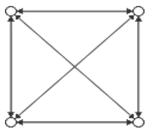


Au fost atașate încă patru cerculețe. **27**. Calea de parcurgere cu creionul trebuie începută de la unul dintre punctele din care pornesc trei segmente – un număr impar de segmente, care nu trebuie să fie mai mult de două puncte. **28**. Calea de parcurgere cu creionul se poate începe din orice punct. **29**. Calea de parcurgere cu creionul trebuie începută de la unul dintre punctele din care pornesc trei segmente – un număr impar de segmente, care nu trebuie să fie mai mult de două puncte pe desen. **30**. 6 prieteni.

Indicație: Dacă prieteni ar fi fost doi, atunci este clar că poate fi doar o strângere de mână. Dacă prieteni sunt trei, atunci:

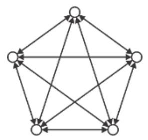


strângeri de mână vor fi tot trei. Dacă prieteni sunt patru, atunci:



strângeri de mână vor fi șase.

Dacă prieteni sunt cinci, atunci:
strângeri de mână vor fi zece. Și urătoarea variantă dă soluția.



31. Butia care are 21 păhare. **32**. El trebuie să salte în direcția punctului *A* (peste punctul *A*) două salturi mari și să se întoarcă înapoi cu trei salturi mici. **33.** Barele/grinzile a astfel de construcții aproape că nu se supun nici întinderii, nici comprimării, adică nu-și modifică nicicum lungimile sale. Sub acțiunea forțelor exterioare este posibilă doar o înclinare a întregului sistem în comun. Însă cu trei laturi de lungimi bine determinate poate fi construit numai un singur triunghi, deoarece toate triunghiurile cu laturile corespunzător egale sunt egale între ele. Din aceste considerente prin lungimile constante, unite într-un sistem cu forme de triunghiuri, unghiurile, formate între bare/grinzi, trebuie să rămână nemodificate. Printre toate *n*-unghiurile formate de bare/grinzi – formele geometrice, numai triunghiurile au formă rigidă. **34**. Tripletele: (*4; 7; 10*), (*7; 10; 13*), (*4; 10; 13*) pot fi considerate ca laturi ale unui triunghi. Tripletul: (*4; 7; 13*) nu poate fi considerat ca laturi ale unui triunghi. **35**. Când punctul aparține bisectoarei unghiului *ABC*. **36**. Acoperișul casei; trotuarul la o stradă în formă de linie dreaptă; marginile opuse al caietului/cărții/penarului; muchiile creionului etc. **37**. Riglă cu două părți; două echere (o riglă și un echer) etc. **38**. a) *dreptunghic;* b) *ascuțitunghic;* c) *obtuzunghic*. **39**. 1) Dacă laturile opuse servesc segmente de lungimi egale, atunci avem paralelogram. 2) Dacă laturile pornite din același vârf servesc segmente de lungimi egale, atunci avem un patrulater la care diagonalele sunt perpendiculare, dar în punctul de intersecție nu se înjumătățesc. **40**. Se aplică proprietatea diagonalelor. **41**. *30°* și *150°*. **42**. Se construiește un segment paralel la latura mai mică la o distanță egală cu lungimea laturii mai mici. **43**. Se compun două pătrate: unul de 3×3 și altul de 2×2 pătrate. **44**. Paralelipipedul cu toate cele trei dimensiuni este un cub. 12 muchii. **45**. a) *12 muchii*; b) *15 muchii*; c) *3n muchii*. **46**. Inițial trebuie verificată egalitatea perechilor de laturi opuse, apoi a diagonalelor. **47**. Sau două laturi sau una dintre laturi și o diagonală. **48**. Nu se poate. *Indicație:* Așa cum perimetrul se calculează după formula $2(a + b)$, iar suma tuturor bastonașelor este egală cu *53 cm* – un număr impar, ceea ce nu poate fi. **49**. O astfel de verificare nu este suficientă, deoarece există patrulatere cu diagonalele reciproc perpendiculare și lungimile egale, dar nu au toate unghiurile drepte (Construiți un astfel de patrulater și convingeți-vă).

50. Jucătorul care începe jocul trebuie să pună prima monedă în centrul mesei. În continuare, el așează, de fiecare dată, moneda sa simetric față de moneda adversarului și în raport cu centrul mesei. El poate executa asta liber, de fiecare dată, după fiecare mișcare făcută de cel de-al doilea jucător. Din aceste considerente, anume acela care a început poate executa ultima mișcare. Prin urmare, în acest joc, el și va câștiga

BIBLIOGRAFIE

1. Dăncilă Ioan. *Geometria de care ai nevoie la școală, la examene, la concursuri.* București: Teora, 1997, 312 p. ISBN: 973-601-574-2
2. Dăncilă Ioan. *Matematica gimnaziului între profesor și elev.* București: Corint, 1996, 289 p. ISBN: 973-97792-6-3
3. Guran Eugen. *Matematică recreativă*. Iași: Junimea, 1985, 213 p.
4. Martinov Armand. *Frumusețe matematică.* București: Sigma, 2011, 116 p.
5. Van der Varden B.L. *Știință în deșteptare. Matematica Egiptului, Babilonului și Greciei Antice*. Moscova: Fiz-mat,1959, 459 p. (în rusă)