

## DIDACTIZAREA CONȚINUTURILOR ȘI DEZVOLTAREA GÂNDIRII MATEMATICE

Marcel TELEUCA, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1730-5284>

Larisa SALI, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0003-1172-3055>

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Republica Moldova

**Rezumat.** În articol sunt analizate unele aspecte ale procesului de didactizare a conținuturilor. În particular sunt elucidate principii și rigori impuse procesului de transpunere didactică importante pentru dezvoltarea gândirii matematice a elevilor.

**Cuvinte cheie:** didactizare, gândire matematică, competență matematică, metacogniție.

**Abstract.** In the article, some aspects of the didactical transposition of mathematical contents are analyzed. In particular, principles and rigors imposed on the process of didactic transposition important for the development of students' mathematical thinking are elucidated.

**Key words:** teaching, mathematical thinking, mathematical competence, metacognition.

Matematica este cu siguranță o materie care poate dezvolta buni gânditori. Această dezvoltare trebuie să fie planificată, deoarece nu se realizează din întâmplare. Abilitățile de gândire sunt esențiale pentru utilizarea și aplicarea matematicii, pentru rezolvarea eficientă și creativă a problemelor, comunicare și luare de decizii.

Abilitățile de raționament le permit elevilor să-și motiveze opiniile și acțiunile, să facă inferențe, să folosească un limbaj precis pentru a explica ceea ce gândesc și să emită judecăți și decizii bazate pe rațiune sau dovezi.

Abilitățile de procesare a informației le permit elevilor să găsească și să colecteze conținuturi relevante, să sorteze, să clasifice, să ordoneze, să compare și să contrasteze, să analizeze relațiile părți/întreg.

Atitudinea care ține de manifestarea curiozității provoacă elevii să pună întrebări relevante, să formuleze probleme, să planifice cercetări, să prezică rezultatele și să anticipeze consecințele, să testeze concluziile și să îmbunătățească ideile.

Abilitățile de gândire creativă le permit elevilor să genereze și să extindă idei, să sugereze ipoteze, să aplice imaginația și să caute rezultate inovatoare alternative.

Abilitățile de evaluare le permit elevilor să pătrundă în esența informației, să judece valoarea a ceea ce citesc, aud și fac, să dezvolte criterii pentru a aprecia valoarea muncii sau ideilor proprii și ale altora, să aibă încredere în judecățile lor.

În cercetarea [4] se definește capacitatea de a fi competent din punct de vedere matematic. Astfel, un elev trebuie să manifeste:

- Înțelegerea conceptuală: înțelegerea conceptelor, operațiilor și relațiilor matematice;

- Fluență procedurală: abilități de a efectua proceduri în mod flexibil, precis, eficient și adecvat;
- Competență strategică: capacitatea de a formula, reprezenta și rezolva probleme matematice;
- Raționament adaptiv: capacitatea de gândire logică, reflecție, explicație și justificare;
- Predispoziție productivă: înclinație obișnuită de a vedea matematica ca fiind sensibilă, utilă și valoroasă, cuplată cu credința în diligență și în propria eficacitate.

B. V. Gnedenko evidențiază următoarele proprietăți ale gândirii matematice [6]:

- 1) capacitatea de a surprinde neclaritatea raționamentului și lipsa unor dovezi importante în demonstrații;
- 2) obișnuința de a oferi argumentări logice complete;
- 3) separarea clară a etapelor raționamentului;
- 4) concizie (laconism);
- 5) acuratețea simbolismului.

Celebrul matematician A.N. Kolmogorov identifica astfel de caracteristici ale abilităților matematice:

- a) capacitatea de a transforma cu îndemânare expresii literale complexe, de a găsi modalități eficiente de a rezolva ecuații care nu se potrivesc regulilor standard sau, așa cum le numesc matematicienii, abilități „de calcul sau algoritmice”;
- b) imaginația geometrică sau „intuiția geometrică”;
- c) arta raționamentului logic consistent și clar [7, p.9].

Kolmogorov sublinia, de asemenea, că abilitățile matematice se manifestă prin viteza cu care oamenii învață conținuturile matematice, prin profunzimea și trăinicia studierii. Aceste caracteristici sunt cel mai ușor detectate în cursul rezolvării problemelor. Viteza de asimilare a materialului matematic poate fi stabilită după numărul de sarcini rezolvate de elev într-o anumită perioadă de timp, precum și după timpul de care au nevoie diferiți elevi pentru a rezolva aceeași problemă. Trăinicia de asimilare a materialului este stabilită de rezultatele așa-numitelor „verificări amânate”, care relevă acea parte din sarcinile analizate anterior pe care elevul o poate rezolva la moment. Profunzimea asimilării este determinată de faptul dacă elevul este capabil să transforme pentru propriile nevoi procedeele de învățare, demonstrate mai devreme de profesor. Nu se consideră că toate aceste caracteristici (viteză, profunzime, trăinicie) sunt obligatorii, prezența unui singur indicator este dovadă a abilităților matematice dezvoltate.

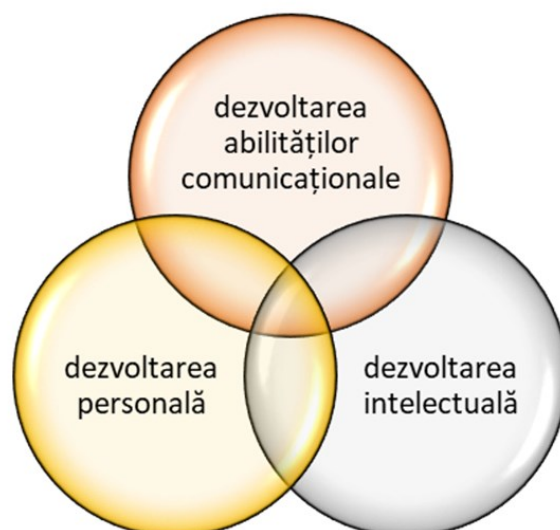
Academicianul Markushevich A. I., evidențiind caracteristicile de bază ale persoanelor care dețin reprezentări cantitative și spațiale dezvoltate, a subliniat următoarele calități ale gândirii și caracterului, formate în procesul unei educații matematice calitative [10]:

- 1) capacitatea de a elucida esența problemei, făcând abstracție de la detalii neesențiale (capacitatea de a abstractiza);
- 2) capacitatea de a construi o astfel de schemă a fenomenului, în care se păstrează doar ceea ce este necesar pentru interpretarea matematică a întrebării, și anume: relații de apartenență, relații de ordine, mărimi și măsură, poziționare spațială (capacitatea de a schematiza), ceea ce presupune, la rândul său, simplificarea formulării inițiale a întrebării cu ajutorul unei ipoteze de lucru adecvate;
- 3) capacitatea de a deriva consecințe logice din premise date (gândirea deductivă);
- 4) capacitatea de a analiza o problemă dată, extrăgând cazuri particulare din aceasta, de a distinge între momentele în care cazurile particulare epuizează toate posibilitățile și când reprezintă doar exemple care nu acoperă toate cazurile posibile;
- 5) capacitatea de a aplica concluziile obținute din raționamentul teoretic în cazuri concrete și de a compara rezultatele cu ceea ce a fost „estimat sau presupus teoretic”, de a evalua impactul varierii condițiilor asupra fiabilității rezultatului;
- 6) capacitatea de a generaliza concluziile și de a formula noi întrebări într-o manieră generalizată.

Deși A. I. Markushevich a subliniat că nu a pretins că oferă o reflectare exhaustivă a problemei, caracterizarea trăsăturilor gândirii matematice propusă de el s-a dovedit a fi una dintre cele mai informative [9].

Cum și-a imaginat Kolmogorov educația eficientă a abilităților matematice? În opinia sa, talentul matematic se dezvoltă spontan la o vârstă fragedă. Fără o îndrumare înțeleaptă, duce inevitabil la o întârziere a purtătorului său în adaptarea socială, creând probleme de natură psihologică și socială în viitor. Prin urmare, este important să identificăm copiii supradotați în timp util și să creăm condiții pentru ca aceștia să-și îmbunătățească abilitățile matematice, ajutând la socializare. Kolmogorov credea că „natura dezvoltării matematice, realizată după cele mai moderne rețete prin studierea timpurie a teoriei mulțimilor și algebrei, până la vârsta de 10-13 ani, poate fi înlocuită cu succes de o educație generală a perspicacității și activitatea mentală intensă. Dar întârzierea în asimilarea logicii stricte și a aptitudinilor matematice speciale la vârsta de 14-15 ani este deja greu de compensat” [8, p. 104].

În opinia noastră, calitățile elevului capabil de performanțe înalte se conturează la interacțiunea proceselor educaționale pe domeniile de dezvoltare intelectual, personală și de comunicare. Copiii supradotați pot fi foarte diferiți și vor crește foarte diferiți, dar educația în această manieră va influența formarea unei personalități armonios dezvoltate (Figura 1).



**Figura 1. Mediul de învățare**

La nivel mondial sunt recunoscute câteva forme de intervenție educațională sau „strategii” generale care vizează copiii dotați și supradotați: accelerarea studiilor, gruparea în clase speciale, adaptarea curriculară (curriculum diferențiat), amplificarea (îmbogățirea extracurriculară) și altele [1, p. 119].

Accelerarea studiilor necesită decizii administrative pentru flexibilizarea perioadei școlare și reducerea duratei unor cicluri de învățământ. Aceste măsuri se pot lansa la cererea părinților copilului, cu acordul acestuia, respectându-se mai multe rigori. Gruparea în clase speciale necesită, în primul rând, resurse financiare suplimentare.

Acțiunea de modernizare a conținuturilor matematice trebuie să fie însoțită de elaborarea unor studii științifice care să satisfacă rigorile matematice și legile psihologice ale actului uman de cunoaștere, ce se desfășoară în psihicul fiecărui copil/adolescent.

La baza procesului de dictatizare stau unele principii care nu sunt doar niște fraze ușor acceptabile din punct de vedere logic, ci reflectă într-un mod diferențiat realitatea școlară:

- flexibilizarea conținuturilor care permite extinderea, aprofundarea, accelerarea, reorganizarea, compactarea, un ritm flexibil de învățare, abordări interdisciplinare și experiențe de învățare transcurriculare;
- flexibilizarea la nivel de proces, care să promoveze creativitatea și gândirea critică, oportunități de învățare prin descoperire, ce ar permite libertatea de alegere a traseelor de învățare;
- diversificarea produselor/rezultatelor, care să încurajeze învățarea autentică, să susțină exprimarea creativă, să solicite termene realiste de învățare, să includă probleme de mare interes din lumea reală, să includă evaluări adecvate, să încurajeze utilizarea metodelor moderne de prezentare;

- flexibilizarea mediului de învățare, care să ofere oportunități pentru învățământul informal, să stimuleze independența și gândirea complexă, să ofere un mediu ambiental stimulat, să susțină asumarea riscurilor, să stimuleze învățarea centrată pe elev, să deruleze programe de mentorat în baza colaborării cu instituțiile de învățământ superior.

Didactizarea conținuturilor matematice și organizarea învățării trebuie să satisfacă cerințe precum:

1. Sistemul deductiv, riguros matematic al conținuturilor, trebuie să fie însoțit de indicații de ordin euristic, precum și de indicații privind modul matematic de gândire.
2. Indicațiile euristice și metodologice incluse în suporturile didactice trebuie separate cu claritate de expunerea matematică.
3. Studiul individual trebuie să preceadă, nu numai să succedă lecția profesorului.
4. Deținerea competențelor matematice se va verifica atât prin probe scrise, cât și prin probe orale.
5. Studiul individual va presupune asumarea învățării autoreglate.

Metacogniția și abordările de autoreglare ale predării îi sprijină pe elevi să se gândească la propria învățare mai explicit, adesea prin predarea unor strategii specifice pentru planificarea, monitorizarea și evaluarea învățării lor.

Învățarea autoreglată prevede trei componente esențiale:

- cunoașterea – procesul mental implicat în cunoaștere, înțelegere și învățare;
- metacogniție – adesea definită ca „învață să înveți”;
- motivație – dorința de a ne angaja abilitățile metacognitive și cognitive.

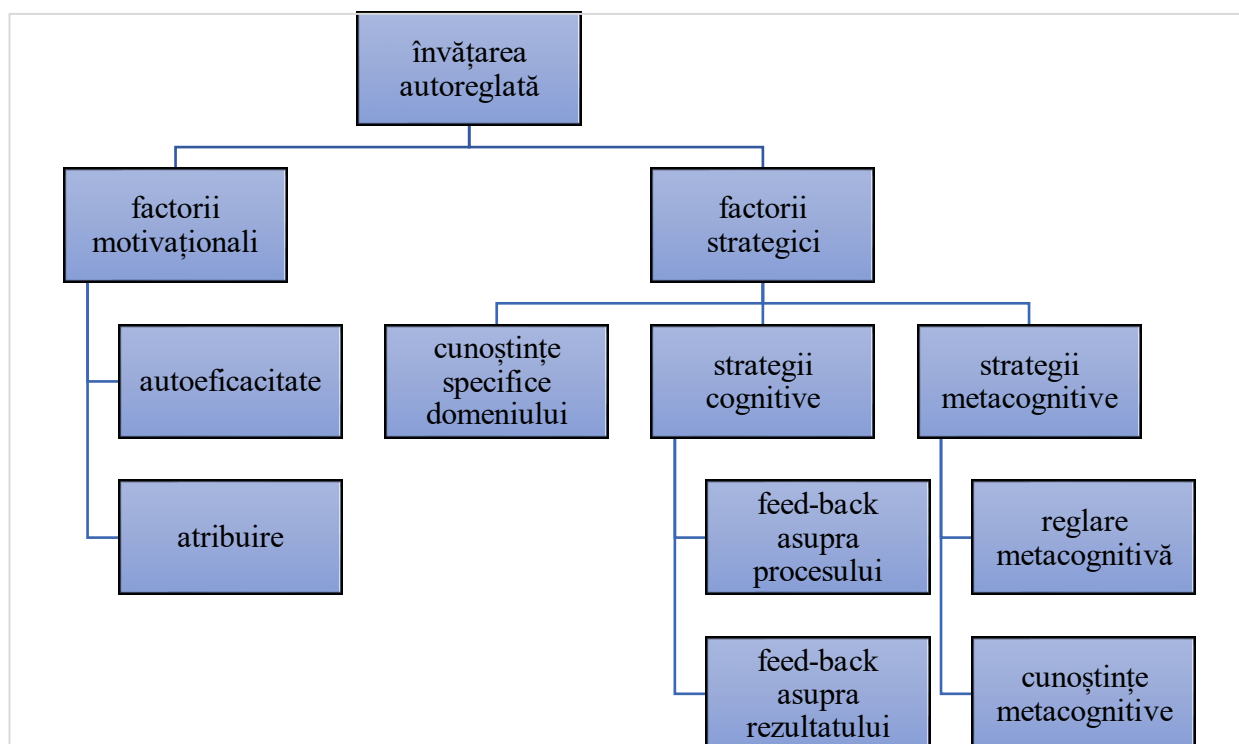
Intervențiile didactice sunt de obicei concepute pentru a oferi elevilor un repertoriu de strategii din care să aleagă și a forma abilitatea de a selecta cea mai potrivită strategie pentru o anumită sarcină de învățare.

Metacogniția îi ajută pe elevi să devină elevi independenți. Practicile metacognitive îi ajută să-și monitorizeze propriul progres și să preia controlul asupra învățării lor în timp ce citesc, scriu și rezolvă probleme. Metacogniția aduce o contribuție unică la învățare peste influența capacității intelectuale. Elevii care folosesc strategii metacognitive sunt capabili să obțină mai mult. Cercetările arată că îmbunătățirea practicilor metacognitive ale unui elev poate compensa orice limitări cognitive pe care le au.

Componenta de *autoreglare* este prezentă în acest domeniu, deoarece abilitățile autoreglatorii reprezintă unele din cele mai importante prerechizite ale studiului individual. Ele au un dublu rol:

- 1) dezvoltarea uneia dintre cele mai importante calități umane, respectiv capacitatea de gestionare și control a propriilor gânduri, motive, experiențe emoționale și comportamente;
- 2) un important set de prerechizite necesar ajustării la solicitările pieței muncii aflată într-o perpetuă dinamică și transformare.

Schraw și Brook [apud. 3] grupează factorii determinanți ai autoreglării în două mari categorii: factori motivaționali și factori strategici (Figura 2).



**Figura 2. Factorii învățării autoreglate**

În acest context putem nominaliza un set de metafore provocatoare pentru elevii care ezită să își asume învățarea autoreglată:

- ✓ Nu este niciodată prea târziu. Indiferent câți ani ai sau câte oportunități ai ratat până acum, nu este niciodată prea târziu să iei o decizie și să ai un nou început.
- ✓ Acțiunea este superioară inacțiunii.
- ✓ Nu există momentul “perfect”. Dacă aștepti momentul perfect, uită de el – nu există așa ceva. Doar fă!
- ✓ Nu există un plan perfect. Există cu siguranță niște defecte în planul tău – dar acestea sunt în fiecare plan.
- ✓ Pe rând, câte un pas. Nu încerca să faci totul odată. Redu totul la pași mărunți.
- ✓ “Într-o bună zi” este chiar astăzi. Dacă vrei să fii asemenea majorității, folosește cuvintele “într-o bună zi” și cel mai probabil nu vei ajunge la ea...

- ✓ Ziua de astăzi este singurul lucru pe care îl poți controla. Uită ce ai făcut ieri. Astăzi este ceea ce contează.
- ✓ Nimic mareț nu se întâmplă peste noapte. Munca și răbdarea sunt prietenii tăi.
- ✓ Odată ce vei începe, va fi mai ușor.

## Concluzii

Didactizarea informației științifice într-un ansamblu de elemente de cunoaștere prelucrate și adaptate la stadiile de vârstă ontogenetică a elevilor este preponderent prerogativa autorilor de manuale, profesorului revenindu-i misiunea de a proiecta metodologiile didactice și de a armoniza mediul predării cu mediul învățării [2, p.197]. Problema selectării conținuturilor învățării de către profesor a devenit majoră la etapa contemporană, deoarece s-a produs răsturnarea priorităților în sistemul de finalități educaționale. Repoziționarea atitudinilor în capul listei de finalități conduce la necesitatea centrării procesului educațional pe subiectul ce învață. Profesorul prelucrează și adaptează permanent elemente de cunoaștere din știința fundamentală la posibilitățile, aptitudinile și interesele elevilor, adică se ocupă de transpunerea didactică a conținuturilor selectate, filtrate, reinterpretate.

Științific, se face o construcție logică, care să satisfacă independența, noncontradicția și completitudinea. Un conținut matematic trebuie să fie ulterior aprofundat și completat.

Didactic, construcția matematică trebuie să folosească numai acele raționamente, acele deprinderi și metode de a gândi, pe care elevii le stăpânesc și care să-i conducă, în plus, la deprinderea altora, într-o evoluție continuă și firească a gândirii lor matematice.

*Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare*

## Bibliografie

1. BENITO, Y. *Copiii supradotați. Educație, dezvoltare emoțională și adaptare socială*. Iași; Polirom, 2003. 192 p.
2. DE LANDSHEERE, V.A. și G. *L'éducation et la formation*, P.U.F., Paris, 1992.
3. DRĂGAN, A.-M.-I. Învățarea autoreglată. În: *Analele Universității “Constantin Brâncuși” din Târgu Jiu, Seria Științe ale Educației*, Nr. 2/2013. pp. 100-128.
4. MASOOMA, A. Al-M.; ABDULLA, E. et. Analysing Mathematical Abilities of High School Graduates. In: *Sustainability and Resilience Conference* <https://knepublishing.com/index.php/Kne-Social/article/view/3101/6544#info>

5. TELEUCĂ, M.; LUPU, I.; SALI, L. Transpunerea didactică a conținuturilor pentru dezvoltarea gândirii matematice. In: *Revista Acta et commentationes. Științe ale Educației*. Nr. 1. 2012.
6. ГНЕДЕНКО, Б. В. Развитие мышления и речи при изучении математики / Б. В. Гнеденко // *Математика в школе*. 1991. № 4. с. 3 – 9.
7. КОЛМОГОРОВ, А.Н. *Математика - наука и профессия*. М.: Наука, 1988.
8. КОЛМОГОРОВ, А.Н. О развитии математических способностей (Письмо В.А. Крутецкому) În: *Вопросы психологии*. 2001. №3. с. 103-106.
9. МАРКУШЕВИЧ, А. И. Об очередных задачах преподавания математики в школе. In: *На путях обновления школьного курса математики*. М.: Просвещение, 1978. с. 3 – 27.
10. МАРКУШЕВИЧ, А. И. Преподавание в школе естественно-математических наук и формирование научного мировоззрения. *Математика в школе*. 1976, № 2, с. 10 – 16.