

FOLCLORUL MATEMATIC PROBLEME POPULARE

Ionel TATARU, director ŞG Paltin

Coordonator Centrul Metodic Paltin a profesorilor de matematică

<https://orcid.org/0000-0002-4415-7873>

Judeţul Vrancea, România

Abstract. În oameni, din strămoşi străvechi, se practică o anumită specie de frământare a minţii omului interesat să-şi antreneze pricepera şi plasticitatea gândirii sale pentru a rezolva situaţii problematice destul de des atestate în viaţa de zi cu zi. Printre acestea este destul de des atestată problema populară legată de cele mai variate şi diverse situaţii cotidiene ale omului.

Folclorul matematic este o bogăţie imensă a oamenilor din care problemele populare constituie o mică parte. Sunt perle, fiecare dintre ele constituind o parte din calitatea cea mai preţioasă a unui popor – înţelepciunea lui, care educă ea însăşi cea mai bună latură – gândirea logică impecabilă.

Cuvinte cheie: Folclor, probleme non-standard, matematică populară, logică.

Abstract. In the people, from ancient ancestors, a certain species of turmoil of the mind of man interested in training the skill and plasticity of his thinking to solve problematic situations quite often attested in everyday life is practiced. Among them is quite often attested the popular problem related to the most varied and diverse everyday situations of man.

Mathematical folklore is an immense wealth of the people of which folk problems constitute a small part. They are pearls, each of them constituting a part of the most precious quality of a people – its wisdom, which educates itself the finest side – impeccable logical thinking.

Keywords: Folklore, non-standard problems, folk mathematics, logic.

*Necunoscând trecutul, este imposibil de a distinge
adevăratul sens al prezentului şi scopul viitorului.*

*Aceste adevăruri, desigur, se referă
şi la matematică.*

Înţelepciune populară

Stimaţi participanţi la şedinţele actualei Conferinţe ŞTEAM sunt bucuros a Vă saluta călduros din Vrancea. Astăzi, fiind delegat din partea colegilor vrânceni din cadrul Proiectului MFF de a Vă prezenta o descriere succintă a unei culegeri nu prea des întâlnită în practica de lucru a unui cadru didactic, cu atât mai mult la un profesor de matematică, care după părerea multor oameni este destul de seacă şi plictisitoare. Lucrarea concepută de mai mulţi profesori din RM şi Vrancea este pe faza finală şi, sperăm, va fi o lucrare unică în acest domeniu, constituind o punte reală clară dintre viaţa cotidiană şi matematica ştiinţă. Lucrarea se va numi „*Folclorul Matematic. Probleme Populare*”. Este, după părerea autorilor, o lucrare care valorifică tezaurul înţelepciunii poporului, de multe ori nescris (şi aici este şi vina noastră, că nu am dat atenţie la această bogăţie neestimată a poporului şi multe dintre ele se pierd, urmând să dispară fără urmă), datorită noastră este

de a aplica în practica noastră de lucru ceea ce este destul de apropiat de experiența de viață a tinerei generații – folclorul în care ne-am format ca personalitate, apoi de valorificat ceea ce a mai rămas neevaluat în popor, în deosebi, la generația de vârstă a treia, care mai țin minte multe lucruri sfinte și acestea de pus pe hârtie. E clar că *Folclorul Matematic* este destul de variat, conținând: parabole, cimilituri, zicale, proverbe, numărători, frământări de limbă, ghicitori, poezii etc. și doar o muncă colectivă uniți de același crez poate culege (*după vorbele lui Alexei Mateevici*) piatra neestimată ca mai apoi să fie apreciată la justa valoare. Ceea ce astăzi este cules și stocat în cartea dată este doar o parte infimă din tot tezaurul care există actualmente.

În popor din moși strămoși este practică o anumită specie de frământare a minții omului cointerestat de antrenarea dibăciei și plasticității gândirii sale de a rezolva situații problematice destul de des atestate în viața zi de zi. Printre aceste este destul de des atestată problema populară legată de cele mai variate și diverse situații cotidiene ale omului.

Aceste probleme, destul de frecvent întâlnite în popor, sunt de cele mai variate, avansate și sporite potenții de dificultate, dar poartă haina captivantă și destul de bine camuflată a umorului și inventivității folclorului ce face ca legenda subiectului să fie ușor memorizată. Ele pășesc alături de povești, povestiri amuzante, parabole, proverbe, ghicitori și alte creații populare. Însă sarcina de bază a acestor probleme nu este doar a distra și amuza, dar și pentru a verifica competența persoanelor de a cugeta fin, rațional și creativ, precum și a nivelului de descoperire și inventivitate.

Aceste probleme, de regulă, nu au un anumit autor din care cauză călătoresc prin popor de la o persoană la alta. O astfel de formă ne permite a le numi populare sau probleme folclorice. Până la acest moment acest tip de probleme a rămas neevaluat, adică a rămas în afara atenției specialiștilor cum a celor din tagma folcloriștilor așa și a matematicienilor, pe când forța lor educațională este imensă. Doar niște probleme cât se poate de simple sunt uneori discutate în jurnale de specialitate sau broșuri de popularizare a matematicii. Aceste probleme ocupă un loc modest în imensa moștenire folclorică din cauză că mulți dintre culegătorii de folclor nu au studii profunde în domeniul matematicii, studii, care le-ar permite să vadă acea perlă neestimată, care este camuflat ascunsă în legenda problemei, acel fin și interesant text care poate fi creat doar de un astfel de geniu cum este poporul, deoarece și în astfel de probleme, sunt atestate uneori texte destul de complicate, soluționarea căror necesită cunoștințe matematice serioase și profunde, competențe și experiență de rezolvare.

Este curios, că unele probleme folclorice pot fi atestate la cele mai diverse popoare din cele mai îndepărtate între ele civilizații ale lumii cum istoric așa și geografic. De exemplu: problema de a trece peste râu de către un țăran a trei lucruri: capra, varza și lupul, având o barcă, care permite a traversa râul cu țăranul și încă un obiect dintre cele trei: capra, varza sau lupul, pe care noi românii o considerăm problema noastră, este atestată cel puțin

în Școala Palatină (*anii 800 e.n.*) de pe lângă Curtea lui Carol cel Mare al Franței, dacă nu și ceva mai vechi; problema cu referire la cele 100 de găște într-o altă ipostază este atestată cum la ruși (*în cartea lui Leontii Magnițki*), așa și la egipteni (*i.e.n.*), precum și în Școala lui Pitagora. Legendele problemei pot varia, însă ideea de bază este una și aceeași.

În cazul problemei folclorice este necesar de a înregistra cele mai variate variante și anume de indicat diferențele dintre texte și de indicat ce anume a determinat această modificare și care este rostul acestei modificări, dacă folcloristul la moment o vede, dacă nu – trebuie de lăsat așa cum a depistat-o și de la cine a fost culeasă problema dată. Cu alte cuvinte, fiecare problemă populară își are istoria sa și soarta sa în mod individual, caracteristic doar ei.

Clasificarea acestor probleme ce constituie un sistem unitar compus ce reflectă proprietăți generale sau relații dintre cele mai variate mulțimi de obiecte după anumite criterii: probleme după linia de rudenie, probleme după distribuirea în mod egal a unei entități numerice într-un număr concret de părți, probleme de moștenire după anumite criterii și reguli, probleme cu referire la prețuri și relații financiare etc. Aproape toate problemele de creativitate populară se referă la proprietățile și relațiile dintre mulțimile de obiecte reale, care pot fi modelate cu ajutorul noțiunilor matematice: numere, figuri, relații, funcții, ecuații, algoritmi etc. Soluționarea unui astfel de tip de probleme reflectă într-o măsură oarecare cele mai diverse și variate aplicații conștientizate la concret sau neconștientizate ale unor cunoștințe matematice. Aceste obiecte reale și relațiile dintre ele sunt foarte tipice pentru realitățile din toate zilele ale poporului, după cum și din cele mai diverse timpuri. În aceste probleme lipsește uneori abstractul, cea mai mare caracteristică a problemelor matematice. Trebuie de atras atenție la unele metode de soluționare a problemelor folclorice care, uneori sunt indicate. Astfel de indicații reflectă înțelepciunea populară, finețea gândirii logice, creativitatea și inventivitatea, în plus, fără a folosi careva cunoștințe matematice fundamentale serioase.

Este bine de a cunoaște formele stilistice și lingvistice ale problemelor populare, ceea ce le creează o formă specifică de popularitate și atractivitate. În unele probleme este caracteristic dialogul, în altele forma lingvistică, care este caracteristic pentru povești, în altele ceva ieșit din comun... Aceste caracteristici au fost transmise de la o generație la alta, fără a ține cont de evoluțiile lingvistice. Problemele populare bazate pe material folcloric au o mare diversitate cum în raport cu relațiile lingvistice și în situațiile din viața cotidiană, așa și în raport cu nivelul de dificultate precum și a nivelului cunoștințelor și competențelor matematice necesare pentru soluționarea lor cu succes.

În popor, se utilizează, ca mijloc de educație intelectuală, astfel de forme de raționament logic ca probleme-glumă, probleme-ghicitori sau probleme populare. Astfel de probleme erau atestate la șezători și alte ocazii când se aduna multă lume, mai ales tineretul, constituind uneori tematica unor adevărate serate cu competiții de istețime și de

cugetare logică. Astfel de probleme se prezintă ca simple exerciții de calcul aritmetic, doar că condițiile problemei poartă o formă amuzantă, dar care dă de gândit. Deși cu o circulație mai restrânsă, problemele populare, împreună cu ghicitorile, constituiau un impunător material prețios de antrenament mintal în perioada, când școala nu putea să ajungă la masele largi și să atingă acele valențe de activitate nestingherită de comunicare ca întrunirile semenilor și atmosfera liberă de cugetare amuzantă. În clasificarea noastră problemele ce au devenit populare le vom accepta în următoarea divizare: probleme-joc, probleme aplicative, probleme logice și probleme populare de creativitate complexă, alături această clasificare este acceptată în raport de efortul logic depus, de raționamentul efectuat, dar poate fi ordonată și altfel: după subiectul care este pus în discuție.

Calea de a spori creativitatea și activismul elevilor în cadrul activităților matematice, atât în cadrul orelor, precum și a activităților extra-curriculare, constă în altoirea acestora a unor procedee euristice de cugetare cognitivă caracteristice folclorului acestui obiect important pentru fiecare personalitate intelectuală. Totodată, din punct de vedere a educației unei personalități creative, este important, ca în structura activităților de cugetare cognitivă a elevilor pe lângă competențele algoritmice (aptitudini și deprinderi), fixate prin reguli standard, formule și procedee de operare, să apară/asiste și procedee euristice cum de ordin general așa și de caracter concret popular practic. Posesia a unor astfel de tehnici didactice este necesară pentru o coordonare individuală creativă și critică, o activitate independentă în procesul de soluționare a problemelor, precum și a educării, formării și dezvoltării unei creativități cercetătoare performante, aplicând cunoștințele achiziționate în cele mai noi, neobișnuite și non standard situații.

Este necesar de a da într-o formă cât mai succint posibilă (uneori, poate doar informativă) o caracteristică a celor mai importante procedee euristice, care corespund unui stil performant de cugetare matematică; de a evalua conținuturile unor tipuri speciale de probleme, orientate spre dezvoltarea competențelor logic-lingvistice a elevilor, precum și a indica particularitățile metodologiei de operare cu problemele, predestinate pentru educarea și altoirea la elevii cointeresați a procedeelelor de lucru independent asupra unor fragmente modeste de prelucrare a teoriei conținuturilor matematice studiate.

Expunerea unei lucrări care ar evalua folclorul matematic sub forma unui chestionar didactic-metodic, poate ajuta profesorul de matematică, cât mai lejer să se orienteze în conținuturile prezente. Problemele sunt prezentate, după posibilitate și ideea didactic-metodică a autorilor, cu răspunsuri, indicații și rezolvări (autorii insistă, ca cei ce vor consulta cartea, anume în această ordine și să procedeze: mai întâi consulte răspunsul după ce a rezolvat de sine stătător problema; apoi iarăși mai revede cele scrise de el însuși; dacă tot întâmpină greutăți sau răspunsul nu corespunde, apoi consultă compartimentul respectiv la indicații și doar, ca ultima speranță și posibilitate apelează la indicațiile autorilor prezentate în lucrare) care sunt aduse la nivelul realizărilor școlare. Anume astfel, cel care

va lucra sistematic cu prezenta prelucrare didactic-metodică, poate distinge performanța dorită de a obține capacități de a lucra independent și creativ. Cartea de față nu este o lucrare obișnuită ci prezintă un dicționar orientativ didactic-metodic a celor mai importante probleme practice din cele mai variate perioade ale evoluției societății umane, orientate spre dezvoltarea capacităților creative mintale ale elevilor, procedee care au înfruntat veacuri, trecând o cale a evoluției lor calitative. Ele au fost selectate din cele mai notorii surse istorice ale creațiilor matematice de la cele mai evoluat și performante civilizații ale lumii din antichitate și până la epoca contemporană.

Materia propusă poate fi folosită în mod eficient în cadrul orelor de matematică la toate ciclurile, precum și a temei pentru acasă sau lucrul diferențiat cu elevii dotați. Un lucru sistematizat și ordonat a profesorului de matematică cu elevii în cadrul orelor poate contribui substanțial cum la o însușire cât mai accesibilă și motivat fundamentată, așa și a unei însușiri a competenței de a aplica în practica sa a celor mai performante procedee euristice de soluționare a problemelor. Practica de lucru a multor profesori de matematică a demonstrat, că în procesul de soluționare a astfel de probleme se creează cele mai favorabile condiții și posibilități de a stimula activitatea individuală-independentă a elevilor, ca să-și manifeste inițiativa și individualitatea, să-și dezvolte potențialul creativ. Este remarcabil și faptul că varianta de soluționare a unei probleme indicată nu este definitorie ca o dogmă, ci doar ca un mijloc de cugetare și rezolvitorul are destulă arie de creativitate și modalități de a fi inventiv. Este doar o propunere și, poate, o modalitate de a ilustra aplicarea unui anumit procedeu euristic și nu ca indicarea celei mai raționale căi de soluționare.

În studierea matematicii și întregul proces educațional problemele ocupă un loc deosebit, deoarece ele constituie obiectivul primordial, mijlocul de instruire și dezvoltare educațională matematică a elevilor. Performanța de a rezolva probleme este un indice de estimare a cunoștințelor și competențelor celor instruiți. Din aceste considerente, în conformitate cu problematica dezvoltării competențelor matematice ale elevilor, o importanță de prim plan revine didacticii de a aplica o metodologie cât mai performantă de a învăța elevii de a rezolva probleme. Una din aceste încercări este cartea eminentului pedagog matematician D. Polya „*Cum de rezolvat o problemă*” în care pentru întâia oară apare un sistem de întrebări, orientate spre dezvoltarea la elevi a unor deprinderi euristice de a rezolva probleme. Și în didactica sovietică cu referire la particularitățile activităților de cugetare în procesul de căutare a unei căi de soluționare a problemelor a fost elaborat un sistem de mijloace, orientate la dezvoltarea inițiativei creative și a unui atașament de abordare creativă în acțiunile sale. În această activitate se disting trei momente, când procesul de cugetare a elevului destul de profund pătrunde în esența conținutului și activitatea mintală atinge cea mai înaltă încordare – aceasta este *analiza condițiilor din enunțul problemei, o cercetare preventivă a ei și încercarea de a aplica un anumit*

procedeu cunoscut deja de soluționare. Ghidarea la un anumit mod de cugetare, care corespunde unui dintre aceste momente, se realizează pe calea întrebărilor speciale de ghidare spre realizarea scopului propus, caracterul și forma cărora nu se fixează din timp, ci se determină pe parcursul procesului de soluționare în raport de situațiile care apar.

Descoperind în fața elevilor posibilitatea de a studia din cele mai diverse puncte de vedere procesul de soluționare, se creează condiții favorabile pentru afișarea capacităților și aptitudinilor lor individuale. Așadar în acest mod se vede izvorul nesecat de dezvoltare a inițiativei creatoare a elevilor, care poartă numele de euristică, este concepută, ca o metodă/strategie de studiu, precum și de cercetare, bazată pe descoperirea de fapte noi – o artă de a duce o dispută cu scopul de a descoperi adevărul. Este o tehnologie didactică performantă care servește la descoperirea unor cunoștințe noi. Ea se aplică, de obicei, în domeniul educațional-instructiv, a metodelor de descoperire și de invenție. Euristica modernă tinde de a distinge procesul soluționării problemelor, anume a acelor operații de cugetare, care în mod predominant se adevăresc a fi utile în acest proces. Datele sale forte, ea le împrumută din cele mai variate surse, nici unul dintre care nu trebuie de ignorat. La o studiere cât mai serioasă și profundă a euristicii trebuie de ținut cont de fundalul ei atât logic, precum și psihologic, utilizând raționamentele și cugetările a astfel de matematicieni renumiți și cunoscuți, ca: Paap, Descartes, Pascal, Leibnitz, Boltzano ș.a., cu referire la întrebarea pusă în discuție, și totodată, desigur, nu trebuie de ignorat experiența personală liberă de oricare superstiții. Euristica trebuie să fie bazată precum pe baza experienței personale de soluționare a problemelor, așa și pe observațiile sau urmărirea după modalitatea, cum alții soluționează problemele. Studiind euristica nu trebuie de ignorat nici un tip de probleme; trebuie de depistat și de descoperit esența generală a aceia, ce se află în tratarea celor mai diverse probleme, trebuie să tindem de a descoperi acel general, care se află în soluționarea oricărei probleme, indiferent de conținutul pe care-l are. Studiarea euristicii are scopuri „*practice*”. Cea mai performantă intuire/înțelegere a naturii operațiilor de cugetare: *observare, concretizare, generalizare, comparare, analogie, inducție, deducție, idealizare ș.a.*, care au cea mai eficientă pondere în cadrul soluționării problemelor, poate indica și o influență pozitivă asupra întregului proces instructiv-educativ, inclusiv, în procesul studierii matematicii.

Când noi lucrăm intens, reacționăm fin la succesele obținute: ne inspirăm, când ne mișcăm înainte în procesul de rezolvare a problemei rapid și cu succes; suntem depresați, când lucrul ne stopează sau ne mișcăm înainte cu greu. Ce este esențial pentru mișcarea înainte și atingerea performanțelor în procesul de soluționare a problemelor? Încercând a ne da osârdia de a soluționa o problemă, pe rând cercetăm cele mai diverse ale ei aspecte, deoarece în cercetarea euristică este foarte important de a reface cât mai diversificat conținutul problemei puse în discuție. Conținutul problemei poate fi modificat prin: a) *descompunere și alcătuirea a unor combinații noi* (poate și a unei probleme reciproce) a

elementelor ei fundamentale; b) *reîntoarcerea la definițiile unora dintre noțiunile ce se conțin în conținutul enunțului*; c) se poate apela la *generalizare, concretizare/specializare și analogie*. Modificarea conținutului ne poate conduce spre niște elemente ajutătoare sau descoperirea unei probleme ajutătoare a cărei soluționare este mult mai accesibilă.

Este bine de deosebit trei tipuri de probleme: a) probleme de *calcul* (de a determina ceva); b) probleme de *demonstrat*, și c) probleme de *construcție*. În toate aceste probleme notările adecvate și desenele figurilor geometrice acordă un ajutor destul de important și esențial.

Uneori este important de a intui rezultatul sau de a ne folosi de niște cugetări preliminare, fără a le amesteca cu cele finale și exacte, lăsând loc pentru cugetările rezolvitorilor. Alteori trebuie de cercetat unele scheme logice posibile cu legături dintre date și necunoscute. Euristica cercetează comportamentul rezolvitorului în procesul de soluționare a problemei și pune ca obiectiv determinarea legităților generale a acelor procese, care au loc la soluționarea oricăror probleme, indiferent de conținutul pe care-l au. Un cunoscător al matematicii după ce se va face cunoscut cu problemele și soluțiile lor expuse în lucrare, va putea fără mare efort să adauge exemple din practica personală de lucru, pentru a clarifica pentru sine doar întrebările ilustrate de autori în baza unor exemple elementare.

Bibliografie

1. COJOCARU, I.; CALMUȚCHI, L.; MARCHITAN, D.G.; GHERMAN, G.; TATARU, I. *Matematica populară. Ediția a doua*. Chișinău: Pulsul Pieții, 2022. 306 p.
2. COJOCARU, I.; GHERMAN, G.; TATARU, I. *Matematica gimnazială. Cercul la matematică. Clasa a V-a*. Focșani: 2018. 198 p.
3. COJOCARU, I. *Metode euristice de rezolvare a problemelor matematice*. Chișinău: Pulsul Pieții, 2015. 313 p.
4. БАРВИН, И. И.; ФРИБУС, Е. А. *Старинные задачи*. Москва: Просвещение, 1994. 129стр.
5. ГУМЕЛЬ, Р.З. *Из истории основных математических понятий*. Ярославль: ЯГПУ, 1997. 157 с.
6. ФУШЕ, А. *Педагогика математики*. Москва: Просвещение, 1969. 128 с.
7. ЧИСТЯКОВ, В. Д. *Старинные задачи по элементарной математики*. Минск: Вышэйшая школа, 1978. 3-е издание, 270 с.