CZU: 514.7 DOI: 10.46727/c.steam-2023.p118-122

CONSTRUCȚIA CURBELOR DE ORDINUL DOI PRIN METODA DREPTUNGHIULUI

Natalia NEAGU, dr., conf. univ.
https://orcid.org/0000-0003-3944-3688
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”

Rezumat. În acest articol va fi prezentată construcția curbelor de ordinul doi (elipsa, hiperbola și parabola) prin metoda dreptunghilui. Acestă metodă constă în determinarea unui număr necesar de puncte, unirea cărora să reprezinte curba de ordinul doi de o suficientă precizie și poate fi utilizată în predarea cursului universitar *Geometria analitică în plan*, la studenții specialităților: Matematică și informatică și Informatică și mtematică. Totodată astfel de metode vor fi utile la scrierea tezelor de licență legate de geometrie.
Cuvinte cheie: curbe de ordinul doi, elipsă, hiperbolă, parabolă, metoda dreptunghiului.

Abstract. In this article will present the construction of second order curves (ellipse, hyperbola and parabola) by the rectangle method. This method consists in determining a necessary number of points, the union of which represents the second-order curve with sufficient precision and can be used in the teaching of the university course Analytical geometry in the plane, for students of the specialties: Mathematics and Computer Science and Mathematics and Computer Science. Moreover, such methods will be useful for writing undergraduate theses related to the modeling problems of geometry.
Keywords: second order curves, ellipse, hyperbola, parabola, rectangle method.

Introducere

Curbele de ordinul doi, sunt liniile ce se definesc printr-o ecuație de gradul doi în raport cu două variabile, care au fost descoperite în sec. XVII-lea, sub impulsul cercetărilor lui Johannes Kepler în astronomie și ale lui Galileo Galilei în mecanică (elipsa în primul caz și parabola, în cel de al doilea). Aceste figuri geometrice înregistreză o excepție în construcția reprezentării geometrice a ecuațiilor canonice, iar în baza proprietăților acestor curbe, sau inventat diverse metode eficiente de construție: metoda general, metoda dreptunghiului, metoda tangentelor, etc. [1].

În acest articol va fi prezentată metoda dreptunghiului de construcție a curbelor de ordinul doi (elipsa, hiperbola și parabola), care se axează nemijlocit pe definiția curbelor respective și proprietăților caracteristice acestor curbe.

Elipsa

Metoda dreptunghiului, în cazul elipsei, ne reprezintă un dreptunghi în care se construiește o elipsă cu o suficientă precizie. Deci este necesar să cunoaștem lungimile axelor, care vor fi lungimea și lățimea dreptunghilui [2].

Se construiește un dreptunghi $EFGH$ [5], unde

$$[EF] = 2a, \text{ iar } [FG] = 2b.$$

Acest dreptunghi se secționează în patru dreptunghiuri identice

$$EAOC, AFDO, CHBO, BODG,$$

încât

$$[AE] = [AF] = [BG] = [BH]$$

și

$$[CE] = [DF] = [DG] = [CH].$$

Cu alte cuvinte construim axele elipsei și anume AB (semiaxa mică) și CD (semiaxa mare).

Se analizează fiecare din cele patru dreptunghiuri secționate. Fie dreptunghiul $EAOC$, laturile $[EC]$ și $[OC]$ se împart în același număr de părți egale, în funcție de precizia cerută la construcția elipsei.

Notăm punctele de divizare de pe segmentul $[OC]$ prin P_i (i=1..n), iar de pe segmentul $[EC]$ prin R_i ($i = \overline{1,n}$), respectând ordinea notării: începem de la punctul E spre punctul C și respectiv de la punctul O spre punctul C.

Din punctul A se duc semidrepte prin toate punctele R_i ($i = \overline{1,n}$) de pe segmentul $[EC]$.

Respectiv, din punctul B se duc semidrepte prin toate punctele P_i ($i = \overline{1,n}$) de pe segmentul $[OC]$.

Punctele de intersecție formate de aceste semidrepte sunt puncte ale elipsei (fig. 1).

Astfel, obținem o secțiune de elipsă, însă pentru a trasa întreg contur al elipsei, se procedează în mod similar și cu celelalte dreptunghiuri. În rezultat, vom obține o elipsă de suficientă precizie.

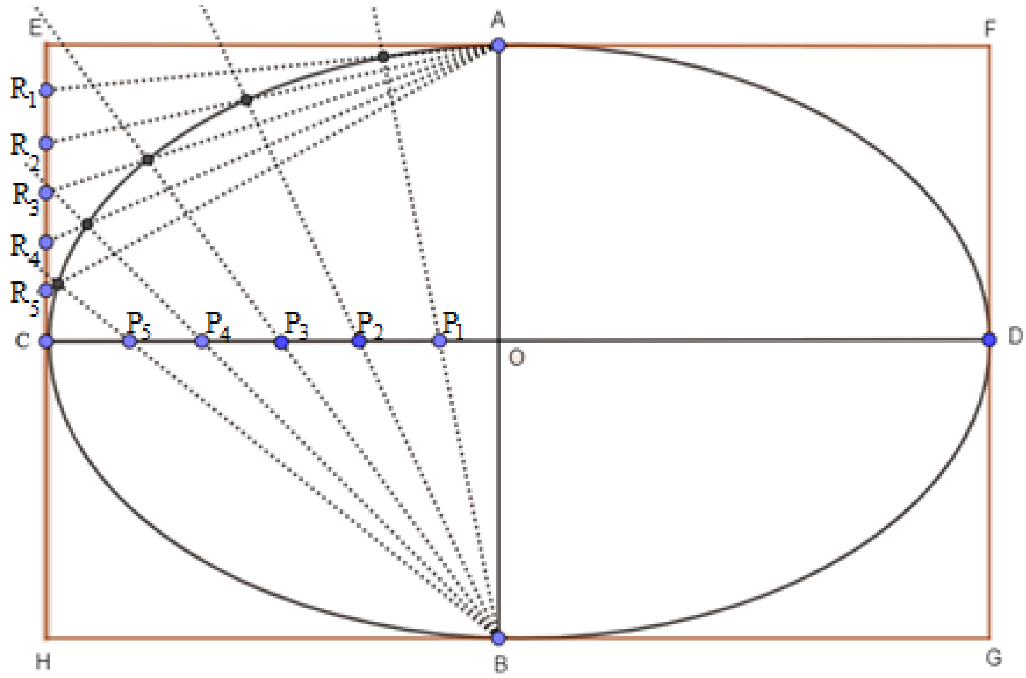

Figura 1. Construirea elipsei prin metoda dreptunghiului

Remarca 1. Evident, cu cât numărul de diviziuni este mai mare, cu atât construcția va fi mai reușită și mai exactă.

În particular, dacă în loc de dreptunghi vom lua un pătrat, atunci, utilizând procedeul descris mai sus, vom obține nu o elipsă, dar un cerc.

Hiperbola

Construcția hiperbolei poate fi realizată cu ajutorul unui pătrat/dreptunghi, a cărui două laturi alăturate să reprezinte asimptotele hiperbolei [6].

Fie pătratul/dreptunghiul $A_1B_1CD_1$, dreptele (CD_1) și (B_1C) vor servi în calitate de asimptote ale hiperbolei, punctul A_1 un vârf al hiperbolei, iar punctul C, punctul de intersecție a asimptotelor - originea.

Construim semidreptele $[CD_1)$, $[CB_1)$, $[D_1A_1)$ și $[B_1A_1)$.

Pe simidreapta $[D_1A_1)$ se fixează un număr suficient de puncte i, fie punctele $E_i\ (i = \overline{1,n})$.

Unind punctele E_i cu originea C, obținem punctele

$$F_i = (E_iC) \cap (B_1A_1), (i = \overline{1,n})$$

(în figura 2, nu sunt indicate toate punctele F_i, deoarece aglomerează construcția).

În baza punctelor E_i, A_1 și F_i, construim dreptunghiuri și obținem punctele $G_i\ (i = \overline{1,n})$

$$G_i = (E_iG_i) \cap (F_iG_i)$$

încât

$$(E_iG_i)||(A_1B_1)$$

și

$$(F_iG_i)||(A_1D_1).$$

Analog, pe simidreapta $[B_1A_1)$ se fixează un număr suficient de puncte (i), fie punctele $H_i\ (i = \overline{1,n})$ și se repetă algoritmul de mai sus.

În rezultat se obțin punctele $I_i\ (i = \overline{1,n})$. Unind punctele I_i, A_1 și G_i, obținem o ramură a hiperbolei.

Pentru a construi cea de a doua ramură este necesar să construim un pătrat/dreptunghi $A_2B_2CD_2$, identic pătratului/dreptunghiului $A_1B_1CD_1$, încât punctul D_2 să fie simetricul punctului D_1 față de punctul C, iar punctul B_2 să fie simetricul punctului B_1 față de același punct.

Repetând procedeul descris pentru prima ramură, obținem ramura a doua a hiperbolei, sau determinăm punctele simetrice punctelor I_i, $G_i\ (i = \overline{1,n})$, față de punctul C – punctul de intersecție a asimptotelor.

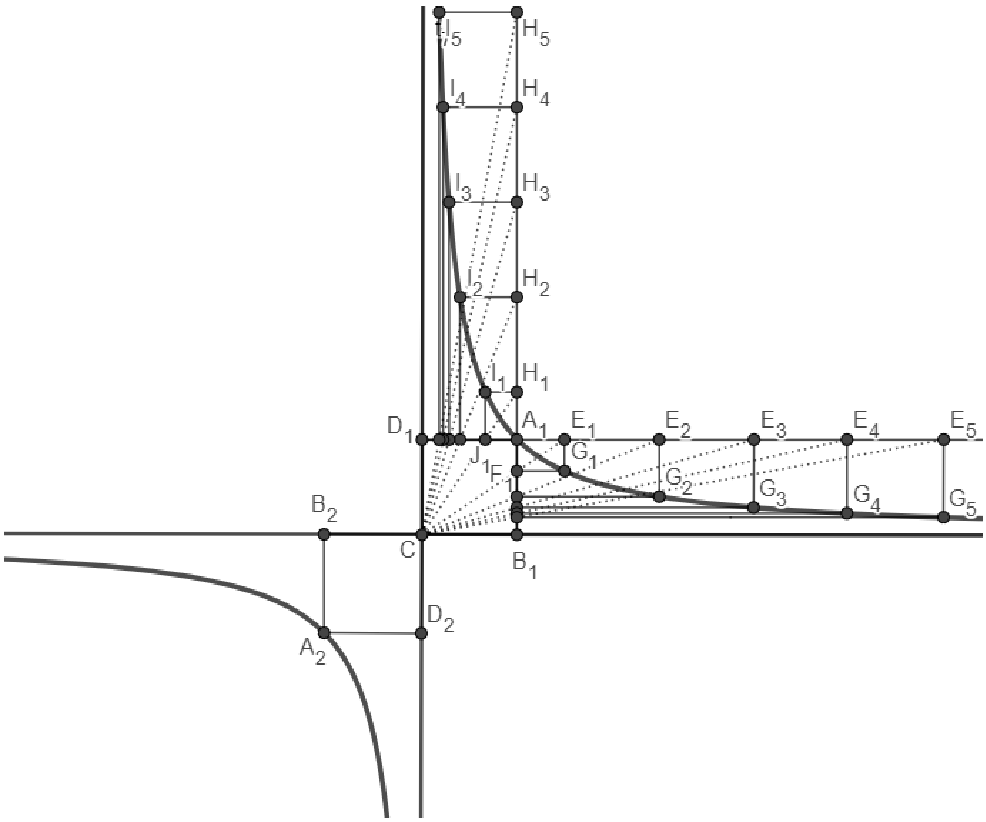

Figura 2. Construirea hiperbolei prin metoda dreptunghiului

Parabola

Metoda dreptunghiului constă în constuirea unui dreptunghi, $ABCD$, astfel încât, punctele A și B să fie puncte ale parabolei, iar vârful V, să fie mijlocul laturii CD (figura 3) [7].

Latura AD se împarte într-un număr suficient de segmente egale n, fie punctele E_i $(i = 1..n)$, astfel încât

$$[AE_4] = [E_4E_3] = [E_3E_2] = [E_2E_1] = [E_1D].$$

Construim segmentele $[VE_i]$ $(i = 1..n)$.

Fixăm punctul O, astfel încât

$$[AO] = [OB].$$

Împărțim segmentul $[AO]$ în același număr de segmente egale ca și segementul $[AD]$ și fixăm punctele F_i $(i = 1..n)$, astfel încât

$$[AF_4] = [F_4F_3] = [F_3F_2] = [F_2F_1] = [F_1O].$$

Ducem paralele la (VO) prin punctele F_i $(i = 1..n)$, astfel încât

$$G_i = (F_iG_i) \cap (E_iV) : (F_iG_i) || (OV) \quad (i = 1..n).$$

Analog, determinăm și câteva puncte în dreptunghiul $BCVO$. În rezultat, unind aceste puncte, vom obține o porțiune din parabolă.

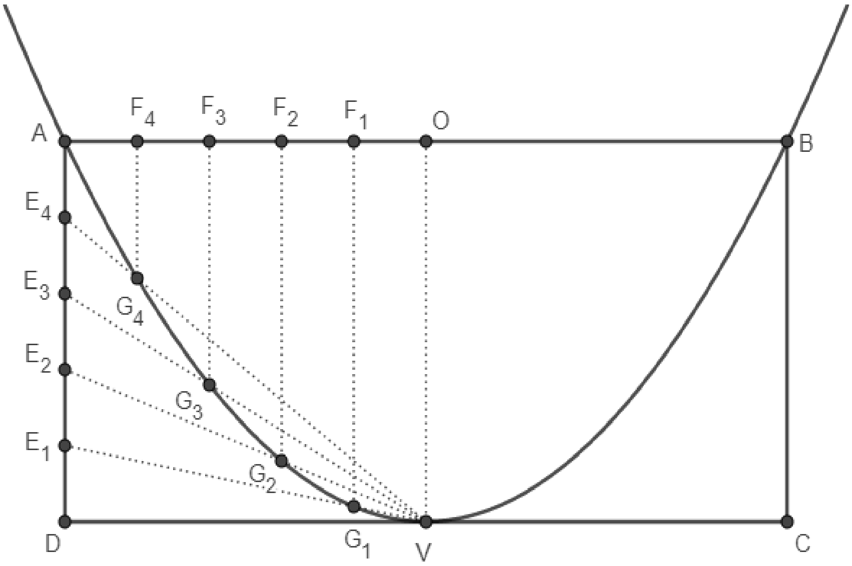

Figura 3. Construirea parabolei prin metoda dreptunghiului

Bibliografie

1. IANCĂU, V. ş.a. *Reprezentări gemetrice de desen tehnic*, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.
2. *Desen tehnic de construcții*, Matrix Rom, Bucureşti, 166 p.
3. FETCU, D. *Elemente de geometrie analitică și diferențială*, Iași: Casa Editorială Demiurg, 2009, 340 p.
4. KIRÁLY, A. *Geometrie discriptivă și desen tehnic, Mega, Cluj-Napoca, 2016, 270 p. (accesat 21 septembrie 2023). Disponibil pe internet:* https://desen.utcluj.ro/2016-GD+DT-KIRALY.pdf
5. How To Draw Ellipse By Rectangle Method *(accesat 10 septembrie 2023). Disponibil pe internet:* https://www.youtube.com/watch?v=iCF5TjLINQY
6. How to draw hyperbola in engineering drawing and graphics solved problem 1 *(accesat 12 septembrie 2023). Disponibil pe internet:* https://www.youtube.com/watch?v=bqwgCDX-XPI
7. Parabola by Rectangular Method | Parabola by Oblong Method *(accesat 15 septembrie 2023). Disponibil pe internet:* https://www.youtube.com/watch?v=GQKnQx1WTHQ