

MĂRIMI CARACTERISTICE CURENTULUI ALTERNATIV ASPECTE MATEMATICE

Serghei MAFTEA, dr. științe fizico-matematice

<https://orcid.org/0000-0001-9497-2967>

Academia „Ștefan cel Mare” a MAI, Chișinău, RM

Rezumat. Articolul este orientat spre prezentarea de aspecte matematice, precum sunt valori ale funcțiilor, formule, reprezentarea grafică a funcțiilor și alte elemente specifice, care pot fi aplicate în reliefaarea legăturii existente cu ramura fizicii ce se proiectează în mărimi caracteristice curentului alternativ monofazat și nu numai.

Cuvinte cheie: matematică, educație STEM/STEAM, trigonometrie, tensiune, flux.

Abstract. The article is oriented towards the presentation of mathematical aspects, such as function values, formulas, drawing graphs of functions and other specific elements, which can be applied in highlighting the existing link with the branch of physics that is projected in sizes characteristic of single-phase alternating current and not only

Keywords: mathematics, STEM/STEAM education, trigonometry, voltage, flux.

Educația STEM/STEAM este o abordare educațională care integrează știința, tehnologia, ingineria, matematica și artele, fiind direcționată pe dezvoltarea abilităților de gândire critică, rezolvare de probleme și rezolvare creativă a problemelor. Matematica și fizica sunt două discipline STEM esențiale pentru dezvoltarea acestor abilități atât din perspectiva limbajului necesar științei și ingineriei, cât și din cel al necesității de a studia fenomene și realități ale naturii.

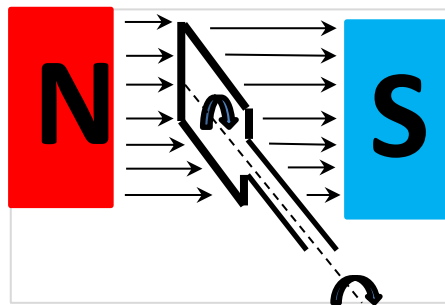
Educația STEM prin matematică poate ajuta elevii să dezvolte abilitățile de gândire critică, rezolvare de probleme și rezolvare creativă a problemelor. Această abordare educațională poate pregăti elevii pentru succes în carierele STEM, precum și în alte domenii.

Exemplele de activități de educație STEM propuse în continuare pentru a fi implementate la lecțiile de matematică vizează dezvoltarea de competențe privind lucrul cu modelarea matematică a unui sistem fizic, rezolvarea de probleme matematice cu caracter aplicativ și desigur privind formarea de atitudini ce promovează luarea de decizii matematice.

Alegerea evidențierii conexiunii dintre fizică și matematică prin subiectul curentul alternativ este relaționat și de faptul că acesta este utilizat pe scară largă în aplicații electrice și electronice. Curentul alternativ fiind sursa de alimentare standard pentru majoritatea dispozitivelor electrice și electronice. Curentul alternativ este un curent electric al cărui sens se schimbă periodic, spre deosebire de curentul continuu, al cărui sens este unidirecțional. Forma de undă uzuală a curentului alternativ este sinusoidală

cea ce induce legătura cu matematica și prin intermediul trigonometriei. Acest tip de curent este caracterizat de mai multe tipuri de mărimi precum tensiunea electromotoare, fluxul magnetic, amplitudinea, pulsația, faza etc.

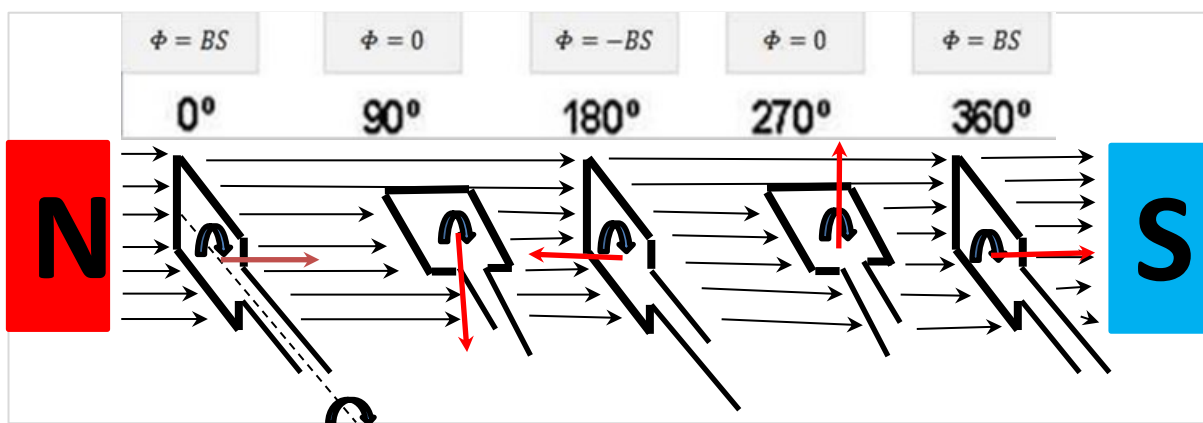
În vederea explicării practice a curentului alternativ se prezintă exemplul prin care se obține un curent alternativ numit curent alternativ monofazat. În acest sens, este considerat efectul obținut la plasarea unei spire într-un câmp magnetic omogen și situația când viteza unghiulară, cu care spira se rotește în jurul unei axe perpendiculare pe direcția liniilor de câmp magnetic (linii imaginare, care au rolul de a descrie câmpul magnetic și care sînt întotdeauna linii închise, fără început sau sfârșit) este ω . Ca urmare a aplicării legii inducției electromagnetice (Faraday), se obține o *t.e.m. alternativă* sinusoidală, deci și curentul respectiv este alternativ.



Pentru a evidenția relația dintre geometria suprafețelor intersectate, liniile câmpului magnetic și inducția magnetică se folosește noțiunea de *flux magnetic*. Determinarea fluxului magnetic permite de a putea vorbi despre configurația spațială a câmpului magnetic. Fluxul magnetic, în cazul în care unghiul dintre planul spirei și un plan perpendicular pe liniile de câmp magnetic (normala la planul liniilor de câmp magnetic) formează unghiul α , inducția magnetică este B, iar S este suprafața delimitată de spirală, se determină prin formula:

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Din punct de vedere al matematicii acest exemplu generează mai multe probleme ce pot fi discutate și cercetate cu elevii la disciplina Matematica clasa a 10 în cadrul lecțiilor de sinteză. Astfel, în vederea aplicării proprietăților funcțiilor trigonometrice se poate discuta despre cazul *când fluxul magnetic care străbate suprafața delimitată de spirală, are valoarea maximală, minimală etc.*

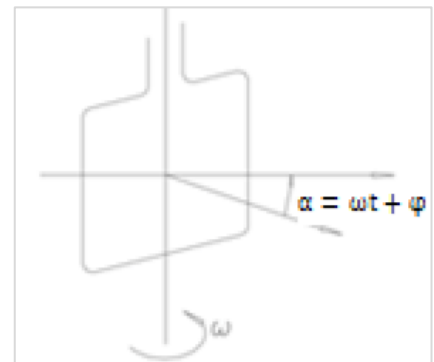


Aici, intervin cunoștințele despre domeniul de valori al funcției cosinus și faptul că măsura unghiului α , în situația examinată, este cuprinsă între 0 și 2π . În aceste condiții, bazându-se pe valorile funcției cosinus, elevii, pentru măsura unghiului, trebuie să aleagă valorile corespunzătoare zero. Așadar pentru $\alpha=0$ se obține $\cos \alpha=1$. Ca urmare $\Phi = BS$ și această valoare este notată prin Φ_m .

Acest rezultat, din punct de vedere al geometriei, implică că fluxul magnetic care străbate suprafața delimitată de spiră obține valoarea maximală atunci când normala la planul spirei coincide cu direcția liniilor de câmp magnetic.

O altă problemă ce poate fi abordată în cadrul lecției de matematică, referitor la subiectul discutat, ține de **obținerea formulei pentru fluxul magnetic în condiția prezentată, cea de rotație a spirei cu o careva viteză unghiulară ω** .

În această situație, presupunând că viteză unghiulară ω , cu care se rotește spira, este constantă, elevii trebuie să genereze relația care ar exprima măsura unghiului α în dependență de timp și anume: $\alpha = \omega t + \varphi$, unde t este un oarecare moment de timp, φ este unghiul format, la momentul inițial de timp $t = 0$, între normala la planul spirei și direcția liniilor de câmp magnetic. Ca rezultat, se obține următoarea formulă: $\Phi(t) = \Phi_m \cos(\omega t + \varphi)$.



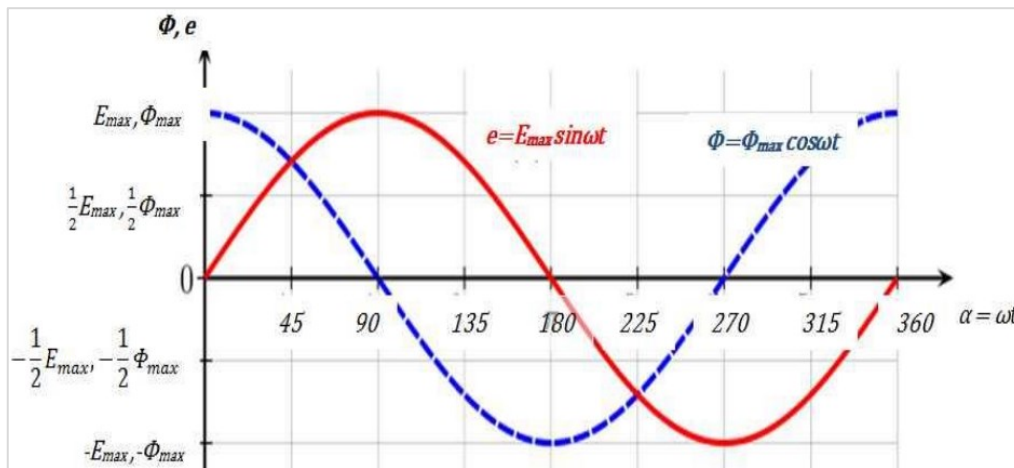
O altă mărime ce caracterizează curentul alternativ monofazat este tensiunea electromotoare indusă, care se obține din formula: $e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$, unde $E_m = \omega \Phi_m$.

Problema care poate fi formulată este următoarea: **Să se determine măsura unghiului α pentru care inducția electromotoare indusă este maximală și respectiv minimală.**

Elevii folosind proprietățile funcției sinus apreciază că valoarea maximală se obține pentru $\alpha = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$, valoarea nulă pentru $\alpha = k\pi, k \in Z$ și valoarea minimală $\alpha = \frac{3\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$. Deci, $E_m = \omega \Phi_m$ reprezintă valoarea maximală, fiind numită și **amplitudine** a tensiunii electromotoare alternative.

O altă problemă ce poate fi propusă și care este necesară pentru a consolida cunoștințele de reprezentare a graficelor funcțiilor trigonometrice este: **Să se reprezinte schematic graficul fluxului magnetic ce străbate suprafața spirelor circuitului și a tensiunii electromotoare timp de o perioadă (o rotație completă de 360 de grade) pentru cazul $\varphi=0$.**

Pornind de la formulele $\Phi(t) = \Phi_m \cos(\omega t + \varphi)$, $e(t) = E_m \sin(\omega t + \varphi)$ și $E_m = \omega \Phi_m$ problema se reduce la reprezentarea grafică pentru $\Phi(t) = \Phi_m \cos \omega t$ și $e(t) = E_m \sin \omega t$.



De asemenea, în contextul acestei probleme se pot formula diverse alte sarcini, care servesc inclusiv pentru evidențierea a diferite alte aspecte ale fizicii prin intermediul cunoștințelor matematice:

- Stabiliți defazajul dintre tensiunea electromotoare și fluxul magnetic (este defazat cu $\frac{\pi}{2}$)
- Stabiliți modulul raportul dintre valoarea tensiunii electromotoare și fluxul magnetic (este egal cu ω).
- Care este funcția cu ajutorul este descrisă *tensiunea electromotoare indusă* într-o rotație completă a spirei (se spune că aceasta are o *variație sinusoidală*).
- Stabiliți numărul care reprezintă de câte ori se modifică sensul tensiunii electromotoare și deci a curentului indus în circuitul exterior (se modifică de 2 ori, deoarece în prima jumătate a perioadei tensiunea electromotoare indusă are o anumită polaritate și curentul în circuitul exterior va avea un anumit sens; în a doua jumătate a perioadei tensiunea electromotoare indusă are sens opus și curentul va circula în circuitul exterior în sens invers. Ca urmare tensiunea generată în acest fel va fi o mărime alternativă sinusoidală).

Prin „mărime sinusoidală” se înțelege o mărime alternativă a cărei expresie analitică are ca factor funcția „sinus”, fiind prezentată de formula de forma: $x(t) = X_m \sin(\omega t + \varphi)$, unde: X_m este valoarea maximală (aceasta este numită și amplitudinea semnalului); ω este viteza unghiulară de rotație (aceasta este numită și pulsație); φ este faza inițială, $\omega t + \varphi$ este argumentul sau faza semnalului.

Pornind de la prezența unui curent alternativ într-un circuit și de la *formulele legii lui Ohm* pentru intensitatea curentului generat în circuit se obține formula:

$$i(t) = \frac{e(t)}{R + r} = I_m \sin(\omega t + \varphi),$$

iar pentru tensiunea din circuit se obține:

$$u(t) = i(t)R = U_m \sin(\omega t + \varphi).$$

I_m și U_m reprezintă valorile maxime corespunzătoare mărimilor respective.

Problema care poate fi propusă se referă la aplicarea formulelor de transformare a produsului în sumă și este următoarea: ***Se considerăm un circuit prin care trece curentul $i(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi_2)$ și în care unui dipol liniar i se aplică tensiunea sinusoidală $u(t) = \sqrt{2}U \sin(\omega t + \varphi_1)$. Să se determine puterea instantanee a dipolului.***

Soluția inițial este demarată de la formula prin care se exprimă legătura dintre mărimile *putere, intensitate și tensiune*, care este $p(t) = i(t)u(t)$. De asemenea, este necesar ca elevii să aplice formulele trigonometrice în vederea exprimării produsului dintre sinus. Se obține

$$p(t) = 2UI \sin(\omega t + \varphi_2) \sin(\omega t + \varphi_1) = UI \cos(\varphi_2 - \varphi_1) - UI \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2).$$

Prin prezentarea acestor aspecte ale matematicii în vederea susținerii înțelegerii și însușirii de mărimi caracteristice asociate curentului alternativ sîntem în fața fundamentării conceptului de transdisciplinaritate ca element de bază în educația STEM/STEAM. Acesta din urmă fiind un concept care implică colaborarea și integrarea ideilor, metodelor și conceptelor din diferite domenii, în acest caz matematică și fizică, pentru a aborda probleme complexe sau pentru a dezvolta înțelegerea într-un mod cât mai cuprinzător și temeinic. În ceea ce privește transdisciplinaritatea în matematică și fizică, cele prezentate se referă mai degrabă la *fizica matematică*. Fizica matematică fiind o platformă care se concentrează pe dezvoltarea și aplicarea tehnicilor matematice pentru a rezolva probleme din fizică. Aceasta implică adesea utilizarea conceptelor matematice pentru a dezvolta modele matematice ale fenomenelor fizice, a efectua calcule, precum și pentru analize teoretice. Prin urmare, impulsivitatea fizicii matematice este o direcție unde se dezvoltă domeniul transdisciplinar al matematicii, fizicii și tehnicii. Această model de integrare a matematicii cu fizica este un alt exemplu de posibilitate de educație STEM în cadrul orelor de matematică. Ca urmare se poate în cadrul orelor de sinteză de aprofundat cunoștințele matematice prin aplicarea acestora în cadrul problemelor propuse de domeniile fizicii și tehnicii, acestea evidențiat și bazîndu-se pe utilizarea matematicii în vederea dezvoltării de modele, teorii și soluții la problemele propuse de fizică, totodată ajutînd astfel la extinderea cunoașterii în ambele domenii.

Concluzii

Includerea de probleme care vizează mărimi caracteristice ale curentului alternativ, este o modalitate eficientă de a implementa educația de tipul STEAM, prin aceasta se produce trecerea de la cunoașterea de fenomene și realități ale fizicii, precum și de la cunoștințe matematice privind diferite compartimente ale matematicii, la elemente din viața cotidiană aferente acestora. Această abordare este necesar de a fi utilizată în cadrul orelor de matematică și prin prisma alinierii la principiul calității, principiul relevanței și

desigur principiul centrării educației pe beneficiarii, stipulate în Codul Educației al Republicii Moldova.

Bibliografie

1. Codul Educației al Republicii Moldova, nr. 152 din 17.07.2014. În: Monitorul Oficial al Republicii al Moldova, 2014, nr. 319-324.
2. ACHIRI, I. Matematica și educația steam: aspecte transdisciplinare. În: *Materialele Conferinței științifice internaționale „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale”* dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol GREMALSCHI, V. I, p.25, 282.
3. MAFTEA, S. Idealul educațional și misiunea educației prin prisma conceptului STEAM. În: *Materialele Conferinței științifice international „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale”* dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol GREMALSCHI, V. I, p. 114.
4. MAFTEA, S. *Inițiere în trigonometrie*. Chișinău: Departamentul Editorial-Poligrafic al Academiei „Ștefan cel Mare”, 2021.