

**METODOLOGIA STUDIERII GEOMETRIEI
GIMNAZIALE PRIN CONȚINUTURI PRACTICE APLICATIVE**

Laurențiu CALMUȚCHI, doctor habilitat, profesor universitar

<https://orcid.org/0000-0001-6665-7927>

Ion COJOCARU, doctor în științe pedagogice, conferențiar universitar

<https://orcid.org/0000-0002-5107-614X>

Catedra Algebră, Geometrie și Topologie, UPSC

Rezumat. În acest articol se aduc unele recomandări didactico-metodice referitor la studierea geometriei gimnaziale prin conținuturi practice aplicative.

Cuvinte –cheie: Problemă practc-aplicativă, rezolvarea problemei, competență matematică, activitatea elevului.

Abstract. In this article we bring some didactic-methodical recommendations regarding the study of secondary school geometry through practical applicative contents.

Keywords: Practical-applicative problem, solving the problem, mathematical competence, student activity.

Modificările în sistemul de învățământ public în țara noastră în conformitate cu legea/codul învățământului în care se vorbește despre consolidarea legăturii dintre școală și viață, precum și despre dezvoltarea de mai departe a învățământului în contextul integrării europene, necesită avansarea procesului educațional matematic spre orientarea acestui proces cât mai aproape de practica cotidiană. O atenție deosebită cere dezvoltarea competențelor matematice practice ale elevilor, în particular, în studiul geometriei, deoarece acest compartiment al matematicii gimnaziale este cel mai abstract, dat totodată, el constituie puntea firească de legătură logică a întregii matematică preuniversitare de realitățile vieții cotidiene.

În documentele școlare sunt prevăzute astfel de activități, dar clar și explicit în manuale, nu sunt reflectate, ceea ce diminuează cu mult fundamentele motivaționale ale studierii matematicii preuniversitare. Este necesar de a atrage atenția la suplinirea acestui gol, prin care autorii vin cu elaborarea actualei lucrări.

Multe din însărcinările propuse nu sunt noi, ci abandonate și uitate, la care autorii atrag atenția cuvenită. Prin însărcinări cu conținut practic aplicativ vom înțelege acele lucrări și exerciții efectuate de către elevi în cadrul orelor de matematică în clasă, pe teren, precum și în cadrul activităților de acasă, cu ajutorul instrumentelor de construcții, de măsurat sau a unor aparate și procedee simple în colectiv sau independent.

Sarcinile didactice propuse pentru lucrul practic aplicativ în matematica gimnazială în clasele a V-a – a IX-a (634 sarcini didactice sub formă de probleme și lucrări practice: clasa a V-a – 129, clasa a VI-a – 63, clasa a VII-a – 112, clasa a VIII-a – 166, clasa a IX-a – 164, în plus, la fiecare clasă sunt propuse, cel puțin, câte 108 sarcini didactice orale,

în total 477 ore de cunoștințe aplicative la ciclul matematicii gimnaziale; rezultă că în total lucrarea cuprinde 1101 sarcini didactice cu aplicare practică) au fost elaborate, discutate și cercetate cu studenții și cadrele didactice respective în cadrul activităților practice ale Catedrei Didacticii Matematicei, Fizicii și Informaticii a Universității de Stat din Tiraspol (cu sediul în Chișinău) sub conducerea metodiștilor: Hariton A., Cojocaru I. pe parcursul orelor de curs și a profesorilor școlari pe parcursul activităților în cadrul practicii pedagogice a studenților. Aceste lucrări sub formă de secvențe sunt propuse de a fi practicate pe parcursul studierii materiei în cadrul orelor programate la matematica gimnazială în conformitate cu curriculumul actual. Însărcinările cu conținut practic aplicativ propuse dau posibilitatea de a ajusta compartimentul teoretic al conținutului matematicii gimnaziale la practica realității cotidiene și de a reda matematicii un sens logic practic-aplicativ. În rezultatul cercetărilor practice aplicative asupra figurilor și corpurilor geometrice, a noțiunilor abstracte matematice și a diverselor variante practice de transformare și modelare a lor elevii mult mai conștient, fundamentat și logic motivat însușesc materia de studiu, capătă deprinderi practice de aplicare a cunoștințelor teoretice și competențe matematice necesare de a contempla cât mai real și adecvat reprezentările spațiale și relațiile cantitative din mediul ambiant, precum și a obține o reală motivație a studierii matematicii, ca unul dintre cele mai importante componente ale educației intelectuale a unei personalități dezvoltate multilateral și în corespundere cu cerințele și necesitățile științei și tehnicii moderne, activității eficiente în cele mai diverse domenii ale economiei și științei în continuă dezvoltare. Aceste însărcinări cu conținut practic aplicativ contribuie substanțial la formarea unei cosmografii adecvate cu referire la structura reală a universului omului modern. Materia expusă este menită pentru un studiu practic aplicativ mai aprofundat a noțiunilor matematice studiate în clasele a V-a – a IX-a din gimnaziu. În rezultatul intercalării studiului conținuturilor teoretice conform programului prestabilit de curriculumul actual la matematică și a însărcinărilor practice aplicative ale variațiilor lor propuse de autori, elevii însușesc mai conștient materia de studiu, ceea ce sporește cu mult motivația de învățare a matematicii gimnaziale.

Recomandările didactico-metodice sunt elaborate în conformitate cu conținuturile propuse în Curriculumul Național Gimnazial la Matematică, dar cu care autorii nu sunt de acord completamente. În ediția a doua a acestei lucrări, ce va urma peste câțiva ani, autorii vor propune o variantă posibilă logică de studiere a conținuturilor afiliate compartimentului de noțiuni din geometrie fuzionate în materia matematicii gimnaziale. Autorii nu sunt de acord cu abordarea actuală a studierii matematicii pe conținuturi separate și pledează pentru o abordare armonios îmbinată între ele a tuturor conținuturilor matematice fără a fi observată în mod subliniat care noțiune din care compartiment al matematicii aparține – de cel de aritmetică, algebră sau geometrie [4]. Este necesar de a elabora un conținut consistent al matematicii gimnaziale fuzionat cu noțiuni din toate compartimentele fără a fi observate din care compartiment fac parte, care ar satisface

aceste cerințe, propuneri înaintate de eminentul matematician, geometru de o valoare incontestabilă, germanul Felix Klein [7].

Felix Klein – marele geometru și specialist în didactica matematicii, care a inițiat necesitatea reformei matematice în școala de cultură generală încă la trecerea barierei dintre secolul XIX și XX prin prevederile Programelor de la Erlangen și Meran, a atras atenția la prioritățile necesare de a fi respectate ca niște lucruri sfinte: în clasele primare de apelat de fiecare dată la practica vieții copilului (la experiența de viață proprie a copilului), la metode intuitive, ilustrative; în clasele gimnaziale – la metode practic deductive, iar în clasele mari – la metode abstract deductive. Dar și în clasele mari, eminentul savant menționa, *dacă este posibilitatea de a apela la intuitivitate, apoi trebuie de făcut așa ceva de fiecare dată când apare momentul*. Dar noi, cu părere de rău, sau nu dispunem de timp, sau considerăm că nu este momentul. Tot odată Felix Klein a înaintat ideea de a realiza o fuziune între toate compartimentele matematicii și de a avea o singură disciplină – matematica. Cum a decurs această fuziune suntem cu toții martori.

Introducerea în geometrie a noțiunii de grup a schimbat în mare măsură domeniul matematicii. Eminentul matematician german Felix Klein în 1872 a contrapus fiecărui compartiment din geometrie un anumit grup și a declarat ca problemă prioritară a geometriei constă în studierea proprietăților grupelor corespunzătoare. În continuare ideile lui Klein și Li s-au adeverit a fi destul de fertile pentru cele mai variate despărțituri a matematicii și fizicii matematice, în deosebi pentru fizica cuantică modernă.

Însărcinările constituie acel mijloc didactic, fără de aplicarea cărui nu se poate obține o însușire temeinică, conștientă, clară a conținuturilor de învățare, o dezvoltare și educare multilaterală, un atașament al elevilor la o muncă intelectuală conștientă și creativă. O dozare corectă a conținuturilor, a rolului și locului fiecărei însărcinări matematice în educația matematică, constituie o cerință esențială față de sistemul de însărcinări la geometria gimnazială. Sistemul de însărcinări la fiecare temă din conținuturile studiate nu trebuie să fie ca ceva izolat, ci trebuie să fie legat temeinic cu materia problematică, să contribuie la soluționarea principalelor obiective educaționale, instructive, dezvoltative, prevăzute în curriculumul actual. Însărcinările trebuie să ia în considerație particularitățile individuale ale elevilor, în particular nivelul lor de pregătire, capacități, competențe, capacitatea de muncă. Din aceste considerente astfel de însărcinări trebuie să fie realizate în grupuri de elevi omogene după componența lor.

În procesul de lucru la realizarea însărcinărilor elevii trebuie să mănuiască în mod competent cele mai variate instrumente: rigle, benzi, raportor, șubler, micrometru, pantograf, paletă, scară, compas etc. Este bine de a-i instrui de a se folosi de cele mai variate procedee și mijloace de calcul: tabele, nomograme, rigle de calcul, microcalculator etc. Elevii trebuie să aleagă de sine stătător ce instrument și ce modalitate de a calcula este mult mai eficientă în fiecare caz aparte, pentru a obține rezultatul scontat, fie exact, fie aproximativ și să aplice corect regulile calculului aproximativ.

Elevii trebuie să capete deprinderi de a se folosi corect de sursele informaționale necesare în fiecare caz aparte: manual, literatură informațională de specialitate, tabele, internet, ce contribuie la dezvoltarea deprinderilor de a lucra în mod individual și independent, un mare spor către pregătirea de a activa performant în opera mare de autoinstruire și profesionalism.

Este necesar de a sublinia importanța diversității însărcinărilor practice nu doar după conținut, ci și în conformitate cu obiectivele lor instructiv-educative orientative. În acest context pot fi sistematizate însărcinări de următoarele tipuri:

- 1) **preliminare**, care se realizează cu scopul de a-i cunoaște pe elevi, cu utilajul/rechizitele și cele mai simple procedee de lucru cu ele;
- 2) **ilustrative**, necesare pentru a-i cunoaște pe elevi cu unele figuri/modele aparte, cu proprietățile lor, cu situații geometrice;
- 3) **de antrenament**, care sunt predestinate pentru fortificarea proprietăților deja studiate, corelarea faptelor, proprietăților și evenimentelor, precum și orientarea spre obținerea unor deprinderi de a construi, reprezenta, prezenta și demonstra;
- 4) **de cercetare**, orientate spre căutarea practică a unor proprietăți noi, care mai apoi vor fi fundamentate logic;
- 5) **creative**, legate de construirea ilustrării geometrice, de crearea în baza proprietăților geometrice a unor aparate și mecanisme;
- 6) **de generalizare**, baza cărora constituie sistematizarea și generalizarea cunoștințelor teoretice, a metodelor construcțiilor/modelarilor, reprezentărilor/imaginilor, măsurărilor, prezentărilor sub forma unor serii statistice.

După destinația sa instructivă însărcinările cu conținut practic aplicativ se împart în trei grupe: *pregătitoare, de bază și aplicative*.

- Cu ajutorul *însărcinărilor cu conținut practic pregătitoare* se reactualizează acele întrebări care sunt necesare pentru studierea materiei noi, se pune problema instructivă de inițiere în problema dată într-o formă accesibilă copiilor.
- În timpul activităților de lucru asupra soluționării *însărcinărilor cu conținut practic de bază* elevii examinează, fundamentează, cercetează și demonstrează proprietățile noțiunilor matematice studiate în diverse contexte și forme.
- *Însărcinările cu conținut practic aplicativ* au scopul de a utiliza concluziile obținute în rezolvarea problemelor teoretice și practice, în rezultatul cărora se aprofundează și se extind cunoștințele copiilor, se formează competențele specifice necesare de a activa într-o formă independentă în mod creativ în soluționarea problemei date.

Însărcinările cu conținut practic aplicativ poartă în esența lor un mare potențial educațional. Pe lângă toate acestea elevul, acordând mult timp lucrărilor cu conținut practic și depunând anumite eforturi susținute pentru construcția desenului sau modelarea noțiunii matematice abstracte, poate realiza lucrări de mare valoare pentru sine și face anumite concluzii, care în alt mod ar fi complicat de a le obține.

Însărcinările cu conținut practic aplicativ au o mare importanță metodico-didactică. Tendința de a obține informația necesară și suficientă pentru cercetarea proprietăților unei anumite noțiuni matematice abstracte, este particularitatea caracteristică a metodei lucrărilor cu conținut practic.

Construcția desenelor sau schițelor corecte dă o posibilitate multiplă, în diverse variații și combinații de a reda corect reprezentările noțiunilor matematice abstracte în diverse forme, poziții și combinații, precum și a realiza un studiu cât mai detaliat și aprofundat a elementelor lor.

În cele din urmă, nu putem să nu menționăm:

- în lucrările practice se combină armonios reactualizarea materiei studiate anterior cu studiul noilor cunoștințe;
- se creează premisele necesare pentru studiul ulterior a materiei teoretice pe baza acumulării deprinderilor de aplicare practică a noțiunilor matematice achiziționate.

După realizarea însărcinărilor cu conținut practic aplicativ, elevii obțin cunoștințe profunde, percepți, deprinderi și aptitudini de a opera competent cu noțiunile matematice studiate. Acestea la rândul lor sporesc nivelul motivației de a învăța matematica mult mai aprofundat.

Metoda însărcinărilor cu conținut practic aplicativ, ca una din formele independente creative trebuie de combinat cu alte metode. Exercițiile propuse în această sursă sunt destinate elevilor claselor a V-IX și reprezintă diverse variante de lucrări grafice, din care cadrul didactic le poate alege pe cele mai importante pentru o lecție sau alta. Din șirul de exerciții pot fi alese doar cele necesare pentru lecția respectivă. Elaborând exerciții pentru lucrările grafice sau cu conținut practic, autorii au avut tendința de a demonstra posibilitățile largi de aplicare a lor la lecțiile de matematică în gimnaziu. Cadrul didactic trebuie să țină cont de acel fapt că, nu contează numărul de lucrări cu conținut practic efectuate, cât calitatea îndeplinirii lor. Numărul lucrărilor trebuie astfel ales încât elevii fără grabă să le poată efectua și să primească cât mai mult folos de la ele. Aceasta înseamnă că, la lecții trebuie efectuate așa lucrări cu conținut practic care vizează poziții de principiu.

În literatura didactico-metodică, autorii menționează că, elevii au competențe insuficiente de a rezolva probleme de construcție. Unul din motivele principale ale acestei carențe este aceea că, astfel de probleme se rezolvă separat de studiul teoriei și separat de efectuarea nemijlocită a desenului propriu-zis. Rezolvarea problemelor nu are loc în contextul temei, ci în afara studiului figurilor geometrice. Se pun pentru a fi soluționate după ce a avut loc studiul teoretic al temei respective, la finalul temei puse în discuție. În rezultat din geometria studiată „*dispare*” geometria construcțiilor figurilor studiate și rămâne doar un antrenament al memoriei.

Particularitățile compartimentului geometria, necesită ca problemele de construcție să reprezinte partea organică a cursului dat. O astfel de atitudine se fundamentează și de

teoria cunoașterii, care necesită studiul faptelor în evoluția sa firească: apariție, dezvoltare, confirmare.

Este greu de a estima rolul problemelor de construcție în educația intelectuală a elevilor. Ele, prin modul lor de formare a conceptelor și metodelor de soluționare a situației de problemă, nu contribuie doar numai la achiziționarea reprezentărilor geometrice, ci și dezvoltă capacitatea de a-și imagina clar o anumită figură sau corp geometric în cele mai variate ipostaze, cu atât mai mult de a opera competent cu elementele caracteristice ale figurii date. Problemele de construcție pot contribui la intuirea corectă de către elevi a căii apariției și evoluției obiectului dat, posibilitatea lor de a se modela, ceea ce contribuie substanțial la dezvoltarea cugetării spațiale ale elevilor, dezvoltă gândirea logică și intuiția geometrică. Planul de soluționare a unei probleme de construcție este un lanț de pași logici – construcții de bază, care conduc corect pe calea soluționării problemei în cauză – este nu altceva decât un algoritm. Profesorul de matematică în procesul de soluționare a problemelor de construcție poate destul de eficient forma elemente de cultură algoritmică, cerând de la elevi sistematic de a urma în mod strict toți pașii – toate construcțiile de bază necesare pentru soluționarea problemei date. Problemele de construcție dezvoltă la elevi competențele de cercetare și soluționare a însărcinărilor practice, îi atașează spre o muncă de cercetare independentă după puterile sale, ceea ce este foarte important în opera de formare a unei culturi de muncă intelectuală. Prin intermediul problemelor de construcție, fie chiar și cele mai simple, elevii mult mai profund înțeleg fundamentele teoretice cu referire la principalele figuri geometrice, deoarece în procesul lor de soluționare, ei formează modelul intuitiv a proprietăților și relațiilor studiate și lucrează creativ cu ele. Ele, totodată, dezvoltă la elevi astfel de calități a personalității ca: atenția, insistența, perseverența, inițiativa, inventivitatea, disciplina de muncă.

În continuare propunem în atenția rezolvitorului, prin însărcinările practice, aproape toate problemele fundamentale de construcție care se studiază în cursul de geometrie gimnazială în diverse variante. Astfel, construind paralelogramul după unele anumite elemente, imediat punem problema să construim un paralelogram, congruent cu cel dat, după alte elemente. Desenul efectuat poate servi pentru obținerea noilor cunoștințe și pentru rezolvarea problemelor. Este clar că, problemele de construcție fiind destul de accesibile și înțelese după modalitatea de creare a situației de problemă, începând cu clasa a V-a, când elevii se familiarizează cu definițiile figurilor/corpurilor și totodată, fiind destul de bogate și variate după conținutul lor logic și matematic – devin un adevărat laborator de creație și cercetare în miniatură. În matematica gimnazială recomandăm de a păstra cu strictețe algoritmul logic de soluționare a unei probleme de construcție cu toate cele patru etape ale ei: analiza, construcția, demonstrația și cercetarea, cutoate că doar în linii generale. Desigur unui elev din clasele V-VII, care nu dispune încă de un arsenal bogat și variat de experiență de a demonstra, cu atât mai mult

de a cerceta îi vive destul de anevoios. Din aceste considerente autorii insistă ca în procesul de soluționare a unei probleme de construcție să se păstreze logica strictă a primelor două etape, iar celelalte două doar parțial.

Problemele de construcție contribuie substanțial multor obiective pedagogice:

- a) elevii fac cunoștință cu aplicarea practică a cunoștințelor teoretice;
- b) cunoștințele lor teoretice se extind, se aprofundează, sistematizează și fundamentează logic, în final ele se fortifică prin afirmarea practică;
- c) elevii profund asimilează una dintre ideile fundamentale ale matematicii și dialecticii gândirii – dependența funcțională și algoritmică dintre mărimi;
- d) soluționarea problemelor de construcție proces de creativitate la un nivel înalt ce contribuie la formarea competențelor de lucru independent;
- e) soluționarea problemelor de construcție este un proces sigur de verificare și evidență a cunoștințelor elevilor.

Construcția figurilor fundamentale, conform anumitor date, se efectuează în legătură organică cu studiul acestor figuri. Se poate de remarcat că, construcția, elevii o pot efectua destul de repede și lor le rămâne timp destul pentru rezolvarea independentă a problemelor, precum și pentru meditații suplimentare, pentru a elabora concluzii independente, pe care le cerem lor să le înregistreze sub forma unui eseu. Rezolvarea independentă a problemelor de construcție de către elevi trebuie să fie precedată de construcția imaginilor cu ajutorul materialelor intuitive în spațiu: andrele și stinghii. Acest lucru este foarte important mai ales când este vorba despre însușirea procedurilor de rezolvare a problemelor de construcție.

Menționăm că în recomandările propuse pentru fiecare din clasele gimnaziale V-IX sunt incluse toate temele conform curriculumului. La fiecare temă sunt propuse diferite tipuri de probleme practice aplicative, în fiecare clasă se propun probleme cu nivel sporit de dificultate. La problemele propuse sunt date indicații, rezolvări și răspunsuri.

Concluzii

- În contextul noilor orientări și tendințe privind modernizarea învățământului impuse de cerințele societății actuale, geometriei îi revine un rol esențial în formarea și dezvoltarea personalității elevului, iar utilizarea activităților de învățare cu caracter practic aplicativ eficientizează procesul de formare a competenței matematice, motivează colectivul de elevi pentru a învăța;
- Dezvoltarea competențelor de rezolvare a problemelor matematice la elevii din gimnaziu, în particular în studiul geometriei, cere o atenție deosebită, deoarece acest compartiment al matematicii este mai abstract, dar totodată, el constituie puntea firească de legătură logică dintre întreaga matematică și realitatea vieții cotidiene. Rezolvarea problemelor pune în încercare la cel mai înalt grad capacitățile intelectuale ale elevilor, le solicită acestora toate disponibilitățile psihice, în special

intelența, motiv pentru care în școală se acordă o mare importanță rezolvării problemelor de matematica. Importanța aplicării problemelor cu caracter practic aplicativ în cursul gimnazial de geometrie se justifică prin faptul că conduce elevii la formularea propriilor demersuri matematice, aceștia fiind puși în situația de a descoperi ei înșiși modalitățile de rezolvare, de a formula ipoteze și de a le verifica, de a face asociații de idei, corelații inedite. Dar nu numai procesele de cunoaștere sunt mobilizate în rezolvarea unei probleme, ci întreaga personalitate a celui ce rezolvă problema în toate coordonatele ei raționale, afective, volitive. Nu se lucrează în matematica numai cu mintea. Pasiunea matematica este motorul activității;

- Implementarea conținuturilor practice aplicative sub forma rezolvării de probleme, la lecțiile de geometrie în gimnaziu, conduce la realizarea educației matematice în conformitate cu consolidarea legăturii dintre școală și viață în contextual integrării matematicii, în special a geometriei într-un proces cât mai aproape de practica cotidiană;
- În urma chestionării s-a constatat că majoritatea elevilor acceptă rezolvarea problemelor geometrice cu caracter aplicativ, apreciindu-le ca probleme interesante și necesare pentru a cunoaște mai bine geometria și aplicația ei în viața cotidiană.

Bibliografie

1. ABDULLAH, N.I.; TARMAZI, R. Abu. Efectele învățării bazate pe probleme asupra performanței matematice și a atributelor afective în statisticile de învățare la ciclul gimnazial (traducere din engleză), 2010, p. 370-376.
2. CAI, J.; LESTER, F.K. De ce este importantă predarea cu rezolvarea problemelor pentru învățarea elevilor. Rezolvarea problemelor (rezumat de cercetare în traducere din engleză), 2010, p. 168-192.
3. CALMUȚCHI, L.; FILIPOPOLSCHI, E. Formarea competențelor matematice la elevi prin rezolvare de probleme aplicative, CAIM, 2022.
4. Curriculum Național. Matematica. Cl. V-IX. Ghid de implementare. Ch., 2020. 196 p.
5. LAAL, M.; GHODSI, S.M. Beneficiile învățării prin colaborare (traducere din engleză), 2012, p. 486-490.
6. POLYA, G. How to Solve It: A New Aspect et Mathematical Method. Princeton: Princeton University Press, 2004. 280 p.
7. КЛЕЙН, Ф. *Элементарная математики с точки зрения высшей. Часть I, Арифметика. Алгебра. Анализ.* Москва: Наука, 1987 г., 431 с.
8. СМІРНОВА, И. М.; СМІРНОВ, В. А. Геометрические задачи с практическим содержанием. Москва: МЦНМО, 2010. 136 с.
9. ШАПИРО, И. М. Использование задач с практическим содержанием в преподавании математики. Москва: Просвещение, 1990. 96 с.