PROBLEME DE LIMITĂ ȘI EXTREMĂ LA FIZICĂ

Igor Postolachi, *conf. univ., dr.,*
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă" din Chișinău,
Leonid Guțuleac, *conf. univ., dr.,*
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă" din Chișinău,
Valentina Postolachi, *conf. univ., dr.,*
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă" din Chișinău

LIMIT AND EXTREMUM PROBLEMS IN PHYSICS

Postolachi Igor, *dr., ass. prof.,*
„Ion Creanga" State Pedagogical University of Chisinau,
ORCID:0000-0002-1752-5386
postolachi.igor@upsc.md
Gutuleac Leonid, dr., ass. prof.,
„Ion Creanga" State Pedagogical University of Chisinau,
ORCID:0000-0002-1752-5386
gutuleac.leonid@upsc.md
Postolachi Valentina, dr., ass. prof.,
„Ion Creanga" State Pedagogical University of Chisinau,
ORCID:0000-0002-1977-647X
postolachi.valentina@upsc.md.

CZU:53
DOI: 10.46727/c.v3.24-25-03-2023.p376-381

Abstract. This article is about the problem-solving activity in practical lessons in the general physics course. Boundary and extreme problems were chosen. In such problems, it is proposed to compare the values of physical quantities, to arrange them in order of increase, to find out the limits of variation of the values of a physical quantity, to establish the optimal conditions for carrying out certain processes. Some problems of this kind are accompanied by diagrams or graphs. From diagrams and graphs, you can make the necessary conclusions for solving problems, you can find out the values of some physical quantities. Such problems develop the skills of building the necessary schemes, working with graphs and reading the necessary information from them. And the problem-solving activity is absolutely necessary for the formation of a good physics teacher.

Keywords: physics, extreme values, thermodynamics, state diagram.

O componentă foarte importantă a procesului de studiere a fizicii generale este activitatea legată de rezolvarea problemelor. Este imposibil de a cunoaște bine fizica fără a avea deprinderi de rezolvare a problemelor. Acest gen de activitate are ca scop de a consolida materialul teoretic și de a forma deprinderi de aplicare în practică a legilor fizicii. Doar rezolvând cu succes probleme, se poate înțelege esența proceselor și fenomenelor studiate în cadrul fizicii. Se poate afirma cu siguranță că nivelul de pregătire al unui elev la fizică este demonstrat de gradul de dificultate al problemelor, pe care el le poate rezolva.

Problemele de fizică se clasifică după anumite criterii: după conținut, după scopul didactic propus, după gradul de profunzime a cercetării procesului dat, după metodele de rezolvare, după metodele de expunere a condițiilor, după gradul de dificultate etc. [1, pp. 12-15]). Problemele pot fi calitative și cantitative. În problemele calitative se analizează natura fenomenului antrenat, se stabilesc niște raporturi calitative între mărimile fizice folosite, fără a se face calcule. Problemele cantitative conțin în condiții valorile mărimilor fizice, la rezolvare se stabilesc niște raporturi cantitative, niște expresii de legătură dintre ele, pe parcurs se deduc formule de calcul și, în final, sa fac calcule pentru a obține rezultatul final scontat.

La rezolvarea unor probleme este necesar de a prezenta în scheme condițiile problemei [2, p. 9]. În calitate de exemplu pot fi problemele din statică, dinamică, optica geometrică, electrostatică. Din scheme se pot evidenția anumite lucruri, care pot conduce la idei, care să ne ajute la rezolvarea problemei. La rezolvarea altor probleme este destul de util de a prezenta condițiile problemei pe diagrame sau în formă de grafică. Astfel de probleme sunt la cursul de termodinamică, unde se folosesc pe larg diagramele stărilor unui gaz ideal. Din grafice și diagrame pot fi determinate anumite valori ale mărimilor fizice, se pot compara mărimile fizice de același fel, se pot trage concluzii despre caracterul variației unei mărimi fizice.

În această lucrare am prezentat unele probleme cu extreme și limite, la rezolvarea căror sunt necesare scheme sau grafice. La unele probleme se cere de a face o analiză calitativă a mărimilor fizice, care descriu procesele.

Problema 1: O rândunică se află la înălțimea de $20\ m$ într-un copac pe malul unui râu. Pe malul opus la înălțimea de $60\ m$ în stâncă se află cuibul cu pui. Determinați în ce punct de pe suprafața râului trebuie să ia apă rândunica pentru ca drumul parcurs de rândunică până la cuib să fie minim, dacă lățimea râului este de $120\ m$.

Rezolvare: Evident că rândunica va zbura rectiliniu de la copac (p. A) până la un anumit punct (p. C) de la suprafața râului, va lua apă, apoi va zbura rectiliniu spre cuib (p. B, vezi figura 1). Distanța totală parcursă va depinde de alegerea p. C. Este necesar de a alege cât mai comod punctul de pe suprafața apei astfel, încât drumul total să fie cât mai mic.

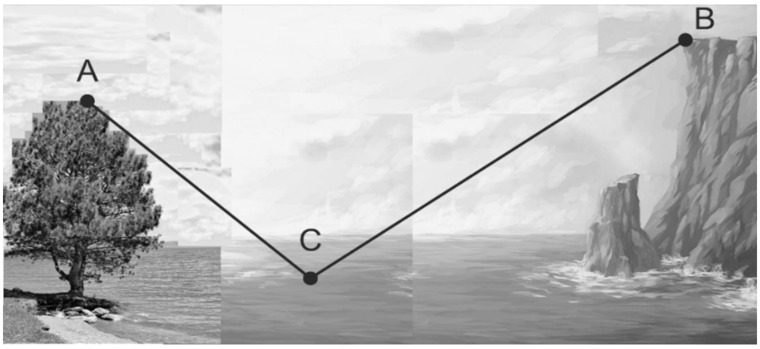

Figura 1. Traiectoria eventuală a rândunicii din problema 1.

La alegerea traiectoriei optimale ne ajută unul din principiile fundamentale din optica geometrică – principiul lui Fermat: pentru a se propaga între două puncte raza de lumină alege calea, care asigură timpul minimal de propagare. Examinăm o problemă din optică, în care din p. A se lansează o rază de lumină spre suprafața apei, de unde ea se reflectă și trebuie să ajungă în p. B. Astfel, trebuie să găsim unicul punct de incidență C de pe suprafața apei, care asigură reflexia spre p. B și să folosim legea reflexiei luminii, care afirmă că unghiul de reflexie este egal cu unghiul de incidență.

Deci, în problema cu rândunica cea mai scurtă va fi calea, pentru care cele două porțiuni rectilinii (AC și CB) formează același unghi cu suprafața apei. Pentru a găsi acest p. C folosim legile opticii geometrice și procedăm în felul următor: construim imaginea OD a copacului AO în oglinda apei; ducem o dreaptă din p. D spre p. B; punctul de intersecție al dreptei DB cu suprafața apei OE va fi cel căutat (p. C, vezi figura 2).

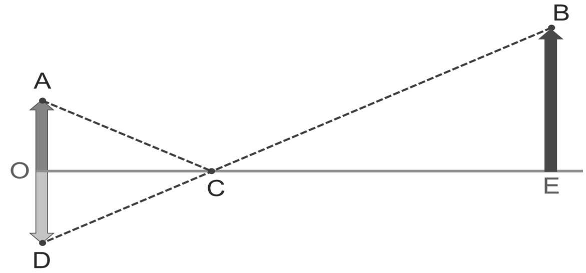

Figura 2. Determinarea poziției p. C în problema 1.

Poziția p. C se poate indica prin distanța (OC). În continuare, folosim cunoștințele din geometrie. Segmentele (AO) și (OD)au lungimi egale. Deci, triunghiurile ACO și DCO sunt asemenea. În rezultat, vor fi egale unghiurile următoare: $\widehat{ACO} = \widehat{DCO}$. La fel, vor fi egale și unghiurile următoare: $\widehat{BCE} = \widehat{DCO}$ ca unghiuri opuse la vârf. Astfel, triunghiurile BCE și ACO sunt asemenea. Din asemănarea acestor triunghiuri rezultă următoarele:

$$\frac{(OC)}{(CE)} = \frac{(AO)}{(BE)}, \qquad (CE) = (OC) \cdot \frac{(BE)}{(AO)} \qquad (1).$$

Pentru comoditate notăm: $(OC) = a$, $(CE) = b$, $(AO) = h$, $(BE) = H$ (vezi figura 3).
Astfel expresia (1) se scrie mai compact:

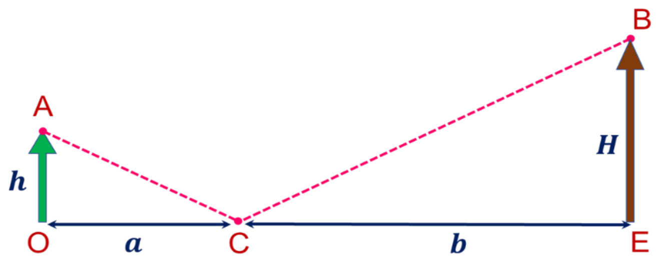

Figura 3. Triunghiurile asemenea din problema 1.

$$b = a \cdot \frac{H}{h} \qquad (2).$$

Din condițiile problemei se cunosc înălțimile $h = 20\ m$, $H = 60\ m$ și lățimea râului $l = 120\ m$. Evident, că $l = a + b$. Substituim aici expresia (2) și transformăm pentru a exprima distanța căutată a:

$$l = a + b, \qquad l = a + a \cdot \frac{H}{h}, \qquad l = a\left(1 + \frac{H}{h}\right),$$

$$a = \frac{l}{1 + \frac{H}{h}} \qquad (3).$$

Am obținut expresia finală. Substituim valorile numerice și calculăm:

$$a = \frac{120\ m}{1 + \frac{60\ m}{20\ m}} = 30\ m.$$

Răspuns: $a = 30\ m$.

Această problemă are un caracter mixt: se referă nu numai la mecanică, ci și la optică. În ea s-a căutat o extremă – traiectoria cu o lungime minimală. S-au făcut calcule foarte simple. Următoarele probleme se referă la termodinamică.

Problema 2: În figura 4 este reprezentat graficul unui ciclu efectuat asupra unui gaz ideal monoatomic în coordonate $(P,\ V)$**.** Să se scrie, în baza unei analize, temperaturile gazului în stările notate cu cifre în ordinea creșterii, începând cu cea mai mică.

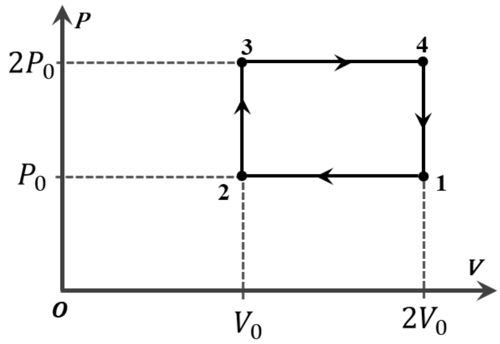

Figura 4. Graficul ciclului din problema 2.

Rezolvare: Se poate observa că axele diagramei stărilor nu conțin valori ale volumului și presiunii. Sunt doar niște repere P_0, V_0, iar temperatura nu figurează. Pentru fiecare din cele 4 stări se poate scrie ecuația de stare, care exprimă legătura dintre presiune, volum și temperatură:

$$PV = \nu RT, \qquad T = \frac{PV}{\nu R}.$$

Ultima expresie se aplică pentru cele 4 stări. Din diagramă se pot exprima presiunile și volumele acestor stări și se por obține expresii în care temperaturile lor sunt exprimate prin cele două repere:

$$T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R}, \quad P_1 = P_0, \quad V_1 = 2V_0, \quad T_1 = 2\frac{P_0 V_0}{\nu R} \quad (4),$$

$$T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R}, \quad P_2 = P_0, \quad V_2 = V_0, \quad T_2 = \frac{P_0 V_0}{\nu R} \quad (5),$$

$$T_3 = \frac{P_3 V_3}{\nu R}, \quad P_3 = 2P_0, \quad V_3 = V_0, \quad T_3 = 2\frac{P_0 V_0}{\nu R} \quad (6),$$

$$T_4 = \frac{P_4 V_4}{\nu R}, \quad P_4 = 2P_0, \quad V_4 = 2V_0, \quad T_4 = 4\frac{P_0 V_0}{\nu R} \quad (7).$$

Se poate observa, că temperatura va maximală în starea 4 și minimală în starea 2. A rămas să comparăm expresiile (5-7) și să aranjăm temperaturile în ordine crescătoare.

Răspuns: $T_2, T_1 = T_3, T_4$.

Această problemă nu a necesitat calcule. S-au comparat doar expresiile pentru temperaturi - fapt care a permis de a determina și care sunt stările cu temperaturi extreme ale gazului ideal în ciclul dat.

Problema 3: În figura 5 este reprezentat graficul unui ciclu efectuat asupra unui gaz ideal în coordonate $(P,\ V)$. Să se scrie, în baza unei analize, temperaturile gazului în stările notate cu cifre în ordinea creșterii, începând cu cea mai mică.

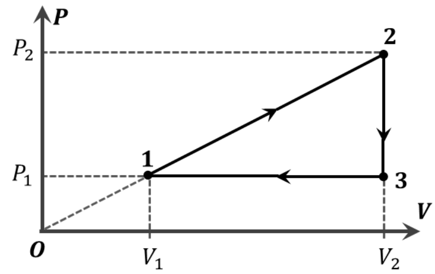

Figura 5. Graficul ciclului din problema 3.

Rezolvare: Această problemă se aseamănă cu cea precedentă, are o sarcină similară, însă nu mai sunt repere. Pentru fiecare din cele trei stări exprimăm temperaturile cu ajutorul ecuației de stare la fel ca în problema precedentă:

$$T_1 = \frac{P_1V_1}{\nu R}, \qquad T_2 = \frac{P_2V_2}{\nu R}, \qquad T_3 = \frac{P_3V_3}{\nu R}.$$

Apoi combinăm aceste stări câte două și comparăm temperaturile lor prin compararea presiunilor lor între ele și a volumelor lor între ele cu ajutorul diagramei respective.

Pentru stările 1 și 2 avem:

$$P_2 > P_1, \qquad V_2 > V_1, \qquad \Rightarrow \qquad T_2 > T_1.$$

Pentru stările 2 și 3 avem:

$$P_2 > P_3, \qquad V_2 = V_3, \qquad \Rightarrow \qquad T_2 > T_3.$$

Pentru stările 1 și 3 avem:

$$P_3 = P_1, \qquad V_3 > V_1, \qquad \Rightarrow \qquad T_3 > T_1.$$

Am comparat temperaturile câte două și le aranjăm în ordine crescătoare. Temperatura va maximală în starea 2 și minimală în starea 1.

Răspuns: $T_1,\ T_3, T_2$.

La această problemă la fel nu se fac calcule. Însă este necesară o analiză logică a diagramei, care permite de a stabili stările cu temperaturii extreme.

Problema 4: În figura 6 sunt prezentate graficele unor transformări ciclice directe parcurse un gaz ideal în coordonate $(P,\ V)$ la aceeași scară**.** Să se scrie, în baza unei analize, valorile lucrului efectuat de gaz în aceste cicluri în ordinea creșterii, începând cu cea mai mică.

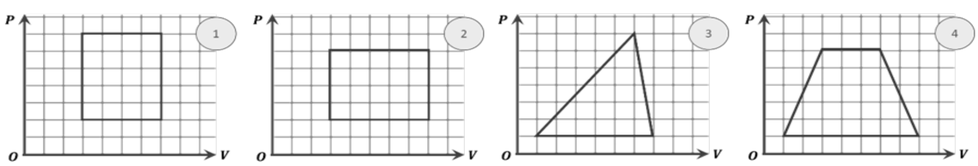

Figura 6. Graficele ciclurilor din problema 4.

Rezolvare: Se cunoaște că lucrul efectuat de gaz într-un ciclu direct este pozitiv și mai este egal cu „aria" suprafeței mărginite de graficul lui pe diagrama $(P,\ V)$.

În cele patru imagini din problema dată nu sunt indicate valorile pentru presiuni și volume, însă este prezentată la aceeași scară o rețea. Acest fapt ne permite de a compara lucrurile efectuate de gaz în aceste cicluri prin compararea ariilor suprafețelor mărginite de graficele lor.

Graficele au forma unor figuri geometrice simple și ariile lor pot fi determinate destul de ușor. „Aria" ce corespunde fiecărui ciclu poate fi exprimată printr-un număr N de pătrate ale rețelei. Fiecărui pătrat al rețelei folosite în fiecare diagramă îi corespunde același lucru (L_0). Astfel, lucrul într-un ciclu este egal cu produsul dintre numărul de pătrate, care exprimă aria lui și echivalentul energetic L_0 al unui pătrat:

$$L = N \cdot L_0 \qquad (8).$$

Pentru ciclul 1 graficul are forma unui dreptunghi, care are lățimea de 4 diviziuni de volum și înălțimea de 5 diviziuni de presiune. Aria lui este un produs dintre lățime și înălțime și constituie 20 pătrate, iar lucrul în acest ciclu este egal cu $L_1 = 20 \cdot L_0$.

Pentru ciclul 2 graficul la fel are forma unui dreptunghi cu lățimea de 4 și înălțimea de 5. Aria lui este de 20 pătrate, iar lucrul în acest ciclu este egal cu $L_2 = 20 \cdot L_0$.

Pentru ciclul 3 graficul are forma unui triunghi cu lungimea bazei de 6 și înălțimea de 6. Aria lui este egală cu semiprodusul dintre lungimea bazei și înălțimea și constituie 18 pătrate, iar lucrul în acest ciclu este egal cu $L_3 = 18 \cdot L_0$.

Pentru ciclul 4 graficul are forma unui trapez cu lungimile bazelor de 7 și 3 și înălțimea de 5. Aria lui este egală cu produsul dintre semisuma bazelor și înălțimea și constituie 25 pătrate, iar lucrul în acest ciclu este egal cu $L_4 = 25 \cdot L_0$.

Am obținut expresii pentru lucrul efectuat în aceste patru cazuri:

$$L_1 = 20 \cdot L_0, \quad L_2 = 20 \cdot L_0, \quad L_3 = 18 \cdot L_0, \quad L_4 = 25 \cdot L_0.$$

Lucrul va fi maximal în ciclul 4 și minimal în ciclul 3. Aranjăm cele patru lucruri în ordine crescătoare.

Răspuns: $L_3, L_1 = L_2, L_4$.

Această problemă a necesitat niște calcule simple.

Problemele expuse în această lucrare pot fi folosite și la evaluări. Se pot alcătui multe probleme de acest fel pentru a oferi elevilor diferite sarcini.

În final, se poate afirma că o problemă la fizică este o sarcină, care este rezolvată cu ajutorul metodelor specifice fizicii folosind concluzii logice, experimente fizice și acțiuni matematice în procesul de rezolvare. Este propusă elevilor astfel, încât soluția ei să asigure atingerea anumitor obiective de învățare. Sarcina din problemă este stabilită în mod verbal, dar poate fi însoțită și de desene, diagrame, grafice. Condiția unei probleme nu este întotdeauna formulată în termeni fizici și adesea este nevoie la început să o formulăm folosind concepte fizice. Rezolvarea problemelor face parte integrantă din procesul educațional și se referă la metode practice de predare.

În procesul de rezolvare a problemelor se dezvoltă la elevi aptitudini de aplicare în practică a cunoștințelor teoretice, a legilor fizicii în anumite condiții concrete. Rezolvarea unei probleme necesită de la elev atenție, tărie de caracter pentru a pătrunde în esența problemei, consecutivitate și independență în acțiunile sale. Toate acestea conduc la creșterea calităților personale ale elevului, la dezvoltarea lui multilaterală.

BIBLIOGRAFIE

1. БЕЛИКОВ Б.С. *Решение задач по физике. Общие методы*. Москва: Высшая школа, 1986. 256 с.
2. КОНДРАТЬЕВ А.С. и др. *Методы решения задач по физике*. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2012. 312 с.