MODELAREA UNOR PROBLEME DIN PROBABILITATE ÎN DELPHI

Natalia Neagu, *lect. univ., dr.,*
Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă” din Chișinău

MODELING OF SOME PROBLEMS OF PROBABILITY IN DELPHI

Natalia Neagu, *PhD,*
„Ion Creanga” State Pedagogical University of Chisinau,
ORCID: 0000-0003-3944-3688
neagu.natalia@upsc.md

CZU: 519.2:004.42
DOI: 10.46727/c.v3.24-25-03-2023.p320-327

Abstract. In this article, some problems of probability will be presented for which the theoretical probabilities and the experimental probabilities have been determined. Each experiment of the problem was simulated in the Delphi programming environment and the results displayed on the execution have possibility of changing the initial conditions. These results can be used in the teaching of the university course Probabilities and Mathematical Statistics for students of the specialties: Mathematics and Computer Science; Computer Science and Mathematics and Computer Science. Moreover, such simulations will be useful for writing undergraduate theses related to the modeling problems of probability.

Keywords: probability, experimental probability, theoretical probability, modeling in the Delphi programming environment.

1. Introducere

În ultimele secole, matematica înregistrează o dezvoltare esențială, printre care și Teoria probabilității, care a apărut încă în secolul al XVII-lea ca urmare a problemelor ce țin de jocurile de noroc. În dezvoltarea acestei ramuri, un rol important l-au ocupat B. Pascal (1623-1662), P. de Fermat (1601-1665), J. Bernoulli (1654-1705), A. de Moivre (1667-1754), P. Laplace (1749- 1827), K. Gauss (1777-1855), S. Poisson (1781-1840), P. Cebâșev (1821-1894), A. Markov (1856-1922), A. Lyapunov (1857-1918), A. Kolmogorov (1903-1987), K. Pearson (1857-1936), K. Fisher (1890-1962) etc. Cercetările din secolul al XVIII-lea a naturalistului Buffon și la începutul secolului XX a statisticianul Pearson, și anume aruncarea unei monede simetrice și omogene, experiment ce se repetă în aceleași condiții practic identice, au sugerat definiția empirică a probabilității, realizând respectiv 4040/12000/24000 de aruncări ale monedei. Evident că aceste experimente au ocupat un timp îndelungat de realizare [1-2].

În prezent, aceste probleme se reduc, din punct de vedere teoretic, la trecerea datelor prin modelul matematic creat, iar din punct de vedere experimental, pot fi utilizate diverse programe destinate învățării, printre care se numără aplicația Maple, mediul de programare Delphi etc. În aceste aplicații poate fi determinată probabilitatea teoretică, dar și probabilitatea experimentală, astfel încât să prezinte elevilor, studenților, dar și cadrelor didactice o informaţie amplă și completă asupra experimentului cercetat.

Anume modelarea problemelor poate aduce lumină asupra confuziei: de ce diferă probabilitatea teoretică de cea experimentală, cu excepția așa-numitelor cazuri perfecte? De ce numărul de experimente este important? Este bine venit ca în asemenea cazuri să utilizăm simulările pe calculator, care să ne ofere posibilitatea realizării experimentelor, dar și realizarea rapidă a unor calcule necesare [3].

În continuare, vor fi prezentate câteva simulări ale unor probleme din probabilitate în mediul de programare Delphi, însă codul programului va fi prezentat secvențial.

2. Probabilitatea geometrică

În conformitate cu literatura de specialitate [1-3], probabilitatea geometrică în $\mathbb{R}^2$, se exprimă ca raportul dintre aria figurii cazurilor favorabile ($aria\ g$) la aria figurii totale $aria\ G$

$$P(A) = \frac{aria\ g}{aria\ G}. \qquad (1)$$

Problema 1. *Fie două pătrate P_1 și P_2, astfel încât $P_2 \subset P_1$, cu laturile a_1 și a_2. Să se calculeze probabilitatea că un punct luat la întâmplare din pătratul P_1 să nu aparțină pătratului P_2 (fig. 1).*

Rezolvare. Notăm, *evenimentul A* - punctul luat la întâmplare din pătratul P_1 nu aparține pătratului P_2.

Din punct de vedere teoretic, această probabilitate se determină cu ajutorul probabilității geometrice (1), unde $aria\ g$ este aria suprafeței ce satisface condiția: aparține pătratului P_1 și nu aparține pătratului P_2, iar $aria\ G$ este aria pătratului P_1, deoarece $P_2 \subset P_1$ (fig. 1).

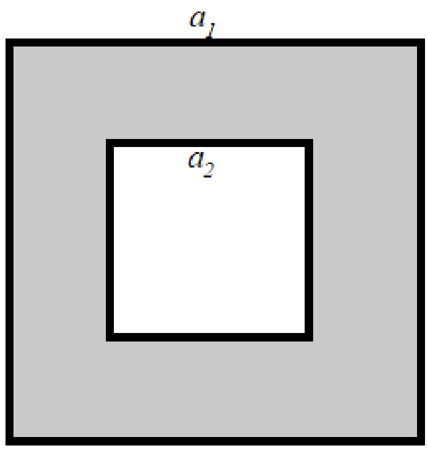

Figura 1. Suprafața cazurilor favorabile

Se determină ariile pătratelor P_1 *și* P_2

$A_{p1} = a_1^2\ (u.p)$ și $A_{p2} = a_2^2\ (u.p)$,

iar aria suprafeței cazurilor favorabile este reprezentată de diferența ariilor acestor pătrate

$$A_h = a_1^2 - a_2^2\ (u.p).$$

Aplicând formula probabilității geometrice (1), obținem

$$P(A) = \frac{A_h}{A_{p1}} = \frac{a_1^2 - a_2^2}{a_1^2}\ (u.p).$$

Ultima relație reprezintă probabilitatea teoretică, însă prezintă interes determinarea probabilității experimentale. În acest scop a fost realizată o simulare a experimentului problemei 1 în mediul de programare Delphi (fig. 2).

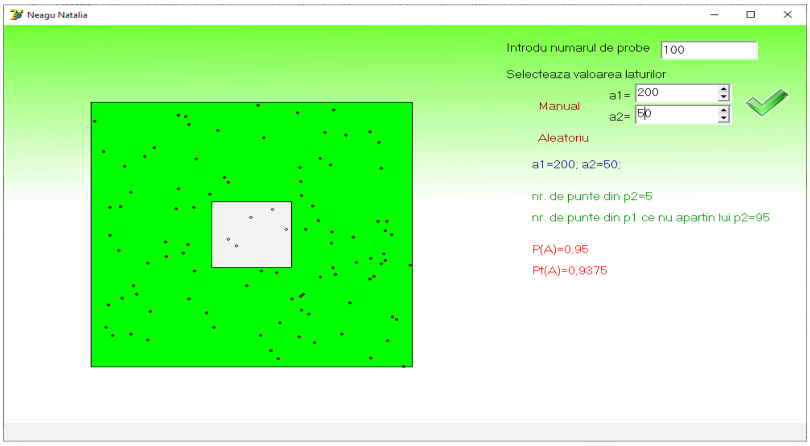

Figura 2. Realizarea unui experiment din 100 de încercări

La deschiderea aplicației, se activează o componentă, *Timer*, care extrage numărul de încercări (*N*), de pe formă dintr-un *Edit*, prin comanda

N:=strtoint(edit1.Text);

Pentru valorile laturilor pătratelor a_1 și a_2 $(a_1 > a_2)$, sunt posibile două modalități de selectare:

- *aleator*, datele sunt selectate la întâmplare de calculator, utilizând procedura *random*
  a1:=random(199)+100;
  a2:=random(a1);
- *manual*, datele sunt introduse în componentele *SpinEdt*, de pe formă.

Indiferent de modalitatea de introducere a datelor, realizând un click pe imaginea bifei, de pe formă pe componenta *PaintBox,* se creează două pătrate cu laturile de lungimile a_1a_1 și a_2a_2

paintbox1.Canvas. Rectangle(x0-a1,y0-a1,x0+a1,y0+a1);
paintbox1.Canvas. Rectangle(x0-a2,y0-a2,x0+a2,y0+a2);

unde (*x0,y0*) reprezintă punct de intersecție a diagonalelor pătratelor.

Apoi se activează un alt *Timer,* ce realizează *N* încercări, adică se iau aleatoriu *N* puncte din pătratul P_1P_1

*x:=x0-a1+random(2*a1);*
*y:=y0-a1+random(2*a1);*

după care se verifică dacă aceste puncte *(x,y)* sunt din pătratul P_2P_2, atunci se construiesc mici cercuri care să evidențieze punctele respective și se colorează interiorul cu alb sau roșu

```
if (x<=x0+a2) and (x>=x0-a2) and (y<=y0+a2) and (y>=y0-a2) then
begin
sc2:=sc2+1;
paintbox1.Canvas.Brush.Color:=clwhite;
paintbox1.Canvas.Ellipse(x-2,y-2,x+2,y+2);
end else
begin
sc1:=sc1+1;
paintbox1.Canvas.Brush.Color:=clred;
paintbox1.Canvas.Ellipse(x-2,y-2,x+2,y+2);
end;
```

Evident, în cadrul instrucțiunii *if* de mai sus se numără și punctele care sunt din pătratul P_2P_2 și este stocată această valoare în variabila *sc2*, altfel în variabila *sc1* (punctele ce corespund cazurilor favorabile).

După ce s-au construit *N* puncte, componenta *Timer* se oprește, iar la un alt experiment se activează și, respectiv, la finalizare se dezactivează.

În consecință, într-un *Label* pe formă se afișează probabilitatea teoretică, care este calculată cu ajutorul formulei (1)

*pptt:= (a1*a1-a2*a2)/(a1*a1);*
label7.Caption:='Pt(A)='+floattostr(pptt);

și probabilitatea experimentală care este calculată din raportul numărului de puncte din suprafața favorabilă (*sc1*) la numărul total de puncte (*n*)

pe:= sc1/n;
label6.Caption:='P(A)='+floattostr(pe);

Astfel de experimente pot fi realizate de un număr necesar de ori, fără restricții, după necesitate, mărind numărul de încercări sau micșorându-l. Important este să ștergem datele anterioare și să pregătim componenta *PaintBox* pentru un alt experiment

paintbox1.Repaint;
label4.Caption:='';label5.Caption:=''; label6.Caption:='';label7.Caption:='';
sc2:=0; sc1:=0;

Fie un alt experiment din 1000 de încercări (fig. 3), observăm că numărul de încercări este important și oferă probabilitatea cu o precizie mai bună.

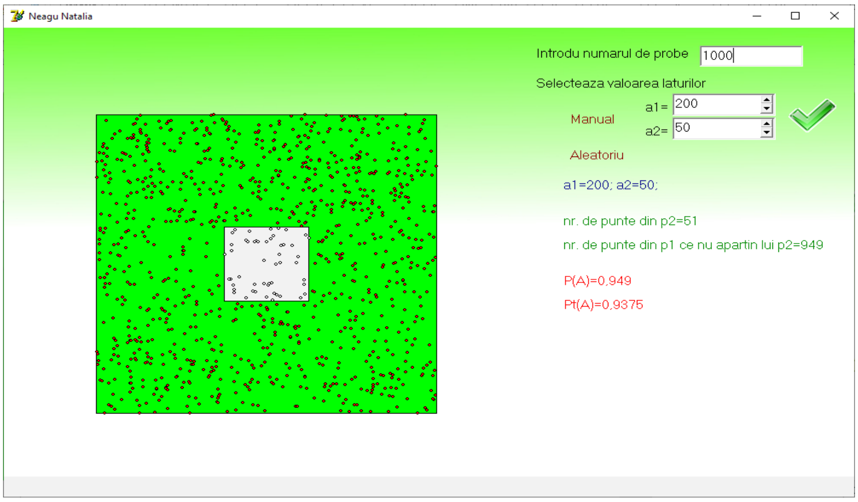

Figura 3. Realizarea unui experiment din 1000 de încercări

3. Probabilitatea condiționată

În conformitate cu literatura de specialitate [1-3], probabilitatea condiționtă a mai multor evenimente dependente este

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_n) =$$
$$= P(A_1) \cdot P_{A_1}(A_2) \cdot P_{A_1 \cap A_2}(A_3) \cdot \ldots \cdot P_{A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \ldots \cap A_{n-1}}(A_n). \qquad (2)$$

Problema 2. *Într-o urnă sunt 10 fișe care conțin literele MATEMATICA. Se extrag aleatoriu, fără întoarcere 4 fișe. Să se determine probabilitatea că literele extrase, în ordinea extragerii, formează cuvântul MAMA.*

Rezolvare. Notăm

evenimentul A - cele 4 fișe extrase în ordinea extragerii formează cuvântul MAMA.

Pentru a calcula probabilitatea putem aplica formula probabilității condiționate sau, mai simplu, analizăm fișele cu literele MATEMATICA care sunt în total zece, dintre care litera M se repetă de două ori, iar litera A se repetă de trei ori, astfel determinăm numărul de cazuri favorabile

$$n = 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 = 12$$

și numărul de cazuri totale

$$N = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040.$$

Aplicând formula probabilității clasice, obținem

$$P(A) = \frac{n}{N} = \frac{12}{5040} = \frac{1}{420},$$

sau aplicând formula (2), obținem

$$P(A) = \frac{2}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{1}{420}.$$

Pentru a realiza experimentul problemei 2, a fost creată, ca și în cazul problemei 1, o simulare în mediul de programare Delphi. Această aplicație calculează atât probabilitatea teoretică, cât și cea experimentală pentru oricare cuvânt ce satisface condițiilor problemei, afișând totodată rezultatele experimentelor.

Întru realizarea constructivistă a programului, au fost create separat mai multe funcții și proceduri care se apelează la execuția experimentului, componenta *Button* (START).

Inițial, se verifică dacă cuvântul țintă a problemei, pe care îl scriem în componenta *Edit*, de pe formă

s:=edit1.Text;

conține doar literele MATEMATICA. Verificarea respectivă se realizează prin parcurgerea string-ului, literă cu literă, și determinarea corespondenței literelor, prin apelarea funcției *unique_str1*

```
function unique_str1(str:string):boolean;
var i:integer;
begin
 for i := 1 to length(str) do
  if (str[i]='R') or (str[i]='B') or(str[i]='D') or (str[i]='F') or
  (str[i]='G') or (str[i]='H') or (str[i]='J') or (str[i]='K') or
  (str[i]='L') or (str[i]='N') or (str[i]='O') or (str[i]='P') or (str[i]='Q')
  or (str[i]='S') or (str[i]='U') or (str[i]='V') or (str[i]='W') or (str[i]='X')
  or (str[i]='Y') or (str[i]='Z')
  then
  begin
   Result:=false;
   Exit;
  end;
 Result:=true;
end;
```

În cazul când cel puțin o literă nu corespunde literelor MATEMATICA, apare un mesaj de avertizare într-o componentă *Label* (fig. 4)

label9.Caption:='Atentie! Litera introdusa nu corespunde fiselor!';

De exemplu, introducem cuvântul țintă ARC, care conține litera R, ce nu se regăsește printre literele MATEMATICA, obținem rezultatul din figura 4.

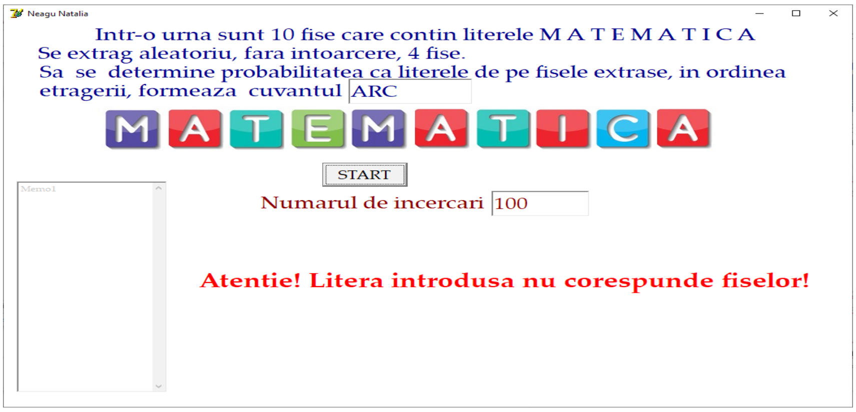

Figura 4. Mesajul de atenție a încălcării condițiilor problemei

Dacă nu sunt încălcate condițiile problemei, printr-un ciclu contor *for*, se numără fiecare literă de câte ori s-a înregistrat în string-ul introdus *s*

```
for i := 1 to length(s) do
 begin
  if (s[i]='A') then ka:=ka+1;
  if (s[i]='C') then kc:=kc+1;
  if (s[i]='E') then ke:=ke+1;
  if (s[i]='I') then ki:=ki+1;
  if (s[i]='M') then km:=km+1;
  if (s[i]='T') then kt:=kt+1;
 end;
```

și dacă numerele corespund literelor MATEMATICA

```
if (ka<4) and (km<3) and(kt<3) and(kc<2) and(ki<2) and(ke<2)
 then
experiment(strtoint(edit2.Text),s,p);
end;
```

atunci se înregistrează experimentul, altfel se face o altă extragere.

Rezultatele experimentelor se afișează în componenta *Memo1* de pe formă, unde pot fi vizualizate toate combinațiile obținute la extragere, dar și probabilitatea experimentală și cea teoretică, care, evident, sunt afișate în componentele *Label* (fig. 5).

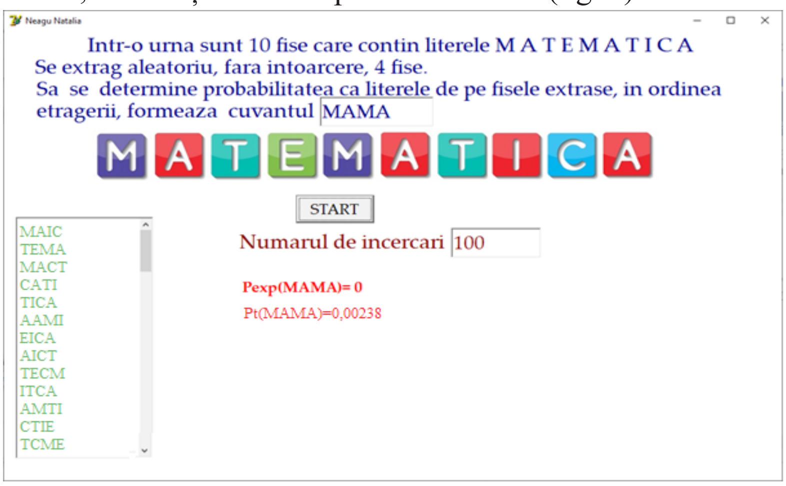

Figura 5. Realizarea unui experiment din 100 de încercări

Observăm (fig. 5), din 100 de încercări cuvântul țintă MAMA nu a apărut nici o dată, de aceea probabilitatea este 0. Dacă realizăm un experiment din mai multe probe, atunci vom înregistra și cazuri favorabile (fig. 6).

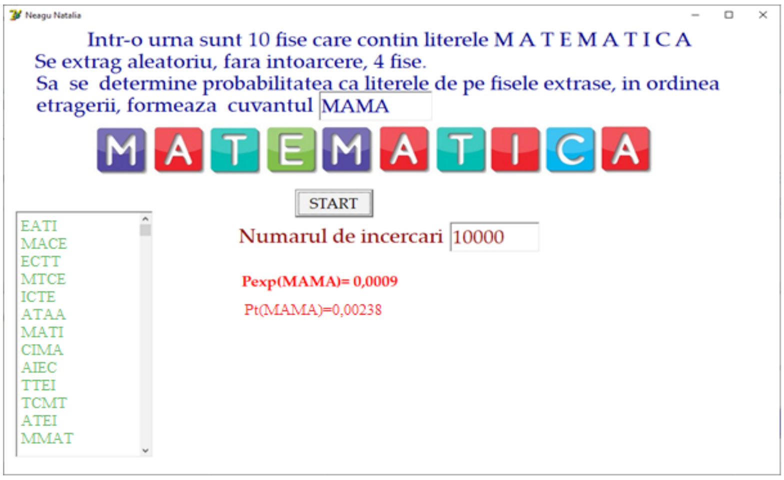

Figura 6. Realizarea unui experiment din 1000 de încercări

String-ul (cuvântul țintă al problemei) poate fi reeditat și să fie de lungimi diferite, dar poate fi format și dintr-o singură literă, cu respectarea cerințelor problemei.

În continuare, este prezentat un alt experiment care confirmă veridicitatea codului programului, dar sunt vizibile și rezultatele experimentelor. În acest scop, cuvântul țintă reprezintă litera M. Teoretic, litera M se conține de două ori printre literele MATEMATICA și probabilitatea este (fig. 7)

$$P(B) = \frac{n}{N} = \frac{2}{10} = 0{,}2.$$

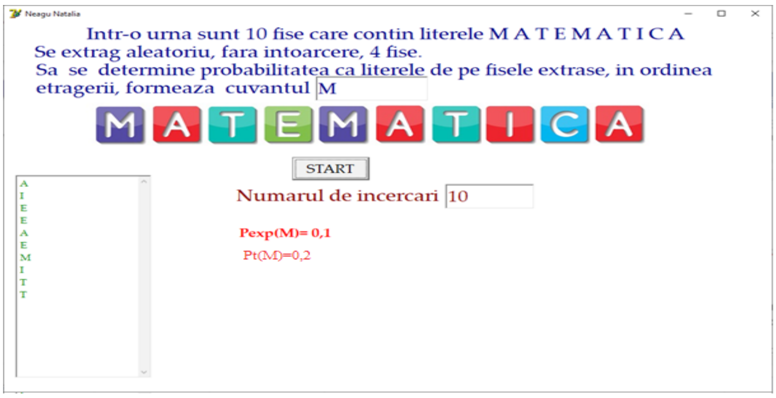

Figura 7. Rezultatul extragerii literei M

În concluzie, menționez: cu cât numărul de experimente este mai mic, cu atât probabilitatea experimentală poate varia mai mult față de cea teoretică. Odată cu creșterea numărului de experiențe, eroarea de calcul se micșorează, iar rezultatele experimentului devin mai exacte.

Simulările unor probleme din probabilitate sunt binevenite în învățământ la studiul capitolului *Probabilitate și statistică matematică* și pot înlocui unele experimente care necesită utilaje costisitoare, instrumente, timp etc. [3].

În Republica Moldova, astfel de simulări nu se realizează, iar ceea ce am realizat este o simulare unică.

BIBLIOGRAFIE

1. CIMUAC, P.; CIUMAC, V.; CIUMAC, M. *Teoria probabilităților & elemente de statistică matematică*, Editura "Tehnica" UTM, Chișinău, 2003, 278 p. ISBN 9975-9704-7-8 2.
2. MIHOC, I.; FĂTU, C.I. *Calculul probabilităţilor şi statistică matematică*, Casa de editură-Transilvania Press, Cluj – Napoca, 2003, 577 p. ISBN: 973-95635-8-9.
3. NEAGU, N. *Teoria probabilităților și statistica matematică*, Universitatea Pedagogică de Stat "Ion Creangă", Chișinău, 2023, 137 p. ISBN 978-9975-46-685-1. Disponibil: http://dir.upsc.md:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/3929/Teoria-probabilitatilor-statist-matematica-Suport-curs.pdf?sequence=1&isAllowed=y (vizitat 19.03.2023).
4. BALMUȘ, I.; CEBAN. Gh.; LEAHU, A.; LISNIC, I.; MOLOȘNIUC, A. *Teoria Probabilităţilor şi a Informaţiei în Sistemul de programe Mathematica*, Editura „Tehnica-UTM", Chişinău, 2017, 132 p. Disponibil: http://calc.fcim.utm.md/biblioteca/arhiva/Anul%20I/Semestru%20II/Ma tematici%20Speciale/Teoria%20Probabilitatilor.pdf (vizitat 09.02.2023)