**Construcții cu ajutorul instrumentelor neclasice, ce asigură solvabilitatea construcțiilor geometrice**

***Sergiu Port, dr., conf. univ.***
***Natalia Neagu, lector asistent***

***Summary***
*In math classes there are problems of geometric constructions that require untraditional tools.*
*The present article approaches some geometric constructions that can be solved using the untraditional tools.*

În calitate de profesori de matematică, întâlnim o mulțime de probleme care implică construcții geometrice și care nu pot fi construite cu ajutorul instrumentelor tradiționale. De exemplu: elipsa, hiperbola, parabola, trisecția unghiului, etc.

**I. Construcția elipsei.**

**Def:** ***Elipsa*** reprezintă locul geometric al punctelor unui plan, astfel încât suma distanțelor la 2 puncte fixe în același plan, numite focare, este egală cu o mărime constantă egală cu 2a, mai mare decât distanța dintre focarele $F_1$ și $F_2$.

1. Cu ajutorul riglei unilaterale și a unui unghi drept.
2. Cu ajutorul unei sfoare și a două puncte fixe.
3. Cu ajutorul Crucii lui Leonardo da Vinci.

1. Fie dat un sistem rectangular de coordonate XOY, vom lua un punct arbitrar M pe OY și unul N pe OX. Pe segmentul [MN] se fixează un punct L, astfel încât [ML]=a și [NL]=b, unde a și b reprezintă lungimile semiaxelor elipsei.

În procesul mișcării punctului M pe axa OY și a punctului N pe axa OX (fig. 1), fără a modifica lungimea segmentului, punctul L va descrie o elipsă.

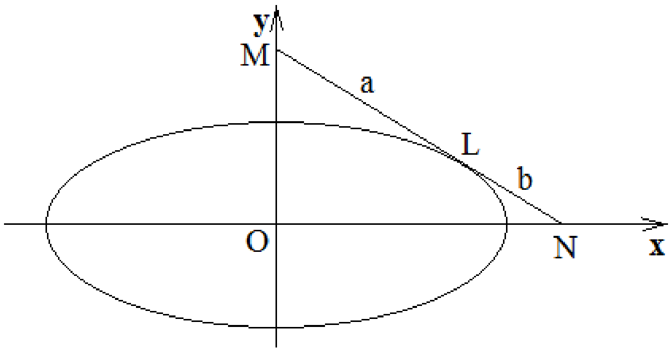


**Fig. 1** ***Construirea elipsei cu ajutorul riglei unilaterale și a unui unghi drept***

2. Pentru construirea elipsei cu ajutorul unei sfoare și a două puncte fixe, vom utiliza datele din definiție, de unde rezultă că $2a>2c$, unde $2c$ – distanța focală și $2a$ – lungimea axei mari.

Cu două ace fixăm punctele $F_1$ și $F_2$. În continuare aceste puncte vor reprezenta focarele elipsei. Luăm o sfoară rigidă și legăm capetele ei astfel încât lungimea "inelului" obținut să fie egală cu $2a+2c$. Apoi, din acest inel, formăm un triunghi cu două vârfuri fixe, punctele $F_1$ și $F_2$, și un punct M ce se obține la întinderea inelului cu vîrful unui creion, de exemplu $F_1MF_2$. În procesul mișcării vârfului creionului pe hârtie (punctul $M$), vom obține o curbă închisă (fig. 2). Această curbă reprezintă o elipsă, deoarece toate punctele ei satisfac egalitatea:

$$[MF_1]+[MF_2]=2a$$

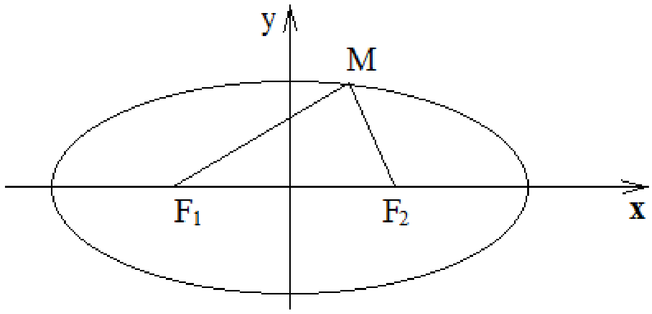


**Fig. 2** ***Construirea elipsei cu ajutorul unei sfoare și a două puncte fixe***

3. Fie dat un sistem rectangular de coordonate XOY, vom lua un punct arbitrar A pe OY și unul B pe OX, iar pe prelungirea lui un punct M, astfel încât [AM]=a și [BM]=a. În procesul mișcării punctului A pe axa OY și a punctului B pe axa OX (fig. 2), punctul M va descrie o elipsă.

4.

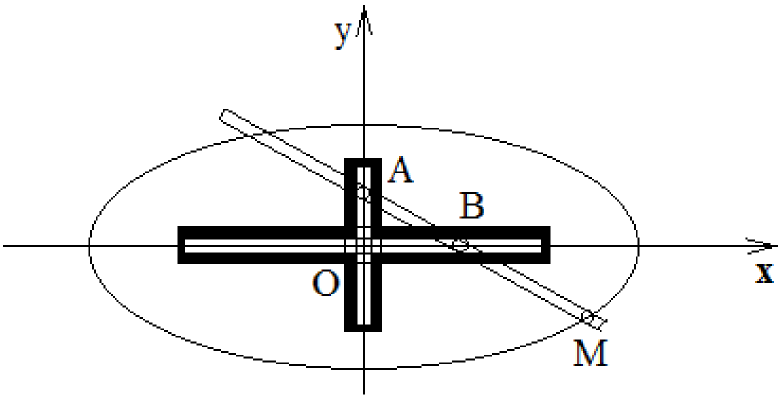


**Fig. 3** ***Crucea lui Leonardo da Vinci***

**II. Construirea hiperbolei.**

**Def:** Se numește ***hiperbolă*** locul geometric al punctelor dintr-un plan astfel, încât valoarea absolută a diferenței distanțelor la două puncte date în același plan, numite focare, este o mărime constantă, mai mică decât distanța dintre focare.

Fie $F_1$ și $F_2$ focarele hiperbolei, distanța dintre care este o valoare notată prin $2c$, iar prin $2a$ vom nota diferența distanțelor oricărui punct al hiperbolei la cele două focare. Conform definiției hiperbolei, putem afirma că hiperbola poate fi construită parțial cu ajutorul instrumentelor neclasice: de exemplu, cu o sfoară și două puncte fixe – focarele. Pentru aceasta, luăm o sfoară și efectuăm un nod pe lungimea ei, astfel încât acest nod/punct să împartă lungimea sfoarei în două segmente a căror diferență este $2a<2c$. Capetele sfoarei se fixează cu ajutorul a două ace în poziția focarelor. Efectuăm o răsucire a sfoarei pentru a primi un lanț, și introducem în el vârful unui creion. Pentru construirea curbei, vom ține creionul în poziția verticală, iar cu mâna stângă vom trage sfoara de nodul creat în direcția focarelor. În procesul tragerii, vârful creionului se va mișca, iar în urma acestei mișcări, va fi trasată o porțiune din ramura hiperbolei (fig. 3). Pentru construirea celelalte ramuri este necesar să modificăm cu locul capetele sfoarei.

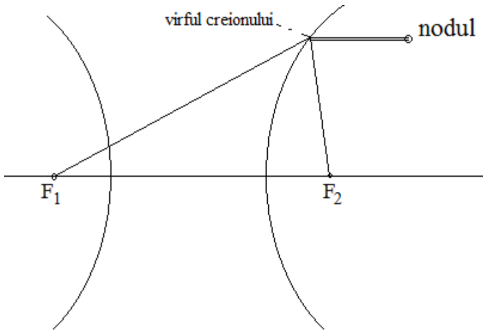


**Fig. 3** ***Construirea hiperbolei cu ajutorul unei sfoare și a două puncte fixe***

**III. Construcția parabolei.**

**Def:** Locul geometric al punctelor din plan, egal depărtate de la un punct dat F, numit focar, și o dreaptă dată *l*, numită directoare, se numește parabolă.

Din definiție rezultă și condițiile de desenare a unui arc de parabolă cu ajutorul instrumentelor neclasice: un echer și o riglă unilaterală.

Fie dată o dreaptă – care va reprezenta directoarea parabolei și un punct arbitrar $F_1$ - focarul ei. Fixăm rigla astfel încât muchia ei să coincidă cu directoarea, apoi un echer cu cateta cea mai mică pe directoare (rigla unilaterală) și în final luăm o sfoară capetele căreia să fie fixate: unul în focar, iar alt capăt - în vârful echerului dintre cateta mare și ipotenuză. Cu ajutorul unui creion întindem sfoara. În procesul mișcării echerului și a lunecării vârfului creionului pe catetă, vom obține un arc de parabolă (fig. 4).

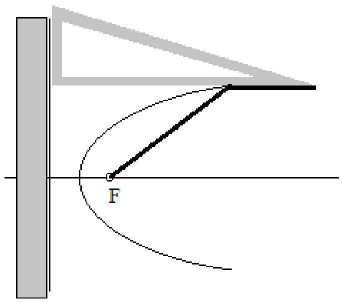


**Fig. 4** ***Construirea parabolei cu ajutorul unei sfoare și al unui punct fix***

**IV. Trisecția unui unghi.**

În cazul necesității împărțirii unui unghi în trei părți egale, putem utiliza instrumentul neclasic numit *trisector* (fig. 5).

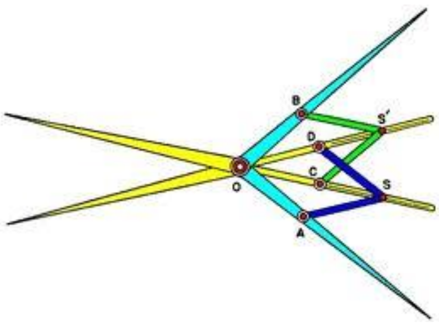


**Fig. 5** ***Trisector***

Fixăm vârful unghiului în punctul O (indicat pe trisector), apoi pe o semidreaptă a unghiului - acul ce conține punctul A. Deoarece unghiurile sunt de diferite mărimi, cu ajutorul acelor din stânga (vezi fig. 5) modificăm mărimea unghiului până când obținem cealaltă semidreaptă fixată pe acul ce conține punctul B. Deci trisectorul nostru are mărimea unghiului cercetat. Fixăm câte un punct de pe acele DS' și CS, iar semidreptele ce unesc aceste puncte cu vârful unghiului vor reprezenta semidreptele de trisecție ale unghiului

**Bibliografie**


1. Miron, R., Geometrie elementară, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1968.
2. Vinogradov, S., P., Curs de matematici superioare. Partea II, Geometrie analitică, București, Litografia învățămîntului, 1956.
3. Бахвалов, С.,В., Бабушкиным, Л.,И., Иваницкой, В.,И., Аналитическая геометрия, 1958.