

CZU: 514:37.026(091)

## ISTORICUL METODOLOGIEI STUDIERII POLIEDRELOR REGULATE ÎN GEOMETRIE

Gabriela MARCHITAN, inspector școlar general

<https://orcid.org/0000-0001-5558-4136>

IȘJ Vrancea, România

**Rezumat.** În matematică se cunosc cinci corpuri ideale, care au fost întotdeauna sursa disputelor între știință și misticism. În Academia lui Platon au primit și numele de solide platonice.

**Cuvinte cheie:** geometrie spațială, poliedre, poliedre regulate, tetraedru, hexaedru, octaedru, dodecaedru, icosaedru, misticism medieval.

## HISTORY OF THE METHODOLOGY OF STUDYING REGULAR POLYHEDRA IN GEOMETRY

**Abstract.** In mathematics, five ideal bodies are known, which have always been the source of disputes between science and mysticism. In Plato's Academy they also received the name Platonic solids

**Keywords:** spatial geometry, polyhedra, regular polyhedra, tetrahedron, hexahedron, octahedron, dodecahedron, icosahedron, medieval mysticism.

Noțiunea de *poliedru regulat* (apud Purcaru) a apărut în Academia lui Platon. Ele au mai fost numite *corpuri platonice*, corpuri geometrice spațiale mărginite de suprafețe plane în formă de poligoane regulate. *Poliedrele regulate* sunt cunoscute sub diverse forme încă din antichitate.

Un *poliedru convex* se numește *regulat*, dacă toate fețele lui sunt poligoane regulate congruente între ele și toate unghiurile poliedre tot congruente între ele. Prin urmare, vor fi congruente respectiv toate elementele măsurabile ale poliedrului regulat dat: *muchiile, unghiurile: plane, diedre, poliedre și, respectiv, poligoanele care reprezintă fiecare față laterală.*

Studiul cu referire la corpurile platonice (poliedrele regulate), se conține în ultima, cea de a XIII-a carte, a *Elementelor* lui Euclid, fiind considerat *nimbul* sau *aureola* fascinantă a *Elementelor*. Cartea este inspirată după Theetet (*ilustru matematician grec*) și fundamentată de lucrarea *Compararea celor cinci corpuri regulate* a lui Aristeu (Aristaeus) cel Bătrân (cca 320 î.e.n.) (*ilustru matematician grec considerat după Montucla, ca fiind unul din dascălii lui Euclid*) (apud Albu).

Inițial Euclid determină existența acestor poliedre și, anume, indică modalitatea cum de înscris într-o sferă un poligon regulat:

- **tetraedrul – piramida triunghiulară regulată** (din grecește: „*tetra*” – patru și „*(h)edra*” – față) – poliedrul care are 4 fețe (triunghiuri echilaterale), 4 vârfuri, 6 muchii;
- **hexaedrul – cubul** (din grecește: „*hexa*” – șase) – are 6 fețe (pătrate), 8 vârfuri, 12 muchii;

- **octaedrul** (din grecește: „*octo*” – opt) – are 8 fețe (triunghiuri echilaterale), 6 vârfuri, 12 muchii;
- **dodecaedrul** (din grecește: „*dodeca*” – doisprezece) – are 12 fețe (pentagoane regulate), 20 vârfuri, 30 muchii;
- **icosaedrul** (din grecește: „*eicosi*” – douăzeci) – are 20 fețe (triunghiuri echilaterale), 12 vârfuri, 30 muchii.

După aceste relatări Euclid demonstrează în cea de-a 18-a propoziție, ultima din cartea a XIII-a, în afară de aceste 5 corpuri menționate, că alte corpuri regulate nu există și expune modalitatea de construcție a fiecărui corp separat (Vaerden. p. 237-239).

De tot erau cunoscute 5 poliedre regulate în școala pitagoriană (sec. VI î.e.n.), fiind una dintre cele mai valoroase descoperiri ale matematicii din Grecia Atică. Toate aceste poliedre regulate, după cum indică cercetările lui Lindeman erau cunoscute egiptenilor antici. Matematicianul Proclus (sec. V) îi atribuie lui Pitagora construcția celor 5 poliedre regulate, însă cercetări mai recente indică faptul, că Pitagora putea cunoaște doar cel mult: *cubul*, *tetraedrul* și *dodecaedrul*, pe când octaedrul și icosaedrul au fost descrise abia de Theetet din Atena (sec. IV î.e.n.).

Pitagorienii atribuiau poliedrelor regulate un loc extrem de important în „*teoriile lor cosmologice*”. Sub influența lor Democrit a atribuit unor atomi formele poliedrelor regulate. Și actualmente se consideră că:

- **tetraedrul** corespunde formei atomului de apă solidă – gheața (anume de atâta cu mare înverșunare ne pișcă gerul din *ningău* și *faur*);
- **hexaedrul – cubul** – corespunde formei atomului de sare de bucătărie;
- **octaedrul** – corespunde formei atomului de aur;
- **dodecaedrul** – corespunde formei atomului briliantului, care reflectă o fascinantă iluminare având toate unghiurile diedre de  $120^\circ$ , unghiuri care permit o reflectare totală a luminii, ceea ce frapează ochiul omului, în special, ochiul unei doamne distincte;
- **icosaedrul** corespunde formei atomului rocii (pietrei) de diamant, ce posedă o duritate rar atestată, ceea ce permite de a fi utilizată în fabricarea uneltelor de tăiat.

Platon nimic nu a adăugat la teoria matematică a pitagorienilor cu referire la teoria poliedrelor regulate, ci le-a atribuit următoarea interpretare metafizică, dând formelor lor respectiv cele patru „*elemente de bază*” ale naturii:

- **tetraedrului** îi corespunde pământul;
- **hexaedrului/cubului** – apa;
- **octaedrului** – aerul;
- **icosaedrului** – focul.

În Academia lui Platon poliedrele regulate erau cunoscute ca corpuri geometrice ale căror fețe sunt poligoane regulate, toate feșele identice între ele congruente și cu toate unghiurile poliedre congruente, menționate prima oară în opera lui Platon „*Timei*”. Cubul are

fețele pătrate, dodecaedrul (*cu 12 fețe*) este construit pe baza pentagonului regulat (*consultați poligoane regulate*), iar tetraedrul, octaedrul și icosaedrul (*cu 20 fețe*), pe baza triunghiului echilateral. În Istoria Matematicii mai sunt cunoscute sub numele „*corpuri platonice*”, datorită faptului că Platon a încercat să identifice o relație între fiecare dintre aceste corpuri și cele cinci elemente din care se credea, pe atunci, că este alcătuit întreg Universul.

Ulterior la ele a fost atașat și cel de-al 5-lea corp din familia poliedrelor regulate – dodecaedrul. Lui i s-a atribuit *cosmosul*.

În Muzeul Britanic se păstrează un exponat al unui dodecaedru cu briliante pe toate laturile lui, descoperit printre săpăturile arheologice ale siturilor istorice etrusce, datate cca 900-600 ani înaintea erei noastre. Se consideră că acest corp ideal ar fi putut servi ca totem în ritualuri religioase ale etruscilor.

Din considerentele menționate poliedrele regulate au fost denumite: „*corpuri cosmice*”, „*corpuri platonice*”, „*corpuri ideale*”.

Cu studiul poliedrelor regulate s-au ocupat Papus din Alexandria (sec. III), mai apoi mulți oameni de știință și arte din Epoca Renașterii, printre care s-a remarcat Iohann Kepler, Luca Pacioli, Albreht Durer, O. Finaeus, P. Ramus etc.

Luca Pacioli în baza lor a scris despre secțiunea de aur.

Albreht Durer ocupându-se de poliedre a indicat cum se poate construi din hârtie un poliedru regulat, decupând desfășurata apoi modelând-o după muchiile corespunzătoare.

La începutul carierei sale științifice, Iohann Kepler, pentru care poliedrele regulate au fost cel mai îndrăgit subiect de cercetare în calitate de astronom și astrolog al Curții Regale din Praga, a emis o descoperire falsă, care la începutul carierei i-a adus mare stimă și slavă, însă de care ulterior, după ce a devenit adept al concepției lui Copernic, s-a dezis, socotind-o incorectă și nefondată științific. Această „*descoperire*” expusă în cartea: „*Taina Cosmografică*” (1596), consta în următoarele: sferii pe care se rotește Mercuriu (orbita lui în raport cu toate orbitele planetelor Sistemului Solar, se consideră drept cerc) i se circumscrie un *octaedru*; în jurul octaedrului – o sferă, pe care se deplasează Venera (Venus), cărei i se circumscrie un *icosaedru*; în jurul icosaedrului – o sferă pe care se deplasează Pământul (Terra), cărei i se circumscrie un *dodecaedru*; în jurul dodecaedrului – o sferă, pe care se deplasează Marte (Mars), cărei i se circumscrie un *tetraedru*; în jurul tetraedrului – o sferă, pe care se deplasează Jupiter, cărei i se circumscrie un *hexaedru*; în jurul hexaedrului – o sferă, pe care se deplasează Saturn, ultima planetă din Sistemul Solar cunoscută lui Kepler.

Ulterior, studiind observațiile de mai mulți ani duse de eminentul astronom Tiho Brahe astronom la Curtea Regală din Viena asupra mișcării planetelor și, în special, a planetei Marte, Kepler descoperă, că Marte se deplasează nu după un cerc cum se presupunea, ci după o elipsă, și revizuiind în mod critic riguros viziunile sale cu referire la mișcările planetelor și structura cosmografică a Universului cunoscut lui, a ajuns la descoperirea „*legilor lui Kepler de deplasare a corpurilor cerești*”. Datorită acestor legi de deplasare a corpurilor cerești, legi sfinte în astronomia modernă, a fost determinată și eroarea numărării anilor în conformitate

cu **era creștină** – de la **nașterea lui Hristos** (*se presupune o eroare de cel puțin 4 ani*), comisă de Dionisii cel Mic (*calugăr român din Dobrogea*), care a fost secretar la 5 Papi la Roma.

De demonstrarea teoremei cu referire la poliedrele regulate și elementele lor s-a ocupat Euler. Euler a determinat dependența funcțională dintre muchiile, fețele și vârfurile oricărui poliedru regulat. Dacă  $M$  este numărul muchiilor,  $F$  – numărul fețelor și  $V$  – numărul vârfurilor poligonului regulat, atunci:  $M + 2 = F + V$ . Verificați formula în corespundere cu tabelul:

	<i>Vârfuri</i>	<i>Fețe</i>	<i>Muchi</i>	$V + F - 2 = M$	<i>MISTICA</i>
Tetraedrul	<b>4</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	$4 + 4 - 2 = 6$	<i>pământul</i>
Hexaedrul	<b>8</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	$8 + 6 - 2 = 12$	<i>apa</i>
Octaedrul	<b>6</b>	<b>8</b>	<b>12</b>	$6 + 8 - 2 = 12$	<i>aerul</i>
Dodecaedrul	<b>20</b>	<b>12</b>	<b>30</b>	$20 + 12 - 2 = 30$	<i>cosmosul</i>
Icosaedrul	<b>12</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	$12 + 20 - 2 = 30$	<i>focul</i>

Cu 100 ani înaintea lui Euler această teoremă a fost formulată de către Renet Descartes, însă nu a fost demonstrată la momentul dat.

În 1812 O. Coși a demonstrat, că alte poliedre regulate nu există.

## **Bibliografie**

1. ALBU, A. C. *O istorie a matematicii. Antichitatea până în secolul VI (XIII). Vol. I.* Pitești: Nomina, 2009, 3 vol. 457 p.
2. BOTH, N. *Istoria Matematicii.* Cluj-Napoca: Alc Media Grup, 1999. 256 p.
3. GLEIZER, G.I. *Istoria matematicii în școală. Clasele IX-X. Suport pentru cadrele didactice (Istoria matematicii în cadrul orelor. Istoria matematicii în cadrul activităților extracurriculare.).* Moscova: Prosveșcenie, 1983, 351 p. (în rusă).
4. GLEIZER, G.I. *Istoriismul în predarea matematicii. Partea a III-a. Geometria și trigonometria.* Chișinău: Lumina, 1966. 207 p. (cu caractere chirilice).
5. KOLMAN, E. *Istoria Matematicii în antichitate.* București: Editura Științifică, 1963. 246 p.
6. STROIK, D.I. *Succintă incursiune în Istoria Matematicii.* Moscova: Nauka, 1969. (ediția a II-a), 327 p. (în rusă).
7. VAN DER VARDEN, B.L. *Știință în deșteptare. Matematica Egiptului, Babilonului și Greciei Antice.* Moscova: Fiz-mat, 1959. 459 p. (în rusă).
8. VILEITNER, G. *Istoria Matematicii de la Descartes până la jumătatea secolului al XIX-lea.* Moscova: Fiz-mat, 1960. 467 p. (în rusă).