

APLICAȚII PRACTICE ALE TRIGONOMETRIEI ÎN FIZICĂ

Serghei MAFTEA, dr., conf. univ.

<https://orcid.org/0000-0001-9497-2967>

Academia „Ștefan cel Mare” a MAI

Rezumat. Modelul educațional STEM/STEAM include mai multe particularități reprezentând pe moment, din perspectiva strategică, un obiectiv al educației moderne, atât pe plan național, cât și internațional. Articolul de față abordează modelul menționat prin problematică ce se referă la formarea temeinică a legăturilor interdisciplinare dintre matematică și fizică.

Cuvinte cheie: matematică, educație STEM/STEAM, trigonometrie, fizica. interdisciplinaritate.

PRACTICAL APPLICATIONS OF TRIGONOMETRY IN PHYSICS

Abstract. The STEM/STEAM educational model includes several fields currently representing a strategic objective of modern education both nationally and internationally. The present article approaches the mentioned model through problematic which refers to the fundamental formation of the transdisciplinary links between mathematics and physics.

Keywords: mathematics, STEM/STEAM education, trigonometry, physics, interdisciplinarity.

Formarea competențelor – cheie, specificate la alin. (2) art.11 în Codul Educației al Republicii Moldova implică popularea procesului educațional cu conexiuni interdisciplinare [1]. Etapa actuală, de dezvoltare a societății umane prin prisma spectrului educațional, este caracterizată de faptul că ramurile științei prezintă strânse legături între ele, din acest motiv, este necesar ca și între disciplinele școlare să se prezinte germenii acestor relații. Legăturile interdisciplinare au devenit o condiție didactică și o modalitate de asimilare completă și cuprinzătoare a fundamentelor științelor implementate în procesul educațional. În acest context ținem să evidențiem punctul de vedere, la care ne aliniem, că disciplina Matematica trebuie să rămână o disciplină monodisciplinară în Planul Cadru de învățământ al școlii, dar cu mențiunea că învățarea matematicii necesită în mod obligatoriu, și evidențierea transdisciplinarității [2].

Elemente indispensabile spațiului educațional îl reprezintă idealul educațional și misiunea educației, în acest sens educația STEM reprezintă o modalitate persistentă de perspectivă în vederea asigurarea atingerii acestora. Educația STEAM sporește experiența școlară pe ambele părți, cea a elevilor și pe cea a profesorilor, oferind și oportunitatea generării de standarde personale pe care elevii le vor transla pe întregul traseu academic [3]. Astfel, interdisciplinaritatea ca verigă importantă în lanțul definit de educația STEM asigură persistența elementelor menționate.

De asemenea, se poate sublinia că Matematica joacă un rol extrem de important în fizică, prin faptul că oferă posibilitatea de a generaliza și de a exprima legile fizicii într-o formă precisă și concisă. Astfel, în cele ce urmează, vom reliefa unele situații didactice de studiere a matematicii care sunt susținute de aspecte interdisciplinare ce implică elemente de fizică.

Trigonometria are un vast teritoriu de aplicabilitate fiind indispensabilă multor domenii precum geometria, fizica, mecanica și tehnica, precum și alte domenii. În continuare, pentru a elucida aplicativitatea trigonometriei în fizică, vor fi abordate câteva subiecte.

Teoremă. Proiecția unui vector \vec{F} pe o careva axă l , $pr_l \vec{F}$, este egală cu produsul dintre lungimea vectorului, $|\vec{F}|$, și cosinus al unghiului dintre vector și axă:

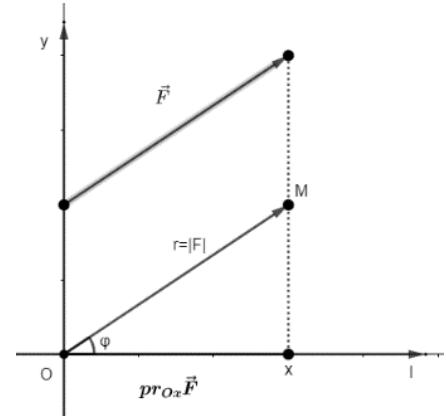
$$pr_l \vec{F} = |\vec{F}| \cdot \cos \phi.$$

Dem. Fie ϕ – unghiul dintre vectorul \vec{F} și axa l . Considerăm că axa l coincide cu axa Ox , iar originea vectorului \vec{F} se află pe axa Oy a sistemului cartezian rectangular de coordonate.

Fie \vec{OM} un reprezentat al vectorului \vec{F} , care se obține la translarea paralelă a vectorului \vec{F} de-a lungul axei Oy .

Evident că vectorii \vec{OM} și \vec{F} au aceeași proiecție. Așa dar: $\cos \phi = \frac{x}{r} \text{ sau } x = r \cos \phi$, unde x – este proiecția căutată,

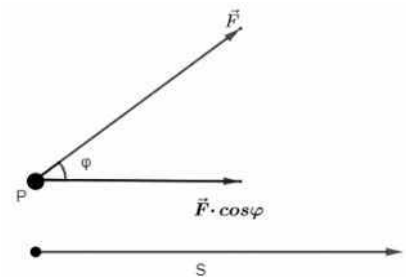
$x = pr_{Ox} \vec{OM} = pr_l \vec{F}$, iar r – este lungimea vectorului \vec{F} , $r = |\vec{F}|$. Deci $pr_l \vec{F} = |\vec{F}| \cdot \cos \phi$. **c.t.d.**



Problema 1. Fie că asupra unui corp acționează o forță constantă \vec{F} și corpul se mișcă uniform rectiliniu. Determinați lucrul A , efectuat de forța \vec{F} , pentru a deplasa corpul la distanța S .

Soluție. Se știe că pentru a determina lucrul efectuat de o forță \vec{F} trebuie să înmulțim proiecția acestei forțe, $pr \vec{F}$, cu distanța S .

Aplicând **Teorema** se obține $A = pr \vec{F} \cdot S = |\vec{F}| \cdot \cos \phi \cdot S$.



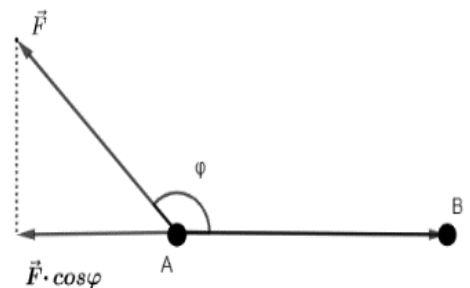
Problema 2. Fie P un punct material asupra căruia acționează forța constantă \vec{F} . Discutați semnul lucrului necesar pentru a deplasa rectiliniu punctul de la punctul A la punctul B .

Soluție. Lucrul efectuat de forța \vec{F} , în acest caz (vezi **Problema 1**), se determină conform formulei:

$$A_{\vec{F}}^{A \rightarrow B} = |\vec{F}| \cdot |AB| \cdot \cos \phi.$$

Astfel,

- dacă $0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$, atunci $\cos \phi > 0$ și deci lucrul A este pozitiv: forța are aceeași direcție ca și deplasarea.
- dacă $90^\circ < \alpha \leq 180^\circ$, atunci $\cos \phi < 0$ și deci lucrul A este negativ (lucrul de rezistență), forța este orientată opus deplasării.



- dacă $\phi = 90^\circ$, atunci $\cos \phi = 0$ și deci lucrul A este nul.

Problema 3. Fie că asupra unui punct acționează forțele \vec{F}_1 și \vec{F}_2 unghiul dintre care este α . Determinați modulul forței rezultantă ce acționează asupra punctului.

Soluție. Problema se reduce la calcularea lungimii diagonalei OB a paralelogramului format pe baza vectorilor \vec{F}_1 și \vec{F}_2 .

Folosim în $\triangle OAB$ teorema cosinusurilor

$$OB^2 = OA^2 + AB^2 - 2OA \cdot AB \cdot \cos(180^\circ - \alpha).$$

Aplicând **Teorema** și formula de reducere corespunzătoare

se obține $|\vec{F}|^2 = |\vec{F}_1|^2 + |\vec{F}_2|^2 - 2|\vec{F}_1| \cdot |\vec{F}_2| \cos \alpha$.

Problema 4. Fie un plan înclinat are lungimea l , înălțimea h și unghiul format de acesta cu planul orizontal este α . Să se

determine componentele greutății \vec{G} și forța \vec{F} , necesară ridicării unui corp pe acest plan înclinat în condiția neglijării forței de frecare.

Remarca 1. Un plan care formează un unghi ascuțit cu planul orizontal se numește plan înclinat.

Remarca 2.

- Componenta normală a greutății, G_n , se obține prin proiecția greutății pe direcția perpendiculară cu direcția planului înclinat.
- Componenta tangențială a greutății, G_t , se obține prin proiecția greutății pe direcția paralelă cu direcția planului înclinat.

Soluție. În condițiile problemei ușor se realizează reprezentarea geometrică, unde: \vec{G}_n și \vec{G}_t sînt componentele greutății \vec{G} , \vec{N} este forța de reacțiune normală ce apare la contactul dintre două corpuri.

Astfel, examinând reprezentarea geometrică se constată că:

- echilibrul pe direcția paralelă cu cea a planului înclinat se

reduce la $\vec{F} + \vec{G}_t = 0 \Leftrightarrow \vec{F} = -\vec{G}_t$. Deci $|\vec{F}| = |\vec{G}_t|$.

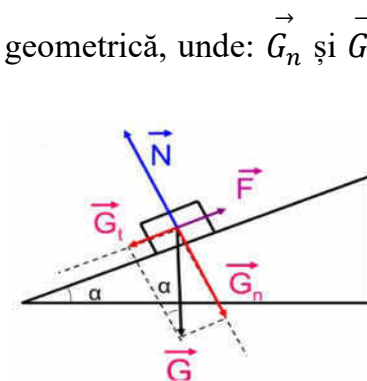
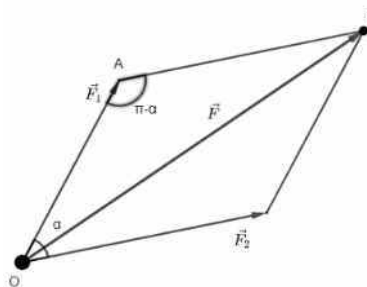
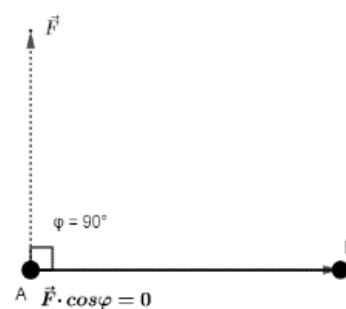
- echilibrul pe direcția perpendiculară pe planul înclinat se reduce la $\vec{N} + \vec{G}_n = 0 \Leftrightarrow \vec{N} =$

$-\vec{G}_n$. Deci $|\vec{N}| = |\vec{G}_n|$.

Aplicând **Teorema** și formula de reducere corespunzătoare se obține

$$|\vec{N}| = |\vec{G}_n| = |\vec{G}| \cos \alpha \quad |\vec{F}| = |\vec{G}_t| = |\vec{G}| \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = |\vec{G}| \sin \alpha$$

Folosind noțiunea de *sinus* se obține $\sin \alpha = \frac{h}{l}$, astfel $|\vec{F}| = |\vec{G}| \cdot \frac{h}{l}$.



Ca rezultat, se poate constata că, forța necesară ridicării unui corp pe un plan înclinat este de atâtea ori mai mică decât greutatea corpului, de câte ori lungimea planului înclinat este mai mare decât înălțimea acestui plan. Deci forța respectivă și greutatea sunt direct proporționale cu înălțimea și lungimea planului înclinat.

Concluzii

Activitățile didactice propuse permit implementarea unor modele pedagogice ce fortifică legăturile interdisciplinare și educația STEAM. De asemenea, se asigură formarea mai completă a competențelor, asimilarea temeinică a conceptelor și legilor științifice, evidențierea unității lumii materiale, a relației dintre fenomenele naturii și sporește calitatea organizării procesului educațional al elevilor. În plan general se poate constata că acestea prezintă din punct de vedere al valorii educaționale aspecte superioare. Pe dimensiunea particulară în vederea consolidării cunoștințelor și formării temeinice a competențelor matematice asociate trigonometriei pot fi propuse modele care au ca parte componentă și alte tematici din fizică. Deci, esența legăturilor interdisciplinare este direcționată spre stabilirea unor astfel de conexiuni între disciplinele academice care să permită formarea cunoștințelor generale sintetizate în rândul audiențelor. Implementarea sistematică a legăturilor interdisciplinare dintre matematică și fizică în cazul predării diferențiate a matematicii îmbunătățește calitatea cunoștințelor matematice ale elevilor, contribuie la formarea ideilor despre modelarea matematică, ca metodă de studiu al realității, fenomenelor oferind oportunități pentru dezvoltarea intereselor cognitive ale elevilor.

Bibliografie

1. Codul Educației al Republicii Moldova, nr. 152 din 17.07.2014. În: Monitorul Oficial al Republicii al Moldova, 2014, nr. 319-324.
2. ACHIRI, Ion. Matematica și educația STEAM: aspecte transdisciplinare. În: Materialele Conferinței științifice internațional „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)” dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol GREMALSCHI. Volumul I, p.25, 282, 29-30 Oct. Chișinău, 2021.
3. MAFTEA, Serghei. Idealul educațional și misiunea educației prin prisma conceptului STEAM. În: Materialele Conferinței științifice internațional „Abordări inter/transdisciplinare în predarea științelor reale, (concept STEAM)” dedicată aniversării a 70 de ani de la nașterea profesorului universitar Anatol GREMALSCHI. Volumul I, p. 114. 29-30 Octombrie. Chișinău, 2021.
4. MAFTEA, Serghei. Inițiere în trigonometrie. Chișinău: Departamentul Editorial-Poligrafic al Academiei "Ștefan cel Mare", 2021.