

METODA GENETIC-ISTORICĂ A NOȚIUNILOR DIN COMPARTIMENTUL GEOMETRIC AL MATEMATICII

Mirela MĂCIUCA, profesor la matematică

<https://orcid.org/0000-0002-3862-2812>

ȘG „Dimitrie Gusti”, Nereju, Vrancea, România

Rezumat. Noțiunile matematice din compartimentul geometric sunt noțiuni rezultate din practica vieții umane, deoarece geometria este acea punte veridică care leagă inextricabil matematica de viața de zi cu zi, abstractul de concret.

Cuvinte cheie: geometrie, cunoștințe geometrice, papyrus hieroglific, tăblițe de lut cuneiforme, negustor, scrib.

THE GENETIC-HISTORICAL METHOD OF THE NOTIONS OF THE GEOMETRIC COMPARTMENT OF MATHEMATICS

Abstract. The mathematical notions in the geometric compartment are notions resulting from the practice of human life, because geometry is that veridical bridge that inextricably links mathematics to everyday life, the abstract to the concrete.

Keywords: geometry, geometric knowledge, hieroglyphic papyrus, cuneiform clay tablets, merchant, scribe.

Cuvântul „*geometria*” este de origine greacă: *geos*-pământ și *metros*-măsurare. În traducere înseamnă „*măsurarea pământului*”.

Cunoștințele geometrice sub formă de deprinderi practice referitor la măsurarea suprafețelor și volumelor unor corpuri a apărut încă în Egiptul Antic cu peste 4500 ani în urmă. Iată ce scrie despre apariția geometriei istoricul grec Herodot, care a trăit cu peste 2600 ani în urmă: „*Sezostris, împăratul egiptean, a făcut împărțirea pământurilor, separând fiecărui egiptean un teren după tragerea la sorti. În conformitate cu aceste sectoare de teren de la contribuabili se luau impozite anuale.*”

Dacă Nilul inunda ternul cuiva, atunci suferindul se adresa împăratului și lui îi raportau despre cele întâmplate. Atunci împăratul trimitea măsurătorii de pământ (geometrii/haperdonauți – trasatori de sfori). Ei măsurau cu cât s-a mișcat terenul, și în corespundere cu aceasta micșorau impozitul anual”. Iată de unde a apărut știința despre măsurare a pământului – geometria.

Despre aceasta scrie și un savant grec Eudem din Rodos (sec. IV î.e.n.): „*Geometria era cunoscută de egipteni și a apărut din măsurarea pământului. Aceste măsurări le era lor necesare în urma revărsărilor râului Nil, care-și schimba mereu albia și își spăla malurile. Nu este nimic de mirare în aceea, că această știință, ca și altele, a apărut din necesitățile omului. Orice cunoștințe apărute din stare imperfectă trec cu timpul în perfectă”.*

Nu trebuie de tras concluzia, că dacă nu era Nilul cu revărsările lui abundente, nu ar fi fost nici geometria. Oamenilor întotdeauna le-a fost necesar de determinat distanța dintre două puncte, ariile suprafețelor anumitor terenuri și volumele corpurilor (*utilizate, spre exemplu,*

la construirea caselor de construit), și ei au fi creat această geometrie dacă nu în Egipt, atunci în India, dacă nu în India, atunci în China sau în altă țară cu civilizația avansată. Aceasta anume așa și s-a petrecut. Necesitățile cotidiene i-au impus pe oameni de a găsi procedee de măsurare a distanțelor, ariilor suprafețelor și volumelor în diferite țări și în diferite timpuri.

Cu încetul, pe parcursul a mai multor secole, egiptenii antici au acumulat diverse cunoștințe științifice, printre care și cunoștințe geometrice. Ei puteau destul de precis să determine aria unei figuri, volumul unor corpuri, să rezolve careva probleme geometrice. Însă geometria ca știință încă nu exista în acea vreme. La ei existau o mulțime de rețete sau prescripții, nelegate între ele de o idee comună, nearanjate într-o sistemă unică armonioasă. Aceste rețete-prescripții erau de cele mai multe ori cunoscute de persoanele de cult – geții hramurilor „sfinte” (*preoți sacerdoți*), însă ei le țineau sub mare taină.

Împărații Egiptului Antic duceau războaie dese cu vecinii, care slăbeau puterea economică a țării. Începând cu secolul VIII î.e.n. măreția Egiptului decade. Țara nu odată a fost cucerită de alte popoare, a fost supusă exploatării și ruinării. Știința și arta au decăzut.

La nord de Egipt în Grecia deja a apărut un stat nou-elin! Negustorii greci vizitau Egiptul și, întorcându-se, povesteau multe de toate despre această „țară a minunilor”. Împreună cu negustorii Egiptul a început a fi vizitat și de savanți, și tezaurul științei empirice egiptene cu timpul a devenit cunoscut și grecilor antici.

Însă grecii nu pur și simplu au asimilat cunoștințele egiptenilor. Ei au corectat greșelile egiptenilor și au dezvoltat în ascensiune geometria mai departe. Anume în Grecia antică cu peste 2800 ani în urmă geometria a devenit o știință matematică.

Papirusurile Egiptene, tăblițele babiloniene, sutrele hinduse și alte documente din antichitate conțin multe probleme privind calculul ariilor unor figuri și al volumelor unor corpuri. Însă geometria din acele timpuri străvechi era un fel de culegere de reguli obținute din experiență.

Din Egipt și Babilon geometria a pătruns în Grecia cam prin secolul VII î.e.n. Aici cunoștințele geometrice, acumulate pe cale empirică, adică experimentală, în legătură directă cu cerințele practice, au fost dezvoltate mai departe, generalizate și fundamentate prin raționament logic de savanți și filozofi greci Thales, Pitagora, Democrit, Aristotel ș.a. Cu încetul în curs de 3-4 secole geometria s-a transformat în Grecia dintr-o teorie matematică rudimentară, într-o mare știință ce studiază formele spațiale, figurile și corpurile geometrice, proprietățile lor și relațiile dintre ele. În această știință adevărurile se demonstrează pe cale logică.



Prima expunere sistematică a științei geometrice, ajunsă până în zilele noastre, este conținută în lucrarea „*Elemente*” a savantului grec Euclid (sec. III î.e.n.). după „*Elementele*” lui Euclid s-a studiat geometria în lumea întreagă timp de peste 2000 mii de ani. Chiar și manualele de geometrie ce se foloseau și se mai folosesc în prezent pot fi considerate ca niște prelucrări ale „*Elementelor*”. Iată de ce geometria școlară se numește câte odată „*Geometria euclidiană*”.

O etapă nouă în dezvoltare geometriei ca știință au însemnat-o lucrările genialului matematician rus N. I. Lobachevski (1792-1856), creatorul geometriei *neeuclidiene*, despre care se învață în clasele superioare.

Geometria are numeroase aplicații în știință, artă și tehnică: în mecanică și optică, în arhitectură și pictură, la orice lucrare de construcție, la întocmirea hărților etc. Un rol important îl joacă geometria în astronomie, la studiul mișcării corpurilor cerești, geometria contribuie la cucerirea cosmosului la dezvăluirea tainelor universului.

Formele geometrice omul le-a luat din natură, din lumea reală ce-l înconjoară. Corpurile materiale au diferite însușiri – formă, culoare, greutate, densitate etc. Gândindu-se însă mereu la forma și dimensiunile corpurilor, făcând abstracție, adică neținând seama de alte proprietăți ale lor, omul a ajuns treptat la noțiunea abstractă de *corp* geometric, la noțiunile de *suprafață* geometrică – marginea corpului, de *linie* geometrică – marginea suprafeței, de *punct* – capătul liniei. Linia poate fi privită și ca intersecția a două suprafețe, punctul – intersecția a două linii.

Noțiunile geometrice fundamentale ca punct geometric, linie geometrică, suprafață geometrică etc. omul le-a format cu ajutorul imaginilor punctelor, liniilor și suprafețelor **materiale**. De nenumărate ori observase omul suprafața mării sau oglinda lacului până ce a ajuns la noțiunea abstractă de suprafață și plan; sute de mii de ori contempla el liniaritatea razelor solare, întindea coarde pe arcurile lui până ce a ajuns la ideea abstractă de *linie dreaptă*. Liniile materiale, trasate de noi oricât de subțiri ar fi au totuși o anumită lățime sau grosime, ele ne dau numai o idee aproximativă despre liniile geometrice care au numai lungime. Același lucru se poate spune și despre celelalte noțiuni fundamentale. Așa dar, noțiunile geometrice fundamentale își trag originea din lumea materială reală.

Unii matematicieni greci foloseau și semne pentru anumite noțiuni geometrice. Heron din Aleksandria, de exemplu, folosea semnul ∇ în locul cuvântului „*triunghi*”, Pappus din Aleksandria (sec. III) scria semnul  în loc de „*cerc*”, semnul  - în loc de „*patrater*” ș.a. Cuvinte

Semnul \angle pentru „*unghiul*” a fost introdus abia în sec. XVII de matematicianul francez P. Erigon. Acesta folosea și următoarele semne: \perp - perpendicular, \sphericalangle - unghi drept, \frown - arc de cerc etc.

Triunghiul este cel mai simplu poligon. Omul cunoaște această figură încă din antichitate și a folosit-o mult în practică. Din timpuri străvechi se întrebuintează în diferite construcții figuri de formă triunghiulară, ceea ce se explică nu numai prin simplitatea, dar mai ales prin rigiditatea acestei figuri. Probleme asupra triunghiurilor și figurilor de formă triunghiulară le găsim în papirusurile egiptene și în alte documente vechi. Istoricește la început a apărut noțiunea de triunghi echilateral, apoi cea de triunghi isoscel și în sfârșit cea de triunghi scalen.

În Grecia Antică teoria triunghiurilor a fost elaborată în școlile lui Thales și a lui Pitagora (sec. VI – V î.e.n.), iar apoi a fost expusă sistematic în cartea I-a a „*Elementelor*” lui Euclid.

Cele trei cazuri de egalitate a triunghiurilor au fost studiate în școala lui Pitagora. Importanța lor se datorește faptului, că rezolvarea multor probleme geometrice se reduce la stabilirea egalității unor triunghiuri.

Proclus îi atribuie lui Thales descoperirea cazului II de egalitate a triunghiurilor (după o latură și unghiurile alăturate ei). Acest caz era folosit de Thales pentru determinarea depărtării corăbiilor de malul mării cam în felul următor.

Noțiunea de *unghi drept* este una din cele mai vechi noțiuni geometrice; ea este legată de imaginea poziției verticale a omului și a multor obiecte din împrejurul lui. Triunghiul dreptunghic este de demult folosit în diferite măsurări pe teren și în practica zidirii edificiilor.

Termenul „*ipotenuză*” este de origine greacă, însemnând „*ceea ce se întinde*”. Formarea acestui termen se explică astfel: pe harpele antice cordele erau întinse la capetele a două suporturi reciproc perpendiculare. Euclid nu folosea termenul de „*ipotenuză*”, ci cuvintele „*latura ce întinde unghiul drept*” (deci cuvântul „*ipotenuză*” îl folosea numai în sens de „*ce întinde*”).

Termenul „*catetă*” derivă din cuvântul grec „*catetos*”, care însemna (și se folosea mult timp în sens de) „*vertical*”, „*perpendicular*”. În acest înțeles figurează „*cateti*” și în vechile cărți naționale de matematică. Euclid folosea în loc de „*catete*” cuvintele „*laturile ce cuprind unghiul drept*”. Termenul „*perpendicular*”, format în Evul Mediu, este de origine latină, însemnând „*vertical*”. În literatura română veche se folosea și „*drept în jos*”, „*cumpănă*” în loc de „*perpendicular*”.

De origine greacă sunt termenii „*coardă*” (în cărțile naționale vechi – „*strună*”), „*diametru*” (de la „*dia*” – *prin*, *printre*; „*metro*” – *măsur*), „*teoremă*” („*teroe*” – *judec*, *chibzuesc*), „*axiomă*” – *afirmație netăgăduită* etc.

Cuvântul grec „*paraleloi*” înseamnă „*care merg alături*” și a fost folosit ca termen geometric încă cu 2500 ani în urmă în școala lui Pitagora. Matematicianul Papus din Alexandria (sec. III) nota paralelismul dreptelor prin semnul =; la fel procedau și alți matematicieni până în secolul XVIII, după ce semnul de egalitate =, introdus de Record, a intrat în uz general, a fost adaptat pentru notarea paralelismului semnul ||, de care ne folosim și noi. Importanța axiomei dreptelor paralele a lui Euclid în geometrie se explică prin faptul, că ea servește drept bază pentru demonstrarea unui mare număr de teoreme însă nu toate teoremele se bazează pe ea. De exemplu, pentru a demonstra cele trei criterii de paralelism – așa numitele „*teoreme directe de paralelism*”, adică egalitatea unghiurilor alterne și corespondente, formate la întretăierea a două drepte paralele cu a treia dreaptă etc.

Cartea „*Elemente aritmetice arătate firești*” (1795) a lui Amfilohie Hotiniul are un capitol, intitulat „*Pentru aritmetica geometriei, căruia îi zice uneori și Geometricească aritmetică*”, în care se vorbește, printre altele, despre unele noțiuni și figuri geometrice. Iată câteva exemple: „*Linia dreaptă este ca o sfoară întinsă între două cuie*”. Unghiul zis „*angol*”, poate fi drept, ascuțit sau „*tîmpit*” (obtuz). Se folosesc termenii cerc, arc, diametru etc. Alături de „*rază*” se întrebuițează și „*semidiametru*”. Termenul „*circumferință*” lipsește, în schimb

la nevoie se spune „împrejurarea cercului”. Cuvântul „figură” este folosit de Amfilohie Hotiniul în sensul de *cifră*, iar „cifra” – cu sensul de *zero*. De altfel, termenul „figură” provine din latina medievală, fiind traducerea exactă a cuvântului respectiv grecesc – „*schemă*”.

Istoriceste primul patrulater, cu care a făcut cunoștință omenirea, este probabil, *pătratul*. Euclid numește pătratul chiar „*patrulater*”. Au urmat pe semn dreptunghiul, trapezul isoscel și cel dreptunghic etc. Aceste figuri se întâlnesc în papirusurile egiptene și în alte documente antice. Cuvântul grecesc „*romb*”, care se întâlnește numai o singură dată în „*Elementele*” lui Euclid, era folosit în vorbirea curentă în înțeles de fus, titirez. O secțiune plană a titirezului dădea imaginea aproximativă a figurii geometrice, numite mai târziu „*romb*”. Termenul „*trapez*”, care în limba greacă înseamnă „*măsuță*”, este folosit de Euclid și în tot Evul Mediu în înțelesul de patrulater oarecare. Abia începând cu secolul XVIII termenul „*trapez*” se folosește în sens modern (iar în antichitate – numai de matematicianul grec Posidoniu).

Faptul, linia medie a unui trapez este egală cu semisuma bazelor, era cunoscut încă cu vreo 4000 ani în urmă babilonienilor și egiptenilor. Despre aceasta mărturisesc papirusul lui Ahmes, unele tăblițe cuneiforme, o inscripție străveche de pe pereții templului de la Edfu în Egiptul de Sus. Propoziția este conținută și în scrierile lui Heron din Alecsandria. Ea era folosită în practică de constructori și tehnicieni hotarnici, măsurători ai pământului.

Propoziția care afirmă, că cele trei mediane ale unui triunghi *ABC* se intersectează într-un punct *O*, se poate demonstra fără ajutorul axiomei dreptelor paralele a lui Euclid, deci ea face parte din geometria absolută. Încă cu vreo 2200 de ani în urmă marele fizician și matematician grec Arhimede a demonstrat, că punctul *O* de intersecție a medianelor este baricentrul, adică *centrul de greutate* al triunghiului. Aceasta înseamnă că centrul de greutate al unei plăci subțiri și omogene de formă triunghiulară este punctul *O*, adică, considerând vârfurile, *A*, *B*, *C*, ca 3 puncte materiale de aceeași greutate, forța rezultantă a sistemului alcătuit din cele trei greutateți are ca punct de aplicație tocmai punctul de intersecție a medianelor. Dacă triunghiul *ABC* este echilateral, atunci centrul lui de greutate coincide cu centrul lui de simetrie.

Ideea despre arie s-a născut în timpurile străvechi și s-a format în procesul activității practice a omului. La început oamenii evaluau din ochi arii pentru scopuri practice, iar mai târziu, în baza unei experiențe îndelungate, au descoperite cele mai scumpe *legi*, adică *reguli* (formule), de exemplu, aria unui dreptunghi – prin produsul lungimii laturilor sale. Aceste reguli erau folosite pentru agricultori pentru a calcula ariile câmpurilor însămânțate, a evalua recolta etc.

Teorema lui Pitagora era cunoscută în Babilon și în Egiptul Antic încă cu vreo 4000 de ani în urmă. Folosindu-se de faptul cunoscut, că triunghiul, ale cărui laturi sunt egale cu 3, 4, 5 unități, este dreptunghic, egiptenii construiau pe teren unghiuri drepte. Se proceda cam astfel: pe o frânghie se făceau 12 noduri la o distanță egală, apoi se fixau cu țărushi vârfurile triunghiului, având laturile egale respectiv cu 3, 4 și 5 părți egale, obținând unghiul drept, format de primele două laturi (catetele).

În vechile „vede” indiene, mai ales în „*Sulva-sutra*” („*Regulile frângiei*”), în care se expun explicații despre construirea altarelor, teorema, despre care este vorba, ocupă un loc de vază. În ele întâlnim următoarele, „*numere pitagorice*” (adică grupe de trei numere întregi, exprimând lungimile laturilor unor triunghiuri dreptunghice): (3, 4, 5); (5, 12, 13); (8, 15, 17); (7, 24, 25); (12, 35, 37).

Vestitul orator și om de stat Cicerone (sec. I î.e.n.), cât și scriitorul grec Plutarh (sec. I) ș.a. i-au atribuit greșit lui Pitagora descoperirea (sau prima demonstrare a) teoremei despre care este vorba. Astfel ea a primit denumirea de „*Teorema lui Pitagora*”, cu toate că era cunoscută și a fost chiar demonstrată cu mult înaintea lui.

Importanța și faima acestei teoreme i-a făcut pe mulți matematicieni să se ocupe de ea. În prezent se cunosc peste 100 de demonstrații ale teoremei lui Pitagora.

Bibliografie

1. ALBU, Adrian C. *O istorie a matematicii. Antichitatea până în secolul VI (XIII). Vol. I.* Pitești: Nomina, 2009. 3 vol. 457 p.
2. GLEIZER, G.I. *Istorismul în predarea matematicii. Geometria și trigonometria. Partea III.* Chișinău: Lumina, 1966. 208 p. (cu caractere chirilice).
3. VILEITNER, G. *Istoria Matematicii de la Descartes până la jumătatea secolului al XIX-lea.* Moscova: Fiz-mat, 1960. 467 p. (în rusă).
4. BOTH, N. *Istoria Matematicii.* Cluj-Napoca: Alc Media Grup, 1999. 256 p.