CZU: 51:37.02

O BIJUTERIE... STE(A)M

Vladimir CERBU, profesor de matematică
https://orcid.org/0000-0002-7590-283X
Colegiul Național Militar „Ștefan cel Mare” Câmpulung Moldovenesc, România

Rezumat. Abordările inter/transdisciplinare în predarea științelor reale trebuie să conducă spre un scop mai nobil: formarea unor adulți capabili să rezolve situații-problemă concrete, apărute la locul de muncă sau în viața cotidiană. Articolul de față propune transformarea unor probleme clasice de matematică în situații-problemă a căror rezolvare presupune cunoașterea și îmbinarea ingenioasă a unor noțiuni de matematică, informatică, fizică, inginerie etc.
Cuvinte cheie: abordare transdisciplinară, situație-problemă, proiecte STEM/STEAM.

A JEWEL... STE(A)M

Abstract. Transdisciplinary approaches in the teaching of real sciences must lead to a noble goal: the formation of adults capable to solve concrete problem situations from the workplace or in everyday life. This article proposes the transformation of some classic math problems into problem-situations whose solution requires knowledge and the ingenious combination of some math notions, computer science, physics, engineering, etc.
Keywords: transdisciplinary approach, problem-situation, STEM/STEAM project.

Introducere

Este bine cunoscut faptul că derularea proiectelor STEM/STEAM are ca principal scop folosirea cunoașterii disciplinare într-o manieră integratoare, transdisciplinară. În plan educațional, câștigul imediat constă în implicarea elevilor/studenților în situații de învățare reale, consistente, a căror rezolvare presupune proiectarea unei soluții, aplicarea ei în practică, analiza rezultatelor obținute, optimizarea soluției și realizarea documentației finale. În acest mod este activată gândirea critică, este încurajată inovația, este pus în valoare lucrul în echipă, se dezvoltă capacitatea de comunicare și, nu în ultimul rând, este maximizată motivația pentru învățare a elevilor/studenților.

Situația problemă analizată

Unui bijutier i s-a comandat un inel de aur de lățime h, având forma unui corp mărginit de o suprafață sferică cu centrul în O și de suprafața unui cilindru de rază r a cărui axă trece prin punctul O (vezi figura 1).

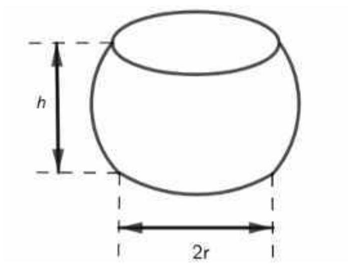

Figura 1. Bijuteria STE(A)M

Bijutierul a făurit un astfel de inel, dar a luat pe r prea mic. Cât aur trebuie să mai adauge dacă r trebuie mărit de k ori, iar lățimea h rămâne neschimbată?

Această problemă a apărut în revista sovietică *KVANT*. Se demonstrează că volumul inelului sferic, adică al corpului ce se obține prin rotirea unui segment de cerc AB (zona colorată cu verde în figura 2) în jurul diametrului MN care nu se intersectează cu AB este

$$\frac{\pi}{6} \cdot AB^2 \cdot A'B',$$

unde $A'B'$ este proiecția coardei AB pe diametrul MN [4].

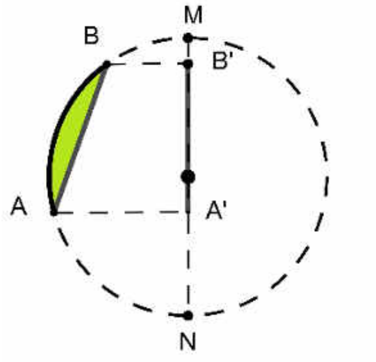

Figura 2. Segmentul de cerc

Prin urmare, volumul inelului va fi egal cu $\frac{\pi}{6} \cdot h^3$, adică nu depinde de raza r, deci bijutierul nu trebuie să mai adauge aur.

Abordări STE(A)M

Pentru elevii din clasele mari, putem calcula efectiv volumul inelului cu ajutorul integralei definite. Fie $a = \frac{h}{2}$ și considerăm funcțiile $f, g: [-a, a] \to \mathbb{R}_+, f(x) = \sqrt{r^2 - x^2}$ și $g(x) = \sqrt{r^2 - a^2}$. Inelul sferic apare ca diferența dintre corpul de rotație generat de funcția f și corpul de rotație generat de funcția constantă g.

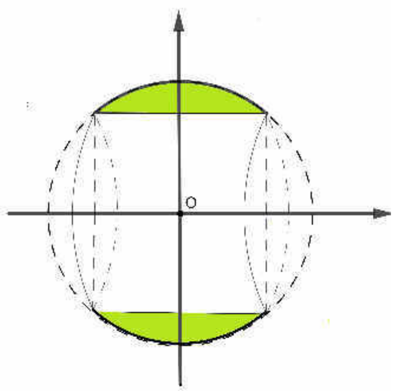

Figura 3. Corpul de rotație

$$V = \pi \int_{-a}^{a} \left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^2 dx - \pi \int_{-a}^{a} \left(\sqrt{r^2 - a^2}\right)^2 dx =$$

$$= 2\pi \int_{0}^{a} \left(\sqrt{r^2 - x^2}\right)^2 dx - 2\pi \int_{0}^{a} \left(\sqrt{r^2 - a^2}\right)^2 dx \Rightarrow$$

$$V = 2\pi \int_0^a (r^2 - x^2)dx - 2\pi \int_0^a (r^2 - a^2)dx = 2\,\pi \left(a^2 x - \frac{x^3}{3} \right)\Big|_0^a = \frac{4\pi a^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{h^3}{8} = \frac{\pi}{6} \cdot h^3.$$

Am regăsit același rezultat, care nu depinde de r, adică bijutierul nu trebuie să mai adauge aur pentru a realiza un inel mai „larg”.

Acest inel poate fi obținut (evident, nu din aur!) cu ajutorul unei imprimante 3D. Cu ajutorul programatorilor din echipa de robotică, am obținut un astfel de inel. Folosind programul CREO Parametric am putut modela problema, urmând ca obiectul din final să fie printat la imprimanta 3D. Inelul a fost realizat în următorii trei pași prezentați în imaginile următoare:

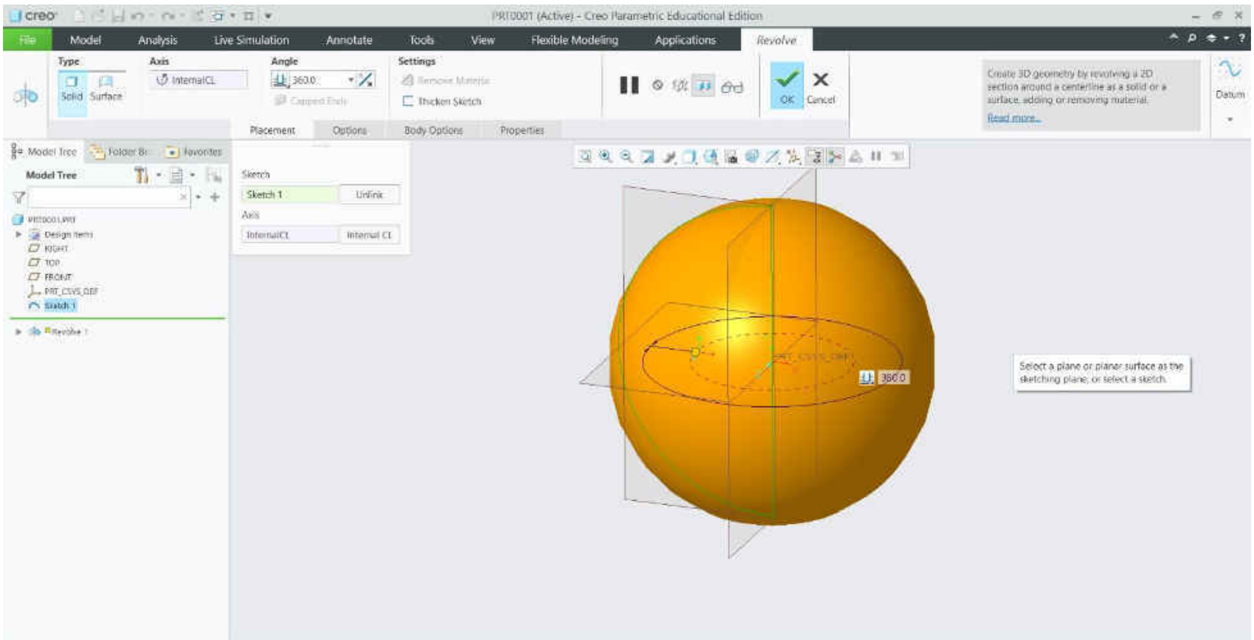

Figura 4. Crearea unei sfere

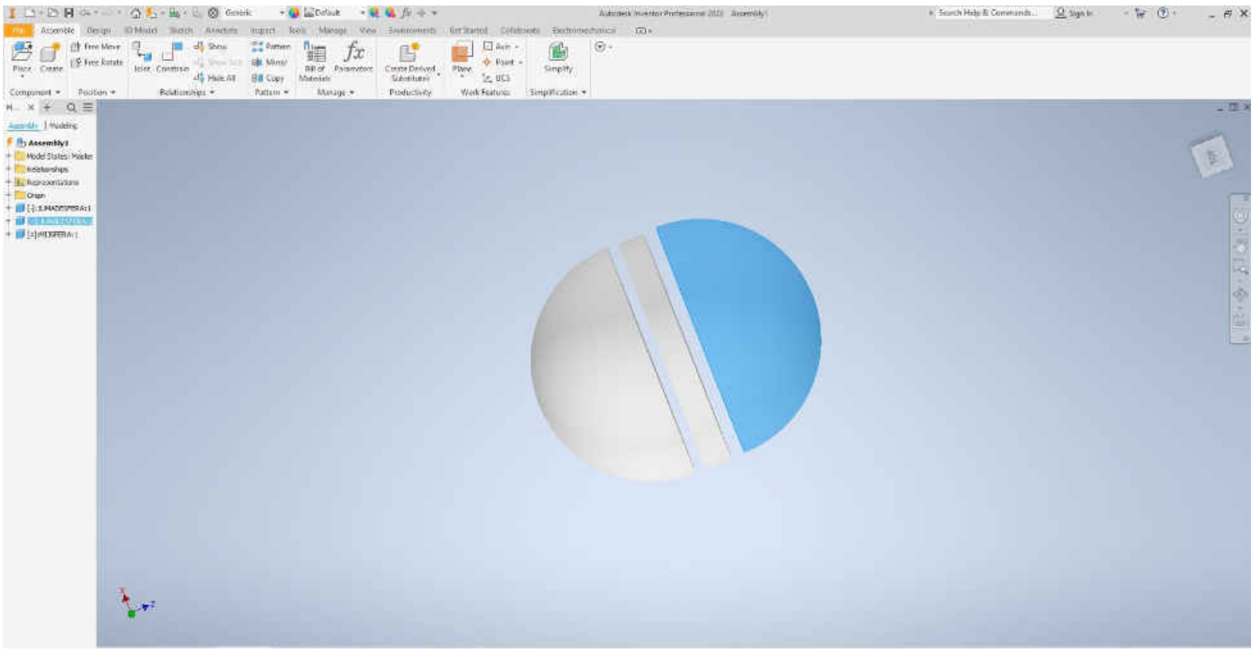

Figura 5. Segmentarea sferei in 3 părți prin secționarea cu două plane paralele

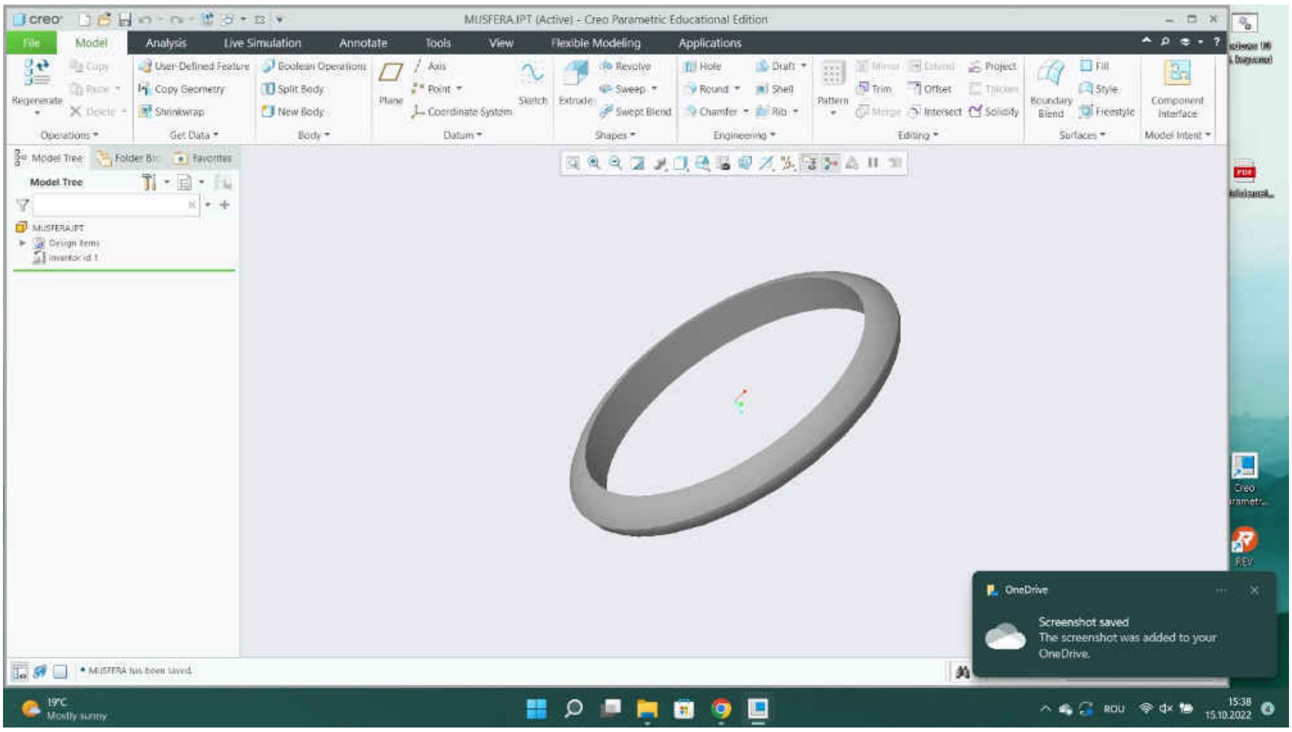

Figura 6. Tăierea unui cilindru cu diametrul mai mic în interiorul segmentului sferă rămas la mijloc

După realizarea programului informatic, este foarte simplu de dovedit pe cale experimentală că volumul rămâne constant. Se confecționează la imprimanta 3D mai multe inele, pentru valori diferite ale lui *r*. Aceste inele sunt scufundate în apă, într-un pahar gradat. Observăm că, de fiecare dată, apa se ridică la aceeași înălțime. Quod erat demonstrandum!

Concluzii

Deoarece beneficiile abordărilor inter și transdisciplinare, de tip STEM/STEAM, mi se par evidente, în loc de concluzii voi propune spre reflecție celor interesați alte trei probleme practice.

1. Un coridor este format din două holuri perpendiculare de lățimi *a* și *b*, ca în figura 7.

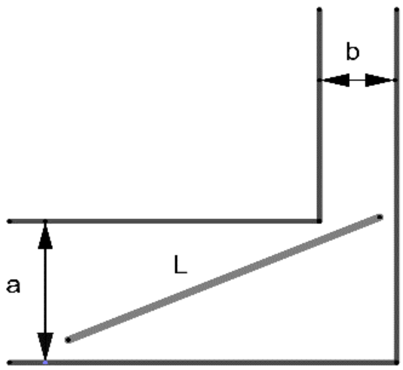

Figura 7. Coridoare perpendiculare

Un geam de sticlă trebuie să fie transferat din holul cu lățimea *a* în cel cu lățimea *b*. Care este lungimea maximă a geamului astfel încât să putem face transferul?

2. Să se determine sub ce unghi α față de orizontală trebuie aruncat un proiectil cu viteza inițială v_0, astfel încât să atingă distanța maximă *R*?

3. Care este cea mai mică lungime pe care trebuie să o aibă o bucată de sârmă din care se pot confecționa muchiile unui cub cu latura de 10 cm? (sârma poate trece de-a lungul unei muchii de două ori, se poate îndoi la 90° și la $180°$, dar nu se poate rupe.)

Bibliografie

1. *Probleme de matematică traduse din revista sovietică KVANT*. București: Editura didactică și pedagogică, 1983, 272 p.
2. CERBU, Vladimir. Probleme de numărare. In: *The 29th Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2022*. 25-27 august 2022, Chişinău. Chișinău, Republica Moldova: Tiraspol State University, 2022, pp. 103-109. ISBN 978-9975-76-401-8.
3. HADAMARD, Jacques. *Lecții de geometrie elementară. Geometrie plană*. București: Editura Tehnică, 1962.