

ABORDAREA UNITĂȚILOR DE ÎNVĂȚARE DIN ANALIZA NUMERICĂ PRIN PRISMA CONCEPTULUI STEM

Angela GLOBALA, doctor, conferențiar universitar

Ala GASNAȘ, doctor, conferențiar universitar

Universitatea de Stat din Tiraspol (cu sediul la Chișinău)

Rezumat. În articol este prezentată o modalitate de integrare a conceptului STEM în predarea unități de curs Analiză numerică. Introducerea noțiunilor noi se efectuează prin metoda PBL (Problem Based Learning), iar problema în sine se analizează din perspectiva celor patru componente STEM în ordinea: S – Științe, M – matematică, T – Tehnologii, E – Inginerie.

Summary. In the article is presented the way to integrate the STEM concept in teaching Numerical Analysis course unit. The introduction of new notions is performed by the PBL method (Problem Based Learning), and the problem itself is analyzed from the perspective of the four STEM components in order: S - Science, M - mathematics, T - Technologies, E - Engineering.

Cuvinte-cheie: interdisciplinaritate, transdisciplinaritate, motivație, creativitate, analiză numerică, ecuație, metoda coardelor, concept STEM.

Keywords: interdisciplinarity, transdisciplinarity, motivation, creativity, numerical analysis, equation, chord method, STEM concept.

Introducere

Arie curriculară

- realizabilă în context formal sau nonformal la diferite trepte de învățământ;

Model pedagogic

- axat pe integrarea inter-, pluri-, transdisciplinară a cunoștințelor științifice teoretice și practice orientat spre atingerea satisfacției personale, sporirea motivației pentru instruire raportate la valorile adevărului științific și necesitatea acestor adevăruri pentru activitatea din viața reală, formarea profesională și ascensiunea în cariera profesională;

Competență științifică specială

- orientată spre integrarea optimă a cunoașterii și inteligenței experimentale, aplicate și logico-matematice;

Conținuturi pedagogice particulare

- dezvoltate metodologic ca rezolvare a unor probleme din realitatea contemporană.

Figura 1. Identificarea educației STEM pe mai multe tipuri de nivele [1]

Conceptul de educație STEM, în Republica Moldova, a fost promovat de Ministerul Educației, în parteneriat strategic cu Proiectul de Competitivitate al USAID Moldova (Agenția SUA pentru Dezvoltare Internațională – Moldova) având drept scop pedagogic

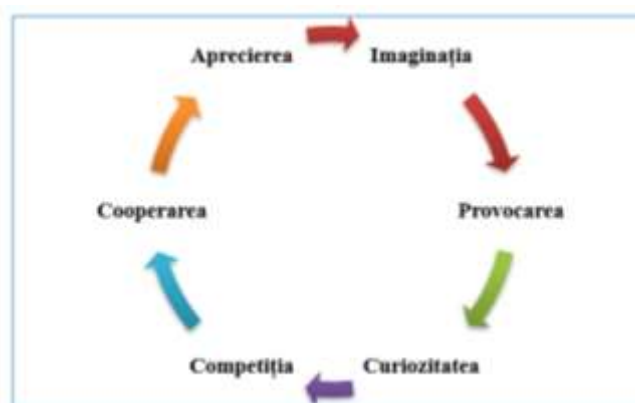
esențial „predarea și învățarea științelor exacte”, incluse în module de studiu de tip pluridisciplinar/multidisciplinar și transdisciplinar, care pot fi realizate în context formal, dar și nonformal [1].

Educația STEM poate fi percepută/clasificată/identificată pe mai multe nivele (fig.1) unde un rol aparte îl are construirea/dezvoltarea/alegerea unui model pedagogic orientat spre îmbinarea cunoștințelor științifice teoretice și practice concentrate spre necesitățile particulare ale fiecărui instruit pentru formarea inițială (liceu), profesională (învățământ profesional tehnic, învățământ superior) și învățarea pe tot parcursul vieții (doctorat, formări continue etc.). Un rol aparte în acest model îl au activitățile aplicative, în special rezolvarea de probleme și a situațiilor-problemă, care, în mod direct, conduc spre creșterea motivației pentru cunoaștere.

STEM vis-a-vis de motivația pentru învățare

Pe lângă aspectul inter-, pluri-, transdisciplinar, un rol aparte în educația STEM este dedicat motivației pentru învățare. Este bine cunoscut că, unul dintre motivele principale pentru care majoritatea populației se încadrează în învățământ: general, de specialitate, universitar, postuniversitar este reușita socială. Oamenii acced la studii pentru a se descurca în viață, pentru a se realiza în societate, pentru a câștiga un statut social superior, și, nu în ultimul rând, pentru a obține beneficii materiale. Aceste elemente fundamentale ale motivației învățării reprezintă coordonatele valorice ale modelului axat pe reușita socială, influențând, în același timp, dezvoltarea pieței forței de muncă, necesitatea și oportunitatea de a învăța pe tot parcursul vieții (*life long learning*), importanța învățării în toate activitățile și circumstanțele din viață (*life wide learning*) contribuind la sporirea calității capitalului uman și prosperarea societății în general.

Psihologia educației operează cu două tipuri de motivație: *intrinsecă*, axată doar pe dorințele, interesele și preferințele strict personale și *extrinsecă*, determinată de influența unor factori din exterior. Psihologii susțin că, persoanele motivate preponderent extrinsec au limita de satisfacție destul de joasă față de activitățile exercitate comparativ cu cei motivați intrinsec (fig.2).



**Figura 2. Factorii care determină motivația intrinsecă
Modelul Malone și Lepper [2,3]**

Cazurile de abandonare a studiilor printre persoanele care sunt motivate predominant extrinsec, atunci când dispare presiunea externă, sunt mult mai frecvente decât în cazul indivizilor motivați intrinsec.

Astfel, implicarea în stimularea motivației intrinseci conduce la o dezvoltare a personalității mult mai calitative, de durată, la formarea unui specialist competitiv, care își va dezvolta continuu competențele sale, inclusiv cele profesionale.

Analizând principiile și strategiile de motivare a instruiților ne vom axa, în mare parte, pe strategii de amplificare a motivației intrinseci care includ:

- autonomia instruirii, dreptul la alegere;
- implicarea instruiților în propriul proces de cunoaștere;
- specificarea importanței, aplicabilității noțiunilor studiate;
- utilizarea de strategii colaborative;
- implementarea de strategii de stimulare a gândirii logice, a creativității, a conflictului cognitiv;
- personalizarea sau formularea în limbaj natural a conținuturilor abstracte, a problemelor etc.

Un factor important care determină motivația pentru învățare este identificarea răspunsurilor la întrebările legate de necesitatea noțiunilor învățate, aplicabilitatea lor în viața cotidiană, beneficiile obținute de la însușirea acestora etc. Pentru a crea impulsuri motivaționale instruiților, este bine de a le propune probleme, proiecte ce reprezintă situații din viața reală, ceea ce, ulterior, se va transforma în motivație intrinsecă [4, p.85].

Învățarea bazată pe probleme ca metodă de implementare a educației STEM

Un curriculumul integrat STEM trebuie să se bazeze pe integrarea strategiilor activ-participative, centrate pe instruit, care să includă rezolvarea problemelor din lumea reală, prin cercetare, elaborare de proiecte etc. De asemenea, să vizeze contexte care să permită instruitului formularea și rezolvarea de probleme non-standard. Formarea la instruiți a conceptului referitor la faptul că problemele din viața reală sunt rar soluționate monodisciplinar, adică doar prin aplicarea cunoștințelor dintr-o singură disciplină, este idea esențială a unui astfel de curriculum.

Din literatura de specialitate putem deduce că ”scopul educației STEM este înțelegerea conceptelor și formarea de abilități, la nivel de procedură, necesare pentru soluționarea problemelor personale, sociale, la nivel global, care impun integrarea componentelor conexe din științe, tehnologie, inginerie și matematică.”

Procesul de formare/dezvoltare a competențelor specifice unei sau mai multor discipline de studiu cu integrarea conceptului STEM poate include toate componentele sale (S-Știință, T-Tehnologie, E- Ingerie, M-Matematică) sau doar o parte din ele, ținând cont de faptul că scopul educației STEM este de a promova performanța academică a instruiților realizată prin oferirea de soluții inovative și aplicabile în viața de zi cu zi. Astfel, STEM reprezintă o necesitate în strânsă conexiune cu realitățile vieții.



Figura 4. Integrarea conceptului STEM în procesul didactic la disciplina Analiză numerică

În acest context, ne vom referi la trezirea interesului și a curiozității instruitului față de disciplina Analiză numerică prin formularea în cadrul orelor a problemelor din viața reală analizate în baza conceptului STEM (fig.4). În acest context, se va ține cont de pașii care avantajează motivația instruiților, identificați de profesorul Viau R. [5,6]. Acești pași au fost adaptați la specificul disciplinelor informatice: (1) trezirea interesului și a curiozității instruitului prin formularea unei probleme din viața reală; (2) identificarea datelor de intrare și de ieșire, clarificarea obiectivelor; (3) actualizarea cunoștințelor lor anterioare; (4) construirea modelului matematic al problemei: se vor stabili relațiile dintre date cu ajutorul schemelor, tabelelor, desenelor; (5) construirea algoritmului de rezolvare a problemei; (6) pentru fiecare etapă, profesorul va oferi un model de rezolvare pentru a simplifica calea de rezolvare sau îi ghidează spre răspunsul corect prin întrebări sau analogii cu alte probleme deja rezolvate; (7) se vor utiliza diverse mijloace de învățare, de la cele mai simple la cele ce implică noile tehnologii informaționale; (8) se vor interpreta rezultatele obținute; (9) se va propune instruiților să formuleze de sine stătător exemple similare din viața reală; (10) se pot face analogii sau se poate spori dificultatea problemei propuse prin adăugarea de noi condiții (sau eliminarea lor) [7].

În continuare, venim cu unele indicații metodice privind utilizarea tehnologiilor informaționale și comunicaționale aplicate în cadrul procesului didactic la disciplina Analiză numerică [8] cât și pentru soluționarea problemelor propuse în procesul de studii. Dintre acestea fac parte: mediile de învățare virtuală cu scopul completării mediilor tradiționale, orientate spre promovarea metodelor colaborative; resurse educaționale digitale; aplicații specializate; limbaje de programare; resurse web etc.

Propunem, pentru exemplificare, rezolvarea unei probleme, abordate prin prisma conceptului STEM. Se recomandă studierea rezolvării problemei în ordinea: S – Științe, M – matematică, T – Tehnologii, E – Inginerie.

Problemă. Se știe că, pentru unele zone muntoase, greu accesibile, alimentele, medicamentele și alte produse de primă necesitate sunt transportate cu heliicopterul (mai nou, cu dronele) și aruncate de la înălțime. De asemenea, se cunoaște că coletul urmează o traiectorie determinată de funcția $y = f(x)$ în direcția vântului. Determinați locul de aterizare a coletului, dacă se știe că heliicopterul aruncă coletul din punctul a , iar acesta aterizează la o distanță nu mai mare de b m de la punctul a .



Geografie: Direcția vântului, viteza vântului, coordonate geografice, zone geografice, climă, cartografie etc.

Fizică: traiectorie, atracție universală, forța de greutate etc.

Matematică: noțiuni de ecuație, funcție, intervale de monotonie a funcției, graficul funcției, funcții polinomiale, funcția exponențială, funcția logaritmică, funcții trigonometrice, ecuații algebrice, ecuații transcendente, derivata funcției de ordinul I și II, convexitatea și concavitățile graficului, extremele funcției etc.

Informatică: limbaje de programare, aplicații pentru calcul tabelar, noțiuni de model și modelare, localizarea rădăcinilor unei ecuații, metoda dihotomiei, metoda coardelor, metoda tangentelor, metoda mixtă a coardelor și tangentelor de soluționare numerică a unei ecuații.



Computer, limbaje de programare, MS Excel etc.

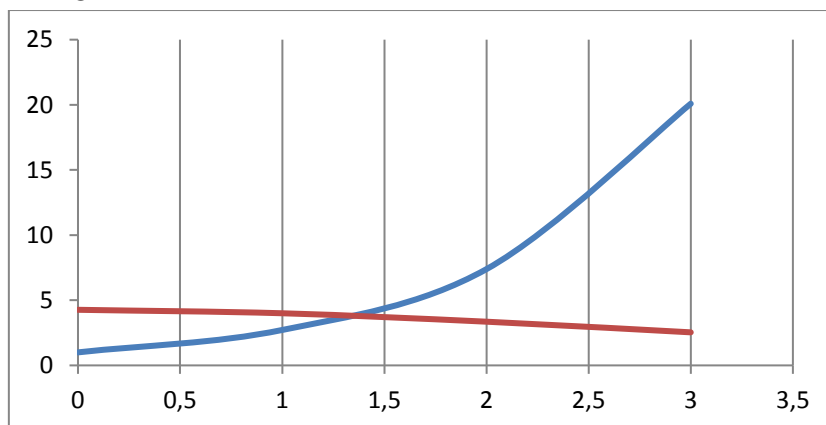
Rezolvarea problemei cu ajutorul aplicației MS Excel:

A. Inițial, se va localiza rădăcina ecuației $f(x) = e^x + \sqrt{x^2 + 3} - 6$;

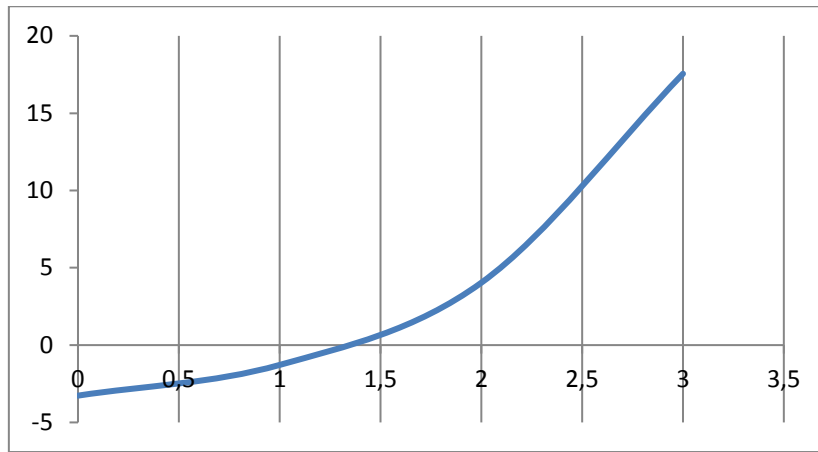
Pentru localizarea rădăcinii vom aplica două metode.

Metoda 1. Se vor construi graficele funcțiilor $\begin{cases} y = e^x \\ y = 6 - \sqrt{x^2 + 3} \end{cases}$ și se va analiza punctul de

intersecție al acestor grafice:



Metoda 2. Se va construi graficul funcției $f(x) = e^x + \sqrt{x^2 + 3} - 6$ și se va analiza punctul de intersecție al graficului cu axa absciselor:



Se poate ușor determina că soluția ecuației aparține segmentului $[k,m]=[1; 1,5]$.

f(1)=	-1.28172			
f(1,5)=	0.772977			
e=	0.01			
k=	1		m=	1.5

B. Metoda coardelor.

1. Aplicând formula de la pasul 7 (algoritmul 1), obținem:

	J	K	L	M	N	O
9		f(1)=	-1.28172			
10		f(1,5)=	0.772977			
11		e=	0.01			
12		k=	1		m=	1.5
13						
14	Iterația	xi	f(xi)	 x[i+1]-x[i] <=e	 f(xi) <=e	
15	0	1	-1.28172			
16	1	1.3119	-0.11397	FALSE	FALSE	
17	2	1.336071	-0.00845	FALSE	TRUE	
18	3	1.337843	-0.00062	TRUE	TRUE	

$$K16: =K15-(L15*(\$O\$12-K15))/(\$L\$10-L15)$$

$$L15: =EXP(K15)+SQRT(K15*K15+3)-6$$

$$M16: =ABS(K16-K15)<=\$L\$11$$

$$N16: =ABS(L16)<=\$L\$11.$$

2. Soluția ecuației este: 1,337843 cu precizia 0,01.

3. Pentru o precizie de 0,001 se obține soluția 1,337973:

Iterația	xi	f(xi)	x[i+1]-x[i] <=e	f(xi) <=e
0	1	-1.28172		
1	1.3119	-0.11397	FALSE	FALSE
2	1.336071	-0.00845	FALSE	FALSE
3	1.337843	-0.00062	FALSE	TRUE
4	1.337973	-4.5E-05	TRUE	TRUE

4. Se poate ușor observa că, pentru o precizie de 10 ori mai mare este necesară doar o singură iterație (pentru cazul dat!). Pentru metoda dihotomiei, numărul de iterații ar fi mult mai mare.
5. Soluția obținută se va transforma în coordonate geografice, care vor fi anunțate locuitorilor din zona muntoasă. Acest lucru se va realiza având la bază planul de coordonate adoptat și scara (cartografie).

Secvența de pseudocod de mai jos realizează precizarea rădăcinii ecuației $f(x) = 0$ localizată pe segmentul $[k, m]$ cu exactitatea ε aplicând metoda coardelor.

```

citește k, m, ε;
derivata_II ←  $\frac{f(k + 2 \cdot \varepsilon) - 2 \cdot f(k + \varepsilon) + f(k)}{\varepsilon^2}$ ;
dacă f(k) · derivata_II > 0 atunci (y ← k; x ← m) altfel (y ← m; x ← k);
cât timp |f(x)| > ε repetă
    [
        x1 ←  $x - \frac{f(x) \cdot (y - x)}{f(y) - f(x)}$ ;
        x ← x1;
    ]
tipărește x1; {x1 – soluția ecuației f(x) = 0}.

```



Rezolvarea ecuațiilor este necesară pentru toate domeniile de activitate umană. Aceste ecuații se obțin fie în baza unui experiment, fie în procesul de realizare a unui echipament sofisticat, fie descriu un proces, traiectorie etc.

Orice dispozitiv creat are la bază un întreg arsenal de ecuații, începând cu cele liniare și terminând cu ecuații transcendente, diferențiale etc. Mai mult, este bine cunoscut că, și în cazul ecuațiilor algebrice polinomiale cunoaștem metode exacte de rezolvare doar pentru cazul când gradul polinomului nu este mai mare ca 4. Metoda de rezolvare a unei ecuații de gradul al patrulea a fost descoperită de Lodovico Ferrari în 1540. Așa cum, metoda necesita rezolvarea, inițial, a unei ecuații de gradul 3, care, la acel moment încă nu era cunoscută, aceasta nu a putut fi publicată imediat. Soluția rezolvării ecuației de gradul 4 a fost publicată împreună cu soluția ecuației de gradul 3 de către Girolamo Cardano în cartea *Ars magna* or *The Rules of Algebra* [9].

Prin urmare, sunt necesare metode aproximative de rezolvare a ecuațiilor, și anume, metode bazate pe analiza numerică a datelor inițiale. Dintre aceste metode pot fi enumerate: metoda dihotomiei (înjumătățirii, biseției), metoda coardelor, metoda tangențelor (Newton), metoda mixtă a coardelor și tangențelor, metoda iterațiilor succesive. Ne vom limita la cazul ecuațiilor cu o singură necunoscută. Evident, ecuațiile sunt parte integrantă a oricărui model matematic, deoarece cu ajutorul ecuațiilor sunt descrise diverse procese, fenomene etc. Algoritmii de obținere a acestor ecuații sunt diverși și, în unele cazuri, foarte complicați.

Propunem cititorului de a rezolva problema de mai sus într-un limbaj de programare orientat pe obiecte sau cu ajutorul aplicației MAPLE sau a aplicației Matematica etc.



În continuare, vom construi modelul matematic pentru problema propusă. Este cunoscut că, metodele coardelor, tangentelor, mixtă a coardelor și tangentelor au un grad de precizie mai înalt decât metoda biseecției, însă necesită suplimentar respectarea următoarelor condiții: funcția $f(x)$ să fie

de două ori derivabilă pe segmentul $[k,m]$ (segmentul pe care a fost localizată o rădăcină), iar aceste derivate să nu se anuleze și să nu-și schimbe semnul pe acest segment. Vom aplica metoda coardelor.

1. Așa cum, direcția vântului poate fi cuprinsă între 0° și 360° , atunci, planul în care se va contrui traiectoria poate fi modelat cu ajutorul figurii alăturate. Prin urmare, coletul va cădea într-o zonă descrisă de ecuația $(x - a)^2 + y^2 = b^2$, unde a este abscisa punctului în care se află heliicopterul (fig.1). Ținând cont de direcția vântului, se va analiza un singur plan în care direcția axei absciselor va coincide cu direcția vântului (fig.2). În depenență de viteza vântului, vom avea modelul din figura 3, unde traiectoria este descrisă de diferite funcții.

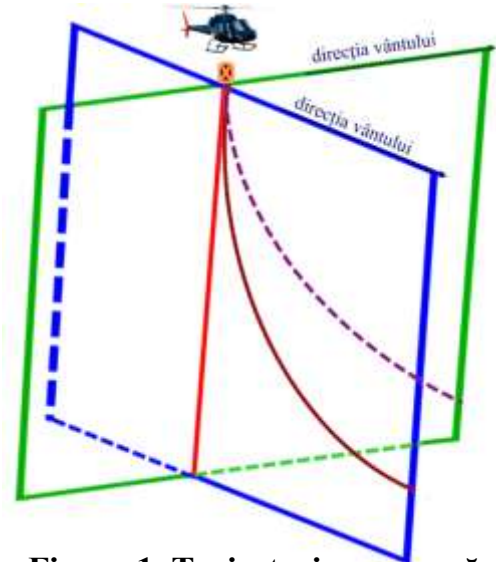


Figura 1. Traiectoria parcursă de colet în dependență de direcția vântului



Figura 2. Planul de coordonate construit în dependență de direcția vântului

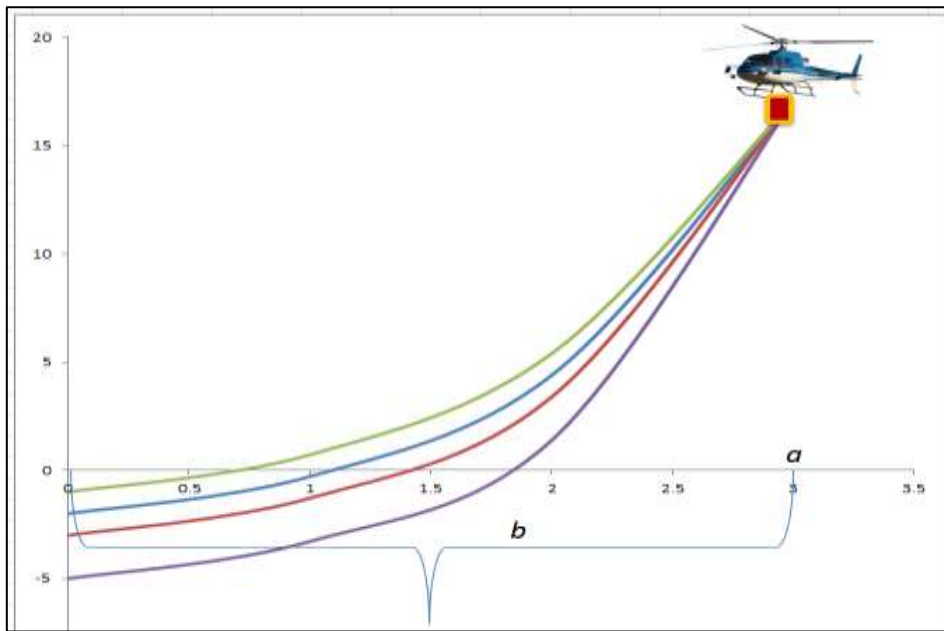


Figura 3. Traiectoria parcursă de colet în dependență de viteza vântului

Algoritm 1.

1. Fie $f(x) = e^x + \sqrt{x^2 + 3} - 6$. Se va localiza rădăcina ecuației pe segmentul $[k, m]$;
2. Se calculează derivata I-a și derivata a II-a a funcției $f(x)$; Pentru $f(x) = e^x + \sqrt{x^2 + 3} - 6$, obținem: $f'(x) = e^x + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$; $f''(x) = e^x + \frac{3}{(x^2 + 3)^{3/2}}$;
3. Se determină semnul derivatei I-a și derivatei a II-a pe segmentul $[k, m]$; (pentru ecuația definită la pasul 1 avem: dacă $k, m \geq 0$, atunci $f'(x) > 0, f''(x) > 0$);
4. În dependență de semnul derivatelor de ordinul I și ordinul II se disting patru cazuri posibile:
 - 4.1. $f'(x) > 0, f''(x) > 0$;
 - 4.2. $f'(x) > 0, f''(x) < 0$;
 - 4.3. $f'(x) < 0, f''(x) > 0$;
 - 4.4. $f'(x) < 0, f''(x) < 0$;
5. Se calculează $f(k)$ și $f(m)$;
6. Pentru cazurile 4.1 și 4.4 se va calcula rădăcina ecuației aplicând formula de recurență:
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i) \cdot (m - x_i)}{f(m) - f(x_i)}, x_0 = k;$$
7. Pentru cazurile 4.2 și 4.3 se va calcula rădăcina ecuației aplicând formula de recurență:
$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i) \cdot (x_i - k)}{f(x_i) - f(k)}, x_0 = m;$$
8. În calitate de extremitate fixă se va lua acel capăt al segmentului $[k, m]$, în care semnul funcției $f(x)$ coincide cu semnul derivatei de ordinul al II-lea;
9. Procesul iterativ se stopează atunci când: $|x_i - x_{i-1}| \leq \varepsilon$ sau $|f(x_i)| \leq \varepsilon$.

Notă! Localizarea rădăcinii putea fi omisă în procesul de rezolvare a problemei de mai sus, deoarece, din enunțul problemei este clar că pe segmentul dat există doar o singură soluție. În acest caz, în calitate de segment care conține rădăcina ecuației $f(x) = 0$ se va lua $[k,m]=[a-b,a]$. Evident, numărul de iterații necesar pentru precizarea soluției va fi mult mai mare.

Concluzii

Educația STEM implică instruiții în explorarea problemelor din lumea reală, făcând apel la gândirea critică și autocritică a acestora în diferite contexte, precum și sporirea motivației pentru învățare la instruiți. Instruiții educați în conceptul STEM ar trebui să poată aplica inopinat abilitățile, cunoștințele și priceperile pe care le acumulează. Acest model pedagogic reprezintă esența învățării motivate și orientării spre utilitate directă și sustenabilă a competențelor formate. În acest sens, profesorii sunt priviți ca facilitatori, tutori și consilieri ai instruiților în activitățile lor de investigare și în sectorul experiențelor conexe cu realitatea.

Educația axată pe STEM se concentrează pe crearea unui mediu eficient/prietenos de învățare, unde educabilii pot învăța în stilul și tempoul propriu de asimilare a cunoștințelor prin rezolvarea problemelor din viața reală cu elemente inovative.

Articolul este elaborat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20

Bibliografie

1. CRISTEA, S. Educația STEM. În: *Didactica Pro*, 2020. nr. 1 (119), p. 54-56.
2. GLOBALA, A. *Metodologia implementării noilor Tehnologii Informaționale în procesul de studiere a disciplinei universitare „Tehnici de programare”*. Monografie. Chișinău: Universitatea de Stat din Tiraspol, 2018. 172 p. ISBN 978-9975-76-236-6.
3. GLOBALA, A. Aspecte didactice privind implementarea strategiilor de instruire la predarea tehnicilor de programare în alte țări. În: *Didactica Pro*, 2015. nr.5-6 (93-94). p. 52-58.
4. COROPCEANU, E.; NEDBALIUC, R.; NEDBALIUC, B. *Motivarea pentru instruire: biologie și chimie*. Chișinău: ”Elena – V.I.” SRL, 2011. 215 p.
5. BROPHY, J. E. *Motivating Students to Learn*. London: Taylor & Francis Ltd, 3rd Revised edition, 2010. 360 p.
6. CROOKS, T. J. Educational Assessment in New Zealand Schools. În: *Assessment in Education: Principles, Policy & Practice*, 9(2), 2010. p. 237-253.
7. GLOBALA, A.; SPÎNU, M. Rolul motivației în formarea și dezvoltarea competențelor profesionale. În: *Acta et Commentationes. Științe ale Educației*, 2018. nr.2 (13). p.62-79. ISSN 1857-0623.
8. CHIRIAC, L. *Metode numerice. Îndrumar de laborator*. Chișinău, 2016.
9. CARDANO, G. *Ars magna or The Rules of Algebra*. Traducere de T. Richard Witmer. New York: Dover, 1993, 267 p.