

STRATEGII METAGOGNITIVE DE REZOLVARE A PROBLEMELOR MATEMATICE CE SE REFERĂ LA PROPORȚIONALITATE

Serghei MAFTEA, dr., conf. univ., Academia „Ștefan cel Mare” a MAI

Larisa SALI, dr., conf. univ., Universitatea de Stat din Tiraspol

Rezumat. În articol sunt prezentate unele considerente privind importanța valorificării potențialului strategiilor metacognitive la rezolvarea de probleme, în particular a problemelor ce țin de proporționalitate.

Summary. The article presents some considerations on the importance of capitalizing on the potential of metacognitive strategies for problem-solving, in particular on proportionality issues problem.

Cuvinte cheie: strategii metacognitive, matematică, rezolvare de probleme, proporționalitate.

Keywords: metacognitive strategies, mathematics, problem solving, proportionality.

Introducere

Impactul contextului asupra dezvoltării comportamentului metacognitiv al copiilor are implicații clare pentru pedagogie. Există un volum considerabil de dovezi experimentale care susțin opinia că oricare ar fi nivelul de dezvoltare a abilităților, copii pot beneficia de instrucțiuni explicite în metacogniție și autoreglare, inclusiv în domeniul matematicii, unde încurajarea copiilor trebuie să articuleze strategiile reprezintă un efort cheie [2].

Aceste studii sugerează, de asemenea, că o serie de caracteristici ale cadrului și mecanismelor de instruire sunt susceptibile de a spori eficacitatea intervenției.

Intervențiile de succes au fost caracterizate de:

- ✓ instrucțiuni strategice încorporate în contexte generale de învățare autoreglată;
- ✓ prezența unor medii de învățare extrem de receptive;
- ✓ instrucțiuni cu accent pe condițiile specifice în care strategiile sunt susceptibile să funcționeze (când și de ce);
- ✓ transferul explicit de strategii între domeniile curriculumului;
- ✓ oferirea de multiple oportunități pentru activitate și reflecție.

Metacogniția este definită în termeni simpli ca fiind „gândirea despre propria gândire”. Rădăcina „meta” înseamnă „dincolo”, astfel încât termenul se referă la „dincolo de gândire”. Termenul a fost introdus de psihologul american John H. Flavell în 1979 și teoria a fost dezvoltată în anii 1980 de unii cercetători din domeniul educației timpurii [6].

Tematica legată de rapoartele dintre mărimi, proporționalitatea directă și inversă, servesc la propedeutica funcțională în clasele a 5-6-a. Studiarea mărimilor proporționale permite dezvăluirea specificului noțiunii de funcție în abordarea clasică sau genetică, orientată, în temei, la înțelegerea particularităților de aplicare a matematicii în diverse domenii. Asimilarea, acomodarea și adaptarea procedeele eficiente de aplicare a proporționalității la rezolvarea problemelor pot fi facilitate prin promovarea unor strategii adecvate acestui obiectiv.

1. Aspecte pedagogice generale care susțin metacogniția și autoreglarea în învățarea matematicii

Din șase componente ale comportamentului academic (motivația, metodele de învățare, utilizarea timpului, mediul fizic, mediul social și performanța), care demonstrează contribuții semnificative la rezultatele academice, comportamentul strategic la interacțiunea cu sarcinile academice este un domeniu pe care profesorii îl pot influența prin instruire. Acest domeniu este deosebit de important pentru copiii de gimnaziu și profesorii lor, deoarece reprezintă o răscruce de căi în cariera academică a copiilor.

Strategiile cognitive sunt fundamentale pentru dobândirea cunoștințelor și realizarea sarcinilor de învățare. Strategiile metacognitive, reprezintă strategiile folosite pentru a monitoriza sau controla cunoașterea, cum ar fi verificarea faptului că tehnica de memorare a fost corectă sau a fost selectată cea mai adecvată strategie cognitivă pentru sarcina de învățare propusă.

Cercetătorii au explorat multiple studii în care au raportat rezultatele programelor de intervenție orientate spre îmbunătățirea abilităților de studiu, autoreglare și motivație. Conform acestei meta-analize învățarea autoreglată poate fi împărțită în trei componente esențiale:

- cogniție - procesul mental implicat în cunoaștere, înțelegere și învățare;
- metacogniție - adesea definită ca „a învăța să înveți”;
- motivație - disponibilitatea de a ne angaja abilitățile metacognitive și cognitive [4].

Cunoașterea, metacogniția și motivația interacționează în moduri complexe în timpul procesului de învățare. Pentru a îndruma elevii profesorul de matematică trebuie să aibă o experiență metacognitivă bogată de studiere a matematicii și să conștientizeze că fiecare individ poate să-și dezvolte propriul traseu de achiziție a experienței cognitive și metacognitive.

Cercetările științifice psihologice și pedagogice moderne se concentrează în mod clar pe identificarea modalităților de a realiza noi oportunități pentru copii, pe determinarea caracteristicilor și stăpânirea lor a operațiilor mentale, dezvăluirea rezervelor și a premiselor de restructurare a procesului educațional, modelarea situațiilor creative în acesta, fără a se concentra doar asupra sistemului la nivel de clasă, căutând noi forme individuale și colective de educație. O atenție specială este necesară astăzi pentru a dezvolta fundamentele psihofiziologice, psihologice și didactice pentru elaborarea manualelor și materialelor didactice ale unei generații calitativ noi, stabilind relația lor cu cele mai moderne tehnologii informaționale, inclusiv Internetul [7].

2. Strategiile metacognitive și rezolvarea de probleme matematice

Rezolvarea problemelor matematice este o activitate de cercetare, dar și una practică în educația matematică care încurajează manifestarea curiozității pentru înțelegerea conținuturilor și dezvoltarea cunoștințelor matematice.

Ca activitate de cercetare, rezolvarea problemelor include analiza componentelor cognitive, sociale și afective care influențează și modelează dezvoltarea la elevi a competenței respective. Analiza calitativă a procesului de rezolvare a problemelor este un proces imperios necesar în scopuri metacognitive.

Competențele de a rezolva probleme matematice sunt utile nu numai pentru acumularea de cunoștințe, dar și pentru formarea gândirii și a atitudinii necesare procesului de studierii matematicii. Astfel, este important să fie clare strategiile metacognitive pe care elevii le pot urma, atunci când rezolvă probleme matematice.

O strategie metacognitivă de eficientizare a procesului de rezolvare a problemelor reflectă anumite aspecte ale aplicării metodelor și procedeele recomandate. Unele strategii metacognitive contribuie la formarea unei gândiri structurate, ținând cont de faptul că la adoptarea lor elevul trebuie să ia decizii cu privire la ce are de îndeplinit și încotro să-și direcționeze acțiunile în vederea relevării și depășirii eventualelor obstacole. Prin aplicarea strategiilor metacognitive care implică acțiuni mentale și elaborarea unor scheme de raționament deductiv se poate obține o expunere sistematizată și bine structurată a rezolvării.

3. Experiințe metacognitive de rezolvare a problemelor despre mărimi proporționale

Studierea rapoartelor și proporțiilor permite conștientizarea de către elevi a câtorva fenomene matematice de proveniență practică:

- înțelegerea semnificației operației matematice de împărțire în baza operațiilor cu mărimile (rezultatul împărțirii unei mărimi în părți egale; rezultatul măsurării unei mărimi cu ajutorul alteia, considerată drept unitate de măsură sau împărțirea „prin cuprindere”);
- stabilirea diferenței dintre noțiunile de măsură a mărimii și număr;
- identificarea dependențelor dintre diverse mărimi;
- elaborarea modelelor matematice în baza contextelor ce descriu realități ș.a.

Rezolvarea problemelor de proporționalitate asigură o trecere treptată de la utilizarea metodelor aritmetice la utilizarea metodelor algebrice. Facilitarea soluționării unor probleme se bazează pe proprietatea fundamentală a proporției și proporțiile derivate din proporția dată. Manualul [1, p. 161] oferă o schemă care poate servi la formularea unor reguli mnemonice utile. Astfel de reguli putem identifica în manualul [5, p. 24-30], iar o sistematizare a acestora găsim în manualul [3, p. 43-44].

Propunem în continuare câteva exemple de aplicare a unor strategii metacognitive care sprijină elevii în formarea competențelor de rezolvare a problemelor ce se referă la proporționalitate.

Problemele pentru cazul regulii de trei simplă se referă la situațiile în care sunt implicate două entități, fiecare dintre care are asociate câte două valori, cu condiția că

pentru una dintre cele două entități ambele valori se cunosc, iar pentru cealaltă entitate este cunoscută doar una dintre valori. Soluționarea problemelor de acest tip se bazează pe principiile proporționalității directe și inverse.

Regula de trei compusă este folosită pentru a rezolva probleme care implică cel puțin trei entități fiecare dintre care are asociate câte două valori. În acest caz trebuie să fie cunoscute toate valorile entităților implicate cu excepția uneia dintre acestea. Aplicarea acestei reguli reprezintă o aplicație secvențială a regulii de trei simplă.

Exemplul 1. Pentru a transporta o cantitate de cărbune, 4 unități de transport efectuează câte 7 ture. Câte ture vor efectua 14 unități de transport pentru a transporta aceeași cantitate de cărbune?

Exemplul 2. În vederea asigurării procesului educațional este folosit un sistem de management al instruirii, cu ajutorul căruia se desfășoară evaluările formative. Pentru ca audientul să poată accede la o altă evaluare acesta trebuie să obțină la evaluarea precedentă un scor de promovabilitate de cel puțin 45% din nota maximală. În cadrul regulamentului de organizare și desfășurare a evaluărilor prin intermediul platformei este stabilit că în cazul evaluărilor repetate scorul maximal poate fi doar de 80% din scorul maximal stabilit în cazul promovării evaluării din prima încercare. Astfel este necesar, în această ultimă situație, în vederea respectării prevederilor regulamentului, de stabilit scorul de promovabilitate care ar asigura accesul la următoarea evaluare.

Exemplul 3. În vederea săpării traseului pentru construcția unui metrou este implicată o echipă care constă din mai mulți muncitori și tehnica necesară. În cazul când echipa este formată din 26 muncitori, care lucrează zilnic a câte 12 ore timp de 40 zile tunelul respectiv are următoarele dimensiuni: lungimea de 96 m, lățimea de 20 m și adâncimea de 12 m. Care este lungimea tunelului ce poate fi săpat, dacă echipa ar fi suplimentată cu încă 13 muncitori, durata de timp ar fi prelungită cu încă 40 de zile și s-ar lucra zilnic a câte 10 ore, în condițiile că tunelul respectiv trebuie să aibă lățimea de 10 m și adâncimea de 18 m?

Etapa1. Generarea mentală/intelectivă a reprezentării problemei

Activitățile efectuate de elev la această etapă prezintă capacitatea de a ordona procesul de gândire, atunci când transpune problema de la modul textual, care din punct de vedere al matematicii este unul abstract, într-un mod perceptibil vizual, prin intermediul elaborării unui tabel, scheme, liste sau alte forme de prezentare a informației din formularea problemei.

Această activitate este însoțită și de activități conexe referitoare procesului de elaborare a structurii expresiilor / simbolurilor matematice, cum ar fi, de exemplu, determinarea precisă a valorilor implicate efectuând în acest sens careva calcule matematice. Ulterior, apare necesitatea de a include în modelul matematic a variabilei x , în vederea exprimării valorii necunoscute a uneia dintre entități.

Prin transpunere la problemele propuse, se propun următoarele forme tabelare de reprezentare:

Exemplul 1.

| Mașini | Ture |
|--------|------|
| 4 | 7 |
| 14 | x |

Exemplul 2.

| Scor maximal | Scor de promovabilitate |
|--------------|-------------------------|
| 10 | 45% |
| 8 | x |

Exemplul 3.

| Persoane | Zile | Ore | Adâncime | Lățime | Lungime |
|----------|------|-----|----------|--------|---------|
| 26 | 40 | 12 | 12 | 20 | 96 |
| 39 | 80 | 10 | 18 | 10 | x |





Etapa a 2-a. Determinarea itinerarului matematic al procesului de rezolvare a problemei

Etapa dată este axată pe activități ale elevului direcționate pe concentrarea în vederea elaborării unui plan care să aibă ca finalitate obținerea valorii căutate.





Astfel, elevul desfășoară, în principal, activități de reflecție asupra conceptelor matematice necesare de a fi folosite în condițiile formulate în problemă. Rezultatul se transpune în formularea conceptelor de proporționalitate directă și de proporționalitate inversă.

Faza următoare a acestei etape are ca punct de plecare stabilirea tipului de proporționalitate, care continuă cu analiza numerelor și a simbolurilor implicate. Acest ultim fapt contribuie la dezvoltarea abilității de stabilire și efectuare a unei scheme suplimentare aferente fiecărei perechi de entități, una dintre care este cea în care este o valoare necunoscută. Activitatea este destinată ilustrării rezultatului alegerii efectuate în urma reflecției.













Exemplul 1.

| Mașini | Ture |
|--|---|
|  4 | 7  |
| 14  | x  |

Exemplul 2.

| Scor maximal | Scor de promovabilitate |
|--|---|
|  10 | 45%  |
| 8  | x  |

Exemplul 3.

| Persoane | Zile | Ore | Adâncime | Lățime | Lungime |
|--|--|--|--|--|--|
|  26 |  40 | 12  | 12  | 20  | 96  |
|  39 |  80 | 10  | 18  | 10  | x  |

Primele două exemple sunt elementare și oferă suportul cognitiv necesar pentru al treilea. În al treilea exemplu lungimea tunelului crește atât la creșterea numărului de persoane, cât și la creșterea numărului de zile și descrește la micșorarea numărului de ore

lucrate zilnic. Totodată se poate constata că odată cu creșterea atât a adâncimii, cât și a lățimii se constată în condițiile problemei că lungimea tunelului descrește, fiind astfel invers proporționale

Etapa 3. Executarea pașilor necesari de separare a valorii necunoscute de restul valorilor

La această etapă elevul trebuie să analizeze informația atât cu scopul de a izola matematic valoarea necunoscută, cât și pentru a facilita realizarea următoarei etape direcționată spre determinarea soluției. Astfel, elevul efectuează o evaluare, acordând atenție imaginii de pe diagrama întocmită deja.

Următoarele activități sunt focusate, în principal, pe compunerea proporției privitoare conceptului ales și pe executarea calculului aferente:

Exemplul 1

$$\frac{x}{7} = \frac{4}{14}$$

$$x = \frac{4 \cdot 7}{14}$$

$$x = 2$$

Exemplul 2

$$\frac{x}{0,45} = \frac{10}{8}$$

$$x = \frac{10 \cdot 0,45}{8}$$

$$x = 0,5625.$$

Exemplul 3

$$\frac{x}{96} = \frac{39}{26} \cdot \frac{80}{40} \cdot \frac{10}{12} \cdot \frac{12}{18} \cdot \frac{20}{10}$$

$$x = \frac{96 \cdot 39 \cdot 80 \cdot 10 \cdot 12 \cdot 20}{26 \cdot 40 \cdot 12 \cdot 18 \cdot 10}$$

$$x = 320.$$

Etapa 4. Evaluarea rezultatelor și formularea răspunsurilor

După efectuarea calculului și obținerea rezultatului elevul se află la pasul când trebuie să aprecieze rezultatul obținut pentru a se asigura că acesta nu contravine cel puțin percepției, adică este unul veridic.

Etapa 5. Interpretarea soluției

Având deja rezultatul obținut în urma calculului, care reprezintă valoarea căutată, elevul poate formula concluzii, recomandări cu privire la rapiditatea sau lentoarea efectului social-economic al procesului investigat prin reformularea problemei, în special prin prisma modificării valorilor inițiale al entităților implicate spre majorarea sau micșorarea acestora. Astfel, etapa în cauză intervine pentru a determina cât de conștient este elevul în raport cu realizarea obiectivului stabilit și, desigur, pentru fixarea cunoștințelor.

Tabelul de mai jos prezintă o sinteză a experienței descrise.

| ETAPE | STRATEGII |
|-------|---|
| 1 | Generarea mentală/inelectivă a reprezentării problemei |
| | Procedeul Euristic (cum?): |
| | Desenarea figurilor |
| | Generarea unei liste, scheme, tabel |
| | Separarea datele relevante de cele mai puțin relevante |
| | Folosirea datelor |
| 2 | Determinarea metodei de rezolvare a problemei |
| | Procedeul Euristic (cum?): |
| | Crearea unei scheme bloc/diagrame |
| | Ipoteze și verificare |

| | |
|---|---|
| | Analiza modelului |
| | Simplificarea numerelor |
| 3 | Executarea pașilor necesari de separare/disecare |
| 4 | Evaluarea rezultatelor și formularea răspunsurilor |
| 5 | Interpretarea soluțiilor |
| 6 | Optimizarea strategiei metacognitive identificate |

Concluzii

Este important de a direcționa activitatea de ansamblu astfel încât elevii să poată dezvolta moduri adecvate de gândire în rezolvarea de probleme, să valorifice cunoștințele pe care deja le dețin și să dobândească noi cunoștințe, deprinderi și abilități, iar implicit să descopere strategii metacognitive proprii.

Efectul formulării propriilor strategii metacognitive va fi simțit personal de fiecare elev, având ca suport analiza logică și de conținut, manifestându-se prin generarea unui proces sistematic autoreglat și contribuind la sporirea încrederii în sine.

Bibliografie

1. ACHIRI, I.; BRAICOV, A.; ȘPUNTECO, O. *Matematică. Manual pentru clasa a 6-a*. Chișinău: Ed. Prut Internațional, 2011. 244 p.
2. ANGHILERI, J. *Teaching number sense*. Continuum International Publishing Group, 2006.
3. CHICU, N. *Matematică: manual pentru clasa a VI-a*. București: EDP, 2018. 242 p.
4. <https://educationendowmentfoundation.org.uk/evidence-summaries/teaching-learning-toolkit/meta-cognition-and-self-regulation/>
5. *Matematică. Aritmetică. Algebră. Manual pentru clasa a VI-a*. București: EDP, 1992. 224 p.
6. WHITEBREAD, D.; COLTMAN, P. Aspects of pedagogy supporting metacognition and self-regulation in mathematical learning of young children: evidence from an observational study. In: *ZDM Mathematics Education*, 2010. 42, p. 163–178.
7. ФЕЛЬДШТЕЙН, Д.И. Проблемы психолого-педагогических наук в пространственно-временной ситуации XXI века. В: *Доклад на общем собрании РАО*/ http://www.isae.ru/dis_issledovaniya1