

## ABORDAREA PRINCIPIULUI INTERDISCIPLINARITĂȚII PRIN REZOLVARE DE PROBLEME LA MATEMATICĂ

Laurențiu CALMUȚCHI, dr. hab., prof. univ.

Ștefan SCHIȚAN, masterand

Catedra Algebră, Geometrie și Topologie, UST

**Rezumat.** Învățarea activă, centrată pe elev necesită utilizarea strategiilor interdisciplinare. În articol este abordată problema integrării disciplinelor de învățământ cu matematica, accentul fiind pus pe rezolvarea problemelor – o competență cu potențial integrator.

**Abstract.** Active, student-centered learning requires the use of interdisciplinary strategies. The article addresses the issue of integrating educational disciplines with mathematics, the emphasis being on problem solving - a competence with integrative potential.

**Cuvinte cheie:** Interdisciplinaritate, integrare educațională, modelare matematică, lecții integrate, rezolvarea problemelor.

**Keywords:** Interdisciplinarity, educational integration, mathematical modeling, integrated lessons, problem solving.

În condițiile când reforma sistemului educațional a devenit un proces continuu și dinamic apare necesitatea dezvoltării unei noi paradigme educaționale capabile de a contribui la formarea competenței de a utiliza rațional și efectiv abilitățile acumulate.

Învățarea axată pe competențe, prin orientarea primordială spre dezvoltarea integrală a personalității, pune un accent deosebit pe integrarea conținuturilor disciplinare. Aceasta este o tendință importantă ce se manifestă tot mai mult în evoluția învățământului preuniversitar contemporan.

Proiectarea Curriculumului modernizat de matematică pentru liceu se axează pe un șir de principii centrate pe formarea competențelor specifice. Corelația trans - interdisciplinară (eșalonarea optimă a conținuturilor matematice corelate cu disciplinele ariei curriculare, asigurându-se coerența pe verticală și orizontală) prezintă unul din principiile fundamentale care stau la baza însușirii integrale a conținuturilor teoretice și practice a matematicii. Matematica, știință interdisciplinară prin definiție, oferă numeroase priorități abordărilor interdisciplinare prin aplicabilitatea ei în majoritatea domeniilor științifice[1].

*Integrarea educațională a conținuturilor* preconizează stabilirea unor relații strânse între conceptele, abilitățile, valorile specifice disciplinelor școlare existente. Nivelurile de integrare a conținuturilor curriculare atât teoretice cât și practice sunt prezentate în Figura 1.

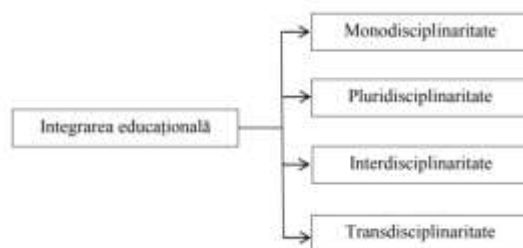


Figura 1. Nivele de integrare educațională

- *Integrarea intradisciplinară* (mono- disciplinară) este centrată pe obiectul de studiu sau prin mici conexiuni cu o disciplină înrudită;
- *Integrarea multidisciplinară*- o modalitate de organizare curriculară centrată pe o temă care aparține unui domeniu prin modalități specifice și altor discipline;
- *Integrarea interdisciplinară* –reprezintă o formă de cooperare între discipline diferite privitor la anumite procese, fenomene a căror complexitate poate fi limitată, explicată, demonstrată, rezolvată numai prin acțiunea convergentă a mai multor viziuni;
- *Integrarea transdisciplinară* preconizează o întrepătrundere a mai multor discipline, care pot genera apariția unor noi domenii de cunoaștere, unor noi discipline. Transdisciplinaritatea prezintă cel mai înalt grad de integrare [2].

*Interdisciplinaritatea este o formă a cooperării între discipline diferite cu privire la o problematică a cărei complexitate nu poate fi surprinsă decât printr-o convergență și o combinare prudentă a mai multor puncte de vedere*[3].

Învățarea matematicii reprezintă un proces dinamic, un element semnificativ, bazat pe aptitudini, cunoștințe și atitudini, care include, de asemenea, motivația de a învăța, iar competențele cheie reprezintă un pachet transferabil și multifuncțional, necesar elevului în vederea dezvoltării personale[4].

Conceptul STEM și STEAM reprezintă un proiect educațional integrativ, semnifică o abordare educațională a predării- învățării matematicii care utilizează interferența elementelor sale componente (Științe, Tehnologii, Inginerie, Arte, Matematică). Conceptul STEAM este unul evident orientat spre formarea și dezvoltarea de competențe a celui ce învață prin intermediul activităților didactice cu un pronunțat accent aplicativ.

„*Matematica este regina tuturor științelor...*” face parte din celebra frază, care aparține faimosului om de știință german din secolele XVIII-XIX, Karl Gauss. Această frază poate fi înțeleasă dacă amintim diferitele științe moderne și obiectele studiului lor.

De exemplu, fizica este implicată în studiul proceselor naturale și a formulării legilor în funcție de care acestea apar. Fizica modernă a atins dimensiuni spațiale care pot fi înțelese numai cu contribuția matematicii[5].

Aplicarea tehnologiilor STEAM poate fi realizată atât în timpul lecțiilor de matematică, cât și în activitățile nonformale sau extrașcolare.

*Activitățile de realizare a învățării integrate* includ strategii didactice STEAM:

- |                                     |  |
|-------------------------------------|--|
| • Învățarea prin cooperare;         | • Rezolvarea problemelor;                          |
| • Lucrul în echipă;                 | • Învățare activă bazată pe proiecte de cercetare. |
| • Desfășurarea lecțiilor integrate; |  |

**Scopul cercetării:** *cunoașterea, înțelegerea conceptelor, noțiunilor tehnologiilor de formare de abilități necesare pentru rezolvarea problemelor care implică integrarea științei, tehnologiei, ingineriei și matematicii.*

*Rezolvarea problemelor* intervin în formarea și dezvoltarea noțiunilor, priceperilor și deprinderilor, capacităților de investigare și a creativității.

**Aplicarea matematicii în fizică.** Cert este că fizica, sau cel puțin o mare parte din ea, la nivelul liceului, poate fi prezentată într-un mod mai atractiv, alături de matematică. Este foarte important să știm să punem cunoștințele de fizică în strânsă legătură cu matematica, în viața de zi cu zi, să privim evoluția acestora prin prisma aplicațiilor lor și a vieții oamenilor.

Una dintre cele mai cunoscute inegalități în matematică este inegalitatea dintre media aritmetică și media geometrică a două sau mai multe numere reale pozitive, și anume

$$m_g \leq m_a \quad (1)$$

Demonstrația inegalității (1) pentru două numere  $a, b \in \mathbb{R}_+$  se face imediat pornind de la inegalitatea evidentă  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ , de unde  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ , deci  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ . (2)

Din (2) rezultă  $\frac{2ab}{\sqrt{ab}} \leq a + b \Rightarrow \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \Rightarrow \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} \leq \sqrt{ab}$  ceea ce înseamnă că  $m_h \leq m_g$ . (3) Din (1) și (3) rezultă că  $m_h \leq m_g \leq m_a$ .

Aplicație în fizică: Două mobile parcurg același drum, primul cu viteză constantă  $v$ , cel de-al doilea parcurgând două porțiuni egale cu vitezele  $v_1, v_2$  a căror medie aritmetică este  $v$ . Care mobil parcurge drumul mai repede?

*Rezolvare.* Notăm distanța  $D = 2d$ , iar timpul parcurgerii  $t_1$  (pentru primul mobil) și  $t_2$  (pentru al doilea mobil), atunci avem

$$t_1 = \frac{D}{v} = \frac{2d}{\frac{v_1 + v_2}{2}} = d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2}, \quad t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{d}{v_2} = d \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right).$$

Aplicăm inegalitatea dintre  $m_a$  și  $m_h$  pentru  $v_1$  și  $v_2$ :  $\frac{2}{\frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}} \leq \frac{v_1 + v_2}{2}$

$$\frac{4}{v_1 + v_2} \leq \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \Rightarrow d \cdot \frac{4}{v_1 + v_2} \leq d \cdot \left( \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2} \right) \Rightarrow t_1 \leq t_2.$$

În concluzie, mobilul care merge cu viteză constantă ajunge la destinație într-un timp mai scurt.

Observații:

- 1) Pentru gimnaziu, dacă nivelul clasei permite, problema poate fi abordată pentru 3 porțiuni egale parcurse cu vitezele  $v_1, v_2, v_3$  având media aritmetică egală cu  $v$ .
- 2) Pentru liceu, problema poate fi abordată în cazul general, pentru  $n$  porțiuni egale parcurse cu vitezele  $v_1, v_2, \dots, v_n$  având media aritmetică egală cu  $v$ .

**Aplicarea legăturilor interdisciplinare** dintre matematică și chimie este o modalitate de organizare curriculară care depășește zona conținuturilor, vizează intersecția unor arii disciplinare diferite, se ignoră limitele stricte ale disciplinelor cu o focalizare centrată pe formarea competențelor cheie.

Analizând conținuturile teoretice și practice la matematică și chimie am stabilit anumite conexiuni interdisciplinare ale matematicii cu chimia (Tabelul 1).

**Tabelul 1. Conexiuni interdisciplinare ale matematicii cu chimia**

<b>Modulul matematic</b>	<b>Modulul studiat la chimie</b>
Procente	Amestecuri de substanțe
Proporția	Compoziția chimică a substanței
Ecuatii liniare, sisteme de ecuații liniare	Compoziția chimică a amestecurilor, substanțelor, ecuațiile reacțiilor chimice
Transformarea expresiilor	Transformări ale formulelor chimice
Ecuatii pătrate, ecuații cu două variabile	Echilibrul chimic. Disociația electrolitică
Funcția exponențială, funcția logaritmică	Viteza reacțiilor chimice. Determinarea pH-lui soluțiilor
Derivata, integrala	Viteza reacțiilor chimice

În continuare aducem exemplu de rezolvare a unei probleme rezolvarea căreia se axează pe echilibrul reacțiilor chimice:

*Un mol de amestec alcătuit din propenă și hidrogen cu densitatea după hidrogen egală cu 15, a fost supus încălzirii în vas ermetic închis, în prezența catalizatorului de platină la 320°C. Presiunea din interiorul vasului s-a micșorat cu 25%. Calculați randamentul practic al reacției. Cu câte procente se v-a micșora presiunea în interiorul vasului dacă pentru experiment iar densitatea după hidrogen este 16.*

Pentru rezolvarea problemei ne vom mărgini la rezolvarea *modelului matematic* obținut:

$$\frac{x}{(0,75-x)(0,25-x)} = 11,1$$

Din cele două rădăcini obținute la rezolvarea ecuației pătrate alegem rădăcina care îndeplinește condiția:  $0 < x < 0,25$ , adică  $x = 0,214$ . Presiunea s-a micșorat cu 21,4 %.

*Rezolvarea problemelor de calcul la chimie* implică o modelare matematică. Pornind de la idea că rezolvarea problemei de calcul se transformă într-un proiect de acțiuni, un algoritm bine gândit sub formă de model/schemă de desfășurare a unui raționament, acest algoritm poate reprezenta o *modelare matematică* alcătuită din mai multe modele. Procesul de dezvoltare a unui model matematic se transformă în modelare matematică în care se descrie un proces sau fenomen prin intermediul noțiunilor, conceptelor matematice în strânsă legătură cu originalul[6].

Respectarea unui algoritm de rezolvare a problemelor orientate spre formarea și dezvoltarea competențelor specific la matematică se realizează cu ajutorul sistemului de tabele electronice Excel, proiectării matematice MathCAD.

**Etapa experimentală** a început cu aprecierea dorinței, motivației de rezolvare a problemelor cu caracter interdisciplinar la lecțiile de matematică. Au fost chestionați un număr de 50 elevi din Liceul Teoretic „Emil Nicula”.

Din numărul total de elevi chestionați 80% consideră că integrarea, aplicarea cunoștințelor interdisciplinare le v-a ajuta să rezolve probleme la matematică. În cadrul

efectuării experimentului formativ elevii din grupa experimentală au dat dovadă de eficacitatea propagării interdisciplinarității prin metoda modelării matematice.

S-a constatat că rezolvarea problemelor cu caracter interdisciplinar la orele de matematică demonstrează diferențe între performanțele elevilor din grupa experimentală și grupa de control. Nota medie a grupei experimentale este egală cu 7,8 față de 7,00 pentru grupa martor.

În continuare propunem câteva probleme cu caracter interdisciplinar pentru a fi rezolvate individual:

- Un volant se rotește în timp(s) sub un unghi  $\alpha(t) = 27t - 0,8t^2 \text{ rad}$ . De aflat viteza unghiulară a volantului în momentul  $t = 10s$ . În care moment de timp volantul se va opri?

Răspuns:  $t = 16,875s$ .

- Scară cu lungimea de  $7m$  este plasată pe un perete la o înălțime de  $6m$ . La un moment scara începe să cadă, și vârful ei este atras la pământ cu o accelerație de  $3m/s^2$ . De aflat viteza îndepărtării bazei scării de la perete în momentul când vârful scării se află la înălțimea de  $4m$ .

Răspuns:  $10,7 \text{ m/s}$ .

- Creșterea unei populații de bacterii se exprimă prin formula  $x(t) = t^3 + 5t + 10$ . Cu ajutorul derivatei calculați timpul în care viteza creșterii populației va atinge mărimea 152.

Răspuns:  $t = 7s$ .

- La interacțiunea deplină cu acid clorhidric a unui aliaj de magneziu și aluminiu cu masa de  $8,52 \text{ g}$  s-au eliminat  $8,96 \text{ l}$  de gaz(c.n.). Determinați masa magneziului și aluminiului din aliaj.

Răspuns:  $m(Mg) = 5,28 \text{ g}$ ;  $m(Al) = 3,24 \text{ g}$ .

*Interdisciplinaritatea matematică* este necesară pentru a face conexiuni și cu alte domenii ale științelor: geografie, biologie, medicină, ecologie, cultură artă etc.

*Abordarea interdisciplinarității în învățarea matematicii* presupune un șir de avantaje:

- Permite punerea accentului simultan pe aspectele multiple ale dezvoltării personalității elevului – intelectuală, emoțională, socială, fizică, morală;
- Procesul de învățare a matematicii este unul formativ, centrat pe învățare integrată, identificare și rezolvare de probleme;
- Transformarea cadrului didactic din furnizor de informații în mediator, organizator al procesului de învățământ, crearea unor colaborări creative dintre profesor și elev;
- Achiziția și aplicarea cunoștințelor se realizează în situații, uneori complexe, pentru a favoriza transferul și generarea de noi cunoștințe, ajută elevul să distingă adevărul de neadevăr, antrenează organizarea logică a gândirii, ordonarea ideilor, recunoașterea integră a lumii înconjurătoare;

- Creează ocazii de a corela limbajele disciplinelor școlare.

## Concluzii

Predarea-învățarea-evaluarea interdisciplinară a matematicii prezintă o condiție importantă în realizarea unui învățământ modern, formativ. Realizarea interdisciplinarității în cadrul temelor cu conținut ambiental, sporește eficiența procesului învățării centrate pe activitatea elevilor nu numai la matematică dar și la alte discipline. Rezolvarea problemelor cu caracter interdisciplinar pot constitui motivul, mijlocul și scopul învățării, reprezintă factorul decisiv al învățării matematicii în învățământul preuniversitar.

Realizând implicit interdisciplinaritatea promovăm științific și organizat viziuni unitare despre lume, formăm o metodologie unitară de cercetare, dezvoltăm competențe atitudinale și efective cu o dezvoltare integratoare, unitară, sistemică-condiție necesară realizării unei educații de calitate când cunoștințele se transformă în instrument de dobândire a noi cunoștințe și deprinderi.

## Bibliografie

1. Ghid de implementare a curriculumului modernizat la matematică pentru treapta liceală.
2. VĂIDEANU, G. *Educația la frontiera dintre milenii*. București: Politica, 1988.
3. CUCOȘ, C. *Pedagogie*. Iași: Ed. Polirom, 2002.
4. IONESCU, M.; BOCOȘ, M. *Tratate de pedagogie modernă*. Pitești: Ed. Paralela 45, 2017.
5. <https://ro.sodiummedia.com> [accesat la 02.10.2021].
6. CALMUȚCHI, L. Modelarea matematică și realizarea interdisciplinarității în procesul predării chimiei. In: *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Conference on Applied and Industrial Mathematics CAIM 2018*, Chișinău, Moldova.