

## APLICAȚII INTERDISCIPLINARE MATEMATICĂ – FIZICĂ

**Aniela AMIHĂLĂCHIOAE**, prof. grad I

Școala Gimnazială „Ioan Murariu”, Cristinești, România

**Viorica STEGARU**, prof. grad I

Colegiul „Grigore Ghica”, Dorohoi, România

**Rezumat.** Una dintre importanțele caracteristici ale matematicii este vasta sa aplicabilitate, în majoritatea domeniilor, cu precădere în cele naturale, unde sunt necesare concluziile, calculul, sau valorificarea unor idei printr-o modelare adecvată. Aproape toate științele, începând cu mecanica și sfârșind cu domeniul IT o utilizează într-o măsură oarecare, prin crearea unor modele care tind să aproximeze realul proceselor, sau prin baza de calcul ori limbajul specific, drept pentru care prezentul articol aduce în prim plan câteva exemple standard de utilizare a acesteia în domeniul tehnic.

**Abstract.** One of the important characteristics of mathematics is its vast applicability, in most fields, especially in the natural ones, where the conclusions, calculation, or capitalization of some ideas through an adequate modeling are necessary. Almost all sciences, starting with mechanics and ending with the IT field, use it to some extent, by creating models that tend to approximate the reality of processes, or by calculation basis or specific language, for which this article brings to the fore some standard examples of its use in the technical field.

**Concepte-cheie:** matematică, aplicații interdisciplinare, aplicații matematice, modele matematice, fizică, aplicații fizice, aplicații matematice în fizică.

**Key-concepts:** mathematics, interdisciplinary applications, mathematical applications, mathematical models, physics, physical applications, mathematical applications in physics.

„Teoria este un model matematic pentru un aspect al naturii. O bună teorie extrage și exagerează anumite aspecte ale adevărului...O teorie nu poate copia natura, căci dacă ar face-o din toate punctele de vedere, ar fi izomorfă cu natura însăși și deci inutilă” [10].

Apărută încă din antichitate, dintr-o necesitate practică, matematica a cunoscut o dezvoltare amplă, prin totalitatea ramificațiilor sale, reflectând legile naturii.

Este cunoscut faptul că fizica se folosește de matematică, dar mereu ne punem întrebarea dacă este suficientă matematica pentru fizică, sau unele procese depășesc sfera ei și necesită un cumul de noțiuni și teorii. Putem, de asemenea, să considerăm că fizica și matematica sunt aproape identice. Deși se studiază separat, nu putem determina cu exactitate identitatea fiecăreia, fără a conlucra. Fiecare dintre ele pornește de la locuri diametral opuse, pentru a ajunge la adevăr: matematica de la abstract, iar fizica de la concret, iar adevărul e unul singur, cel demonstrat, deci ajungem într-un punct comun.

Primele activități de cunoaștere s-au bazat pe observare și măsurare, apoi s-a format teoria sistemelor și a modelării acestora. În etapa de analiză, se încadrează și partea de stabilire a datelor preliminare, precum și studiul caracteristicilor sistemului. Toate sistemele fizice și chimice lucrează interdependent cu alte sisteme, având atât particularități specifice, cât și parte comună, care va delimita granițele. Dacă acesta este foarte complicat, atunci stabilirea ecuațiilor de bază și a aproximațiilor admise, precum și a condițiilor inițiale este

neapărat necesară. Interpretarea fizică a echilibrului are semnificații specifice domeniului de aplicație, așa încât caracteristica fundamentală a sistemelor fizice o reprezintă materialitatea lor, implicând mișcarea și existența obiectivă în spațiu și timp. Studiul lor și a proceselor fizice are la bază principiul cauzalității: fiecare stare din lumea obiectivă este efectul unor cauze care determină univoc starea respectivă. De asemenea, atunci când realizăm un model matematic pentru un fenomen fizic, trebuie avute în vedere caracteristicile mecanice, termice, electrice, magnetice, chimice, de concentrație etc., care pot fi determinate prin măsurători sau observație. Pornind de la acestea, trebuie avute în vedere și legile fizice sau chimice generale, precum și cele aplicabile la procesul studiat.

Folosindu-ne de aceste fundamente, putem construi modele complexe, sau rescrie diverse teorii fizice. Spre exemplu:

- Ecuația fundamentală a dinamicii unui rigid, sub acțiunea unor solicitări reale - exterioare activ, exterioare pasive și interioare - are o formă necunoscută:  $dm \cdot \bar{a} = dFa + dFp + dFm$ .

- Teorema energiei scrisă sub formă generală:  $\frac{dE}{dt} = Pa + Pp$ , teoria energiei cinetice:  $dEc = dL$ .

- Teorema energiei:  $d(Ec + Ep) = dEm = dL'$ ,  $Em = Ec + Ep \rightarrow$  energia mecanică substituită.

- Legea conservării sarcinii electrice:  $i_{\Sigma} = -\frac{dq_{\Sigma}}{dt}$ ,

- Legea gazelor perfecte: Fie funcția  $g(P, V, n, T) = \frac{P \cdot V}{n \cdot R \cdot T}$  în care  $R$  este o constantă pozitivă și  $P, V, n, T$  sunt variabile pozitive. Vom avea:

$$\ln |g| = \ln \frac{P \cdot V}{n \cdot R \cdot T} = \ln P + \ln V - \ln n - \ln R - \ln T,$$

$$d \ln |g| = d \left( \ln \frac{P \cdot V}{n \cdot R \cdot T} \right) = \frac{P \cdot V}{n \cdot R \cdot T} \cdot \left( \frac{dP}{P} + \frac{dV}{V} - \frac{dn}{n} - \frac{dT}{T} \right) \Rightarrow$$

$$dg = g d \ln |g| = \frac{1}{nR} \left( \frac{V}{PT} dP + \frac{P}{VT} dV - \frac{PV}{nT} dn - \frac{PV}{T^2} dT \right).$$

- „Formula lui Black, care este folosită pentru calculul metabolismului bazal  $M$  (în Kcal) în funcție de greutate ( $G$  măsurată în Kg), înălțimii ( $H$  în m) și vârstă ( $A$  în ani).  $M(G, H, A) = KG^{0,48} \cdot H^{0,50} \cdot A^{-0,13}$ ,  $K$ -constantă (egală cu 259 la bărbați și cu 230 la femei). Spre exemplu, avem o femeie de 30 de ani, conexiunea de 1,62 m, și care cântărește 55 kg. Ne vom propune să răspundem la întrebarea: care va fi metabolismul bazal în raport cu o femeie mai în vârstă cu un an, cu o înălțime de 1 an în plus și cântărind un kg în plus.  $M(30, 1,62, 55) \approx 1287,76$  Kcal.

$$\ln M = \ln K + 0,48 \cdot \ln G + 0,50 \cdot \ln H - 0,13 \cdot \ln A \Rightarrow d \ln M = 0,48 \cdot \frac{dG}{G} + 0,50 \cdot \frac{dH}{H} - 0,13 \cdot \frac{dA}{A} \Rightarrow$$

$$dM = M \left( 0,48 \cdot \frac{dG}{G} + 0,50 \cdot \frac{dH}{H} - 0,13 \cdot \frac{dA}{A} \right) \Rightarrow dM = 1287,76 \cdot (0,00873 - 0,00309 - 0,00433) \approx 1,68 \text{ kcal}''.$$

Putem modifica și recalcula acest metabolism bazal în funcție de fiecare dintre noi sau în funcție de diverse date ale unor persoane, lucru ce poate fi util în cadrul unei clinici de specialitate, etc..

- „Analiza derivatei a doua a funcției concentrație plasmatică, care se scrie astfel:  $C''(t) = \frac{d^2C}{dt^2}(t) = A(a^2e^{-at} - t^2e^{-bt})$ . Rădăcina ecuației  $C''(t) = 0$  (păstrăm aceleași valori:  $A=10, a=1, b=4$ ) este:  $t = \frac{1}{a-b} \ln \frac{a^2}{b^2} = -\frac{1}{3} \ln \frac{1}{16} \approx 0,924$ . Avem  $C''(t) > 0$  pentru  $t > \frac{1}{a-b} \ln \frac{a^2}{b^2}$  și  $C''(t) < 0$  pentru  $t < \frac{1}{a-b} \ln \frac{a^2}{b^2}$ .

Această valoare a lui  $t = t_{\max}$  reprezintă un punct de inflexiune” [4] – [9].

- „Pentru a calcula coeficientul de absorbție molară  $\varepsilon$  al tirozinei, se măsoară printr-o cuvă de grosime  $l=1\text{cm}$ , absorbanță  $A=0,927 \pm 0,001$  a unei soluții constituite prin dizolvarea unei cantități  $m=0.030 \pm 0,001$  g de tirozină (cu  $M=181,2$  g/mol) într-un volum  $V=0,2500 \pm 0,0005$  L:  $\varepsilon = \frac{AMV}{lm} = \frac{0,927 \cdot 181,2 \cdot 0,25}{1 \cdot 0,03} = 1399,47 \text{cm}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Care va fi eroarea relativă asupra lui  $\varepsilon$ ? Se vor neglija erorile asupra grosimei cuvei  $l$ , și asupra masei molare  $M$ , ceea ce înseamnă că vom considera absorbanta drept funcție  $\varepsilon(A, V, m)$ . Trecând prin diferențierea logaritmică, ajungem la eroarea relativă, și calculele se simplifică pentru funcții definite ca produse.  $\ln(\varepsilon) = \ln(A) + \ln(M) + \ln(V) - \ln(l) - \ln(m) \Rightarrow$

$$d \ln(\varepsilon) = \frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} - \frac{dm}{m} \Rightarrow \Delta \ln(\varepsilon) = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{1}{A} |\Delta A| + \frac{1}{V} |\Delta V| + \frac{-1}{m} |\Delta m| \quad [4] - [9].$$

Eroarea relativă  $\frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} \leq 0,0407$  sau în procent de 4,07%.” [3] – [9].

- Să analizăm mișcarea unui punct material de masă  $m$ , care se deplasează pe Ox, sub acțiunea unei forțe elastice  $\vec{F}$  orientată spre origine. Dacă notăm cu  $y(t)$  distanța de la punct la originea sistemului, la momentul  $t > 0$ , atunci, din legea a doua a lui Newton  $\Rightarrow m \cdot \ddot{y}(t) = F$ ,  $F$  este funcție elastică  $\Rightarrow F = -\omega^2 y(t) \Rightarrow$  Ecuația oscilatorului armonic  $m \cdot \ddot{y}(t) + \omega^2 y(t) = 0 \Rightarrow$  soluția generală  $y(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$ ,  $A \geq 0$ ,  $A$  și  $\varphi$  constante arbitrare. În ipoteza suplimentară a existenței unei forțe de frecare proporțională cu viteza de forma  $-k \cdot \dot{y}(t)$  și a unei forțe exterioare  $g(t)$ , aplicată punctului material, se obține o ecuație diferențială de forma:  $m \cdot \ddot{y}(t) + k \cdot \dot{y}(t) + \omega^2 y(t) = g(t)$  [6, p. 10].

Alte aplicații cu o conotație geometrică sunt cele pe latură de inginerie mecanică, spre exemplu:

- *proiecția ortogonală* – se obține prin intersecția planului de proiecție cu proiectantele duse perpendicular pe acest plan din diversele puncte ale obiectului, utilizând bazele geometriei descriptive.
- *vederea* – este o reprezentare în proiecție ortogonală pe un anumit plan a unei piese care nu a fost secționată, și este realizată pe baza tuturor observațiilor vizuale umane, conform principiilor geometriei descriptive.

- *secțiunea* – este o reprezentare în proiecție ortogonală pe un plan dat a unei piese, exemplificând modul în care ar putea fi vizualizată dacă ar fi secționată cu un plan imaginar, apoi îndepărtată porțiunea de piesă situată între planul de secțiune și observatorul uman.
- *ruptura* – este o reprezentare a unei piese în proiecție ortogonală, prin îndepărtarea unei anumite porțiuni, conducând astfel la o separare a piesei „fracturate” de restul acesteia printr-o anumită suprafață neregulată.

Ca și bază din mecanica clasică, avem:

- vectorul deplasare  $\vec{\Delta r} = r_2 - r_1$
- viteza liniară instantanee  $v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{r_2 - r_1}{t_2 - t_1}$
- viteza unghiulară  $\omega = \frac{d\beta}{dt}$ , unde  $\beta$  reprezintă unghiul de rotație raportat la timp
- accelerația liniară instantanee  $a = \frac{dv}{dt}$
- impulsul mecanic  $p = m \cdot v$
- momentul unei forțe și momentul cinetic  $M = r \times F$ ,  $L = r \times p$
- vectorii de poziție pentru forța gravitațională  $r_G = (G_1 \cdot r_1 + \dots + G_m \cdot r_m) / (G_1 + \dots + G_m)$
- centrul de masă  $r_{C.M.} = (m_1 r_1 + \dots + m_p r_p) / (m_1 + \dots + m_p)$ , etc..

Cu toate acestea, o importantă descoperire a sfârșitului de secol XIX și început de secol XX este cea a tuburilor electronice, dispozitivelor semiconductoare și a circuitelor integrate, care facilitează televiziunea, transmisiile radio, telefonica și altele. Această transmisie utilizează unde electromagnetice, cuprinzând trei elemente principale: emițătorul, canalul de comunicare și receptorul. În tehnica modernă, ca și purtători de transmitere a informațiilor sunt utilizați curenții electrici și undele electromagnetice, iar pentru suporturi de înregistrare / stocare sunt memoriile RAM, ROM, sau unele benzi magnetice acoperite cu substanțe fotosensibile (utilizate cu precădere în televiziune). Oscilatoarele electronice LC produc semnale electrice sinusoidale, iar circuitele basculante generează impulsuri electrice, iar o importanță deosebită în întreaga tehnică de calcul o reprezintă circuitele logice prin care se folosesc operații binare din algebra Boole, suma logică (sau) și produs logic (și).

Întreg domeniul IT sau orice nou domeniu care folosește tehnologia avansată și are o dinamică profundă, prin diverse schimbări pe latură de software sau hardware va conexe cu matematica sau fizica, bazându-se în principal pe partea de oscilații, unde, magnetism, etc., care facilitează un ansamblu de calcule matematice avansate și continuu studiate.

## Bibliografie

1. ANTOHE, F. M. *Inegalitatea mediilor și aplicațiile ei*. Brăila: Editura Sfântului Ierarh Nicolae, 201. ISBN 978-606-8129-61-7.
2. CONNELLY, J.P.; THOMANN, R. V. *WASTOX - A framework for modelling the fate of toxic chemicals in aquatic environments*. Project Report. U.S. Environmental

- Protection Agency, Office of Research and Development, Environmental Research Laboratory - Duluth, large Lakes Research Station, Grosse Ile, Michigan, 1985.
3. DABU, C.M. *Modelare Matematică*. Note de curs. Vol XI, 2012.
  4. MAYR, E. *This is biology*. Cambridge: Belknap Press de la Harvard University Press. ISBN 978-0- 674-88469-4.
  5. NECULAI, A. *Modele matematice în mecanică*. Disponibil online. [Accesat 21.08.2021] <https://www.yumpu.com/ro/document/read/17227406/modele-matematice-in-mecanica-camo>.
  6. PĂLTINEANU, G., MATEI, P. *Ecuatii diferențiale și ecuații cu derivate parțiale și aplicații*. București: Editura Matrix Rom.
  7. POPESCU S. *Modele matematice în științe*. București: Editura Matrix-Rom, 2010.
  8. RADU, L. *Minime și maxime în matematica elementară*. Ploiești, 2013. ediție online, format PDF, ISBN 978-973-0-14524-3.
  9. TIHONOV, A., SAMARSKI, A. A. *Ecuatiile Fizicii Matematice*. Editura Tehnică, 1956.
  10. TRUESDELL, C.; MUNCASTER, R.G. *Fundamental's of Maxwell's Kinetic Theory of a Simple Monatomic Gase*. New York, London, Toronto, Sydney, San Francisco: Academic Press, 1980.