CZU: 519.237.8:528

ROLUL SOLUȚIILOR FĂRĂ PILOT ÎN INTRODUCEREA NOȚIUNII DE DERIVATĂ

Dorin AFANAS, dr., conf. univ.
Marcela SUMAN, masterand, anul II
Universitatea de Stat din Tiraspol

Rezumat. Putem afirma cu certitudine că progresul tehnologic al senzorilor și apariția unui număr tot mai mare de soluții fără pilot vor putea satisface necesitățile învățământului STEAM (știință, tehnologie, inginerie, artă și matematică) din Republica Moldova de a obține performanțe calitative prin astfel de aparate de zbor fără pilot la bord.
Din aceste motive, trebuie să cunoaștem utilitatea și beneficiile acestor aparate pentru a fi în avangarda tehnologiilor moderne legate de cercetare și învățământ.
Aparatele de zbor fără pilot la bord prezintă beneficii pentru majoritatea sectoarelor de activitate și cu adevărat pot fi platforme excelente pentru cercetare și învățământ. Multe sisteme de drone sunt surse complet deschise, care ne permit accesul la descifrarea codului sursei și la documentare. Aceasta înseamnă că putem învăța cum funcționează lucrurile într-un mod foarte practic.
În acest articol se abordează problema aferentă introducerii noțiunilor în cadrul disciplinei analiza matematică: limita unei funcții într-un punct, creșterea argumentului și creșterea funcției, derivata unei funcții într-un punct prin intermediul aparatelor de zbor fără pilot.

Abstract. We can say with certainty that the technological progress of sensors and the emergence of an increasing number of unmanned solutions will be able to meet the needs of STEAM education (science, technology, engineering, art and mathematics) in the Republic of Moldova to achieve qualitative performance through such devices. unmanned flight on board.
For these reasons, we need to know the usefulness and benefits of these devices to be at the forefront of modern technologies related to research and education.
Unmanned aircraft on board have benefits for most industries and can truly be excellent platforms for research and education. Many drone systems are fully open source, allowing us access to deciphering source code and documentation. This means that we can learn how things work in a very practical way.
This article addresses the issue of introducing notions in the discipline of mathematical analysis: the limit of a function at a point, the increase of the argument and the increase of the function, derived from a function at a point by means of unmanned aerial vehicles.

Cuvinte cheie: limita, creștere, argument, funcție, derivata, aparat de zbor fără pilot.
Keywords: limit, increase, argument, function, derivative, unmanned aerial vehicle.

„*În matematică, derivata unei funcții este unul dintre conceptele fundamentale ale analizei matematice, împreună cu primitiva (inversa derivatei sau anti-derivata).*

Derivata unei funcții într-un punct semnifică rata cu care se modifică valoarea funcției atunci când se modifică argumentul. Alt fel spus, derivata este o formulare matematică a noțiunii de rată de variație. Derivata este un concept foarte versatil, care poate fi privit în multe feluri. De exemplu, referindu-ne la graficul bidimensional al funcției f, derivata într-un punct x reprezintă panta tangentei la grafic în punctul x. Panta tangentei se poate aproxima printr-o secantă. Cu această interpretare geometrică, nu este surprinzător faptul *că derivatele pot fi utilizate pentru a descrie multe proprietăți geometrice ale graficelor de funcții, cum ar fi concavitatea și convexitatea.*

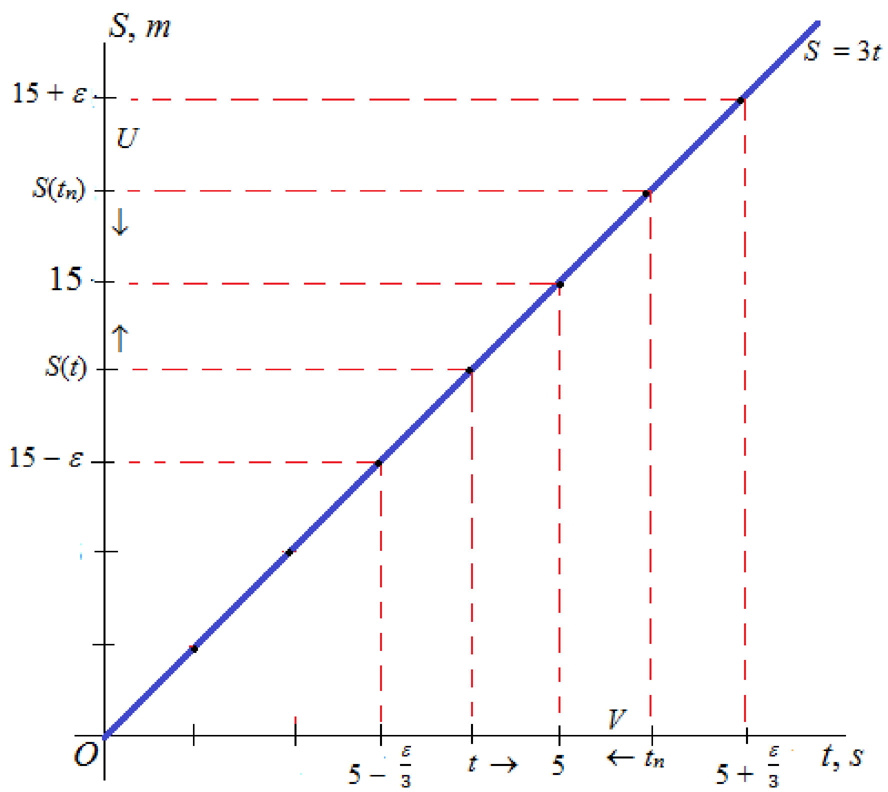
Trebuie menționat că nu toate funcțiile admit derivate. De exemplu, funcțiile nu au derivate în punctele în care au o tangentă verticală, în punctele de discontinuitate și în punctele de întoarcere" [3].

În cadrul orelor de analiză matematică în liceu, mulți elevi întîlnesc dificultăți la însușirea noțiunii de derivată. Această situație este legată de mai mulți factori printre care pot fi: slaba conștientizare a noțiunii de limită a unei funcții, creșterea argumentului și creșterea funcției, etc.

Pentru a facilita însușirea noțiunii de derivată, cu scopul de a spori interesul față de matematică propunem în continuare un model ce are la bază aparatul fără pilot.

Se recomandă de respectat următorii pași:

1. Introducem noțiunea de limită a unei funcții într-un punct [2, p. 35]. Se prezintă elevilor un sistem de axe ortogonale în plan pe care este trasat graficul dependenței distanței de la locul decolării (măsurată în metri) de timp (măsurat în secunde) a unui quadcopter. Cadrul didactic explică că un quadcopter efectuează un zbor cu viteza de 3 m/s. Deci vom avea dependența funcțională $S = 3t$. Cercetăm această dependență funcțională și momentul de timp $t_0 = 5$ s.



Observăm că dacă valorile argumentului t se apropie suficient de mult de $t_0 = 5$, atunci valorile $S(t)$ ale funcției S se apropie oricât de mult de $l = 15$. Această situație poate fi redată în mai multe moduri.

Modul 1. De exemplu, dacă $(t_n)_{n \geq 1}$ este un șir arbitrar și convergent la 5, atunci șirul $(S(t_n))_{n \geq 1}$, unde $S(t) = 3t$, converge la $l = 15$.

Modul 2. Pentru orice vecinătate U = $(15-\varepsilon, 15+\varepsilon)$, $\varepsilon > 0$, centrată în punctul $l = 15$ al axei *Oy*, există o vecinătate $V = (5-\frac{\varepsilon}{3}; 5+\frac{\varepsilon}{3})$, $\varepsilon > 0$, cu centrul în punctul $t_0 = 5$ al axei *Ox*, astfel încât pentru orice $t \in V$ rezultă că $S(t) \in U$.

2. Introducem noțiunea de creștere a argumentului și creștere a funcției [2, p. 89]. Se cercetează dependența funcțională $H(t) = 3t - 39$, unde *H* este înălțimea la care s-a ridicat un quadcopter, iar *t* este timpul în care s-a realizat ridicarea quadcopterului. În momentul de timp $t_0 = 20$ s un quadcopter se afla la înălțimea $H = 21$m. Peste 3 s el s-a ridicat la înălțimea $H = 30$ m, iar peste 5 s – la înălțimea $H = 36$ m. Se formulează întrebarea: cu cât s-a mărit timpul și înălțimea quadcopterului pentru $t = 23$ s și $t = 25$ s față de momentul de timp $t_0 = 20$ s ?

Explicăm: Pentru momentul de timp $t = 23$ s, vom avea: $t - t_0 = 23 - 20 = 3$, iar $H(t) - H(t_0) = 30 - 21 = 9$. Pentru momentul de timp $t = 25$ s, primim: $t - t_0 = = 25 - 20 = 5$, iar $H(t) - H(t_0) = 36 - 21 = 15$. Dacă notăm diferențele $t - t_0 = \Delta t$ și $H(t) - H(t_0) = \Delta H(t_0)$, atunci putem scrie: $t = t_0 + \Delta t$ și $H(t) = H(t_0) + \Delta H(t_0)$ sau $\Delta H(t_0) = H(t_0 + \Delta t) - H(t_0)$.

După aceste explicații se introduc noțiunile de creștere a argumentului și creștere a funcției.

Evident că acest scenariu poate fi aplicat și în cadrul temei *Monotonia funcției, p. 72, clasa a X-a* [1, p. 72].

<u>3. Introducem noțiunea de derivată a unei funcții într-un punct [2, p. 91].</u> După ce a fost introdusă definiția derivatei, pentru consolidarea acestei noțiuni cât și pentru conștientizarea sensului fizic/mecanic al ei se recomandă de rezolvat probleme de tipul: figurile de mai jos ne reprezintă dependența funcțională $S(t) = 10t - 486$ a mișcării uniforme a unui quadcopter pentru momentele de timp $t_0 = 55$ s, $t_1 = 58$ *s* și $t_2 = 61$ *s*, unde $S(t)$ este distanța (măsurată în metri, notată pe desen cu *D*) parcursă de un quadrocopter în timpul *t* (măsurat în secunde). Determinați rapoartele:

$$\frac{S(t_1) - S(t_0)}{t_1 - t_0};\ \frac{S(t_2) - S(t_0)}{t_2 - t_0};\ \frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Explicăm**:** Deoarece

$$S(t_0) = 10 \cdot 55 - 486 = 64,\ S(t_1) = 10 \cdot 58 - 486 = 94,\ S(t_2) = 10 \cdot 61 - 486 = 124,$$

$$t_1 - t_0 = 58 - 55 = 3,\ t_2 - t_0 = 61 - 55 = 6 \text{ și } t_2 - t_1 = 61 - 58 = 3,$$

atunci obținem consecutiv:

$$\frac{S(t_1) - S(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{94 - 64}{3} = 10, \frac{S(t_2) - S(t_0)}{t_2 - t_0} = \frac{124 - 64}{6} = 10$$

și $\frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{124 - 94}{3} = 10.$

Observăm, că cele trei rapoarte sunt egale cu 10. Rezultatele obținute se verifică cu datele experimentale din desenele prezentate. Se trage concluzia, că la mișcarea uniformă aceste rapoarte ne exprimă viteza quadcopterului. Pe de altă parte, trecând la limită, obținem că rapoartele cercetate sunt derivatele distanțelor după timp. Deci derivata distanței după timp ne reprezintă viteza quadcopterului. Astfel putem ajunge la sensul fizic/mecanic al derivatei.

Acest articol a fost elaborat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)", Programul „Program de stat" (2020- 2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20.

Bibliografie

1. ACHIRI, Ion; EFROS, Petru; GARIT, Valentin; PRODAN, Nicolae. *Matematică. Manual pentru clasa a* 10-*a*. Chișinău: Editura Prut Internațional, 2012, 280 p.
2. ACHIRI, Ion; CIOBANU, Vasile; EFROS, Petru et all. *Matematică. Manual pentru clasa a* XI-*a*. *Ediția a II-a revizuită și completată*. Ch.: Prut Internațional, 2014, 304 p.
3. https://ro.wikipedia.org/wiki/Derivat%C4%83