dezvăluirea acestora, protecția sistemului informational de date cu caracter personal în care sunt stocate (prelucrate) imaginile video etc. [6, 7, 8, 9].

Necătând la regulamentele aprobate, la legislația în vigoare, la avantajele și dezavantajele camerelor de supraveghere, o întrebare totuși rămâne deschisă: "Tehnologia de viitor a camerelor de supraveghere va fi dedicată siguranței unei societăți sau controlului maselor ?"

Bibliografie

1. Nae I., Petrescu M. G. Tehnologii în fabricaţia asistată de calculator. Editura Universităţii din Ploieşti, 2003.
2. Nae I., Petrescu M. G., Bucuroiu R. Tehnici moderne în conducerea și supravegherea proceselor tehnologice. Editura Universității din Ploiești, 2010.
3. Ziarul de Gardă. 12 ianuarie 2017.
4. https://www.hdsupraveghere.ro/.
5. https://www.securitatesiprotectie.ro/.
6. Regulamentul Universității de Stat din Tiraspol privind supravegherea prin mijloace video. Aprobat prin Decizia Senatului UST din 28.11.2017, 7 p.
7. Regulamentul privind asigurarea securității informaționale și utilizare a resurselor sistemului de comunicații și informatică ale Armatei Naționale. Anexă la ordinul Ministrului Apărării nr. 114 din 12.03.2015, 32 p.
8. Regulament privind supravegherea prin mijloace video în cadrul Instituției Publice "Universitatea Tehnică a Moldovei". Aprobat la Ședința Senatului UTM din 24.11.2015, proces-verbal nr.3, 10 p.
9. Regulament privind supravegherea prin mijloace video. Aprobat la Ședința Senatului ASEM din 24.12.2014, proces-verbal nr. 3, 9 p.

UNELE MODALITĂȚI DE A DEFINI SUBCATEGORIILE SEMIREFLEXIVE

Dumitru Botnaru, dr. hab., prof. univ.

Catedra Algebră, Geometrie și Topologie, UST

Rezumat. Se examinează câteva metode de definire a subcategoriilor semireflexive: A-semireflexivitatea, semireflexivitatea inductivă și functorială.

Abstract. Some methods for defining semi-reflexive subcategories are examined: A-semireflexivity, inductive and functorial semireflexivity.

1. Introducere

În categoria spațiilor local convexe Hausdorff C_2V se fixează o subcategorie reflectivă L cu functorul respectiv $l: C_2V \to L$ și clasa de bimorfisme $\varepsilon L = \{e \in \mathcal{E}pi \mid l(e) \in \mathcal{I}so\}$.

1. Definiție [2]. *Subcategoria reflectivă R se numește* L*-semireflexivă, dacă ea este închisă în raport cu* (εL)*-subobiecte și* (εL)*-factorobiecte.*

Cu $\mathbb{R}_f^S$(εL) se notează clasa tuturor subcategoriilor L-*semireflexive. Menționăm că*

C$_2$V ∊ $\mathbb{R}_f^S$(εL) și $\mathbb{R}_f^S$(εC$_2$V) este clasa ℝ a tuturor subcategoriilor reflective.

2. Definiție [2]. *Fie* A *o subcategorie și* L *o subcategorie reflectivă a categoriei* C$_2$V . *Obiectul X se numește* (L,A)*-semireflexiv*, dacă L-*replica lui aparține subcategoriei* A . *Subcategoria plină a tuturor obiectelor* (L ,A)*-semireflexive se numește produsul semireflexiv al subcategoriilor* L *și* A *și se notează*

$$R=L*_{sr} A.$$

3. Teoremă [2]. *Subcategoria reflectivă R este* L*-semireflexivă, atunci și numai atunci când* R *este produsul semireflexiv al subcategoriilor* L *și* R : R=L*$_{sr}$ R .

4. Definiție [2]. *Subcategoria reflectivă L se numește* c*-reflexivă, dacă* L *conține subcategoria* S *a spațiilor cu topologie slabă și functorul reflector l*: C$_2$V→ L *este exact la stânga.*

Menționăm că subcategoriile S a spațiilor cu topologie slabă, Sh a spațiilor Schwartz, uN a spațiilor ultranucleare sunt subcategorii c-reflexive. Alte exemple vezi [3].

5. Propoziție [3]. 1. *Produsul semireflexiv* L*$_{sr}$A *este închis în raport cu* (εL)*-subobiecte și* (εL)*-factorobiecte.*

2. Produsul semireflexiv L*$_{sr}$A *este subcategoria plină a* (εL)*-subobiectelor subcategoriei* L∩A.

3. Fie A *o subcategorie reflectivă a categoriei* C$_2$V. *Atunci* L*$_{sr}$A *este o subcategorie închisă în raport cu* (εL)*-subobiecte și* (εL)*-factorobiecte și produse.*

4. Fie A *o subcategorie reflectivă și* L *o subcategorie* c*-reflexivă. Atunci* L*$_{sr}$A∊ $\mathbb{R}_f^S$(εL).

6. Teoremă [3]. *Fie* R∊ $\mathbb{R}_f^S$(εL) *și* H *o subcategorie reflectivă. Următoarele afirmații sunt echivalente:*

1. L*$_{sr}$ H = R.
2. L∩R= L∩H.

Referitor la proprietăți și exemple de subcategorii semireflexive vezi [2-10], referitor la terminologie vezi [9].

2.Subcategorii A-semireflexive, A-inductiv semireflexive și functorial semireflexive

1. ***A -semireflexivitatea.*** Fie (E,u) ∊ │C$_2$V│, iar P o proprietate care definește o familie de submulțimi A a spațiului E, ce posedă următoarele proprietăți:

1.Fie A, B ∊A. Atunci există C ∊A, astfel încât $A∪B⊂C$.

2.Pentru orice $\alpha\in K$ și A∊A rezultă că αA∊A.

3. ∪ {A│A ∊ A }=E.

Pe spațiul E'se examinează topologia t(A) a convergenței uniforme pe mulțimile familiei A: (E', t(A)).

2. **Definiție.** *Spațiul* $(E,u) \in |C_2V|$, *se numește* P-*semireflexiv, dacă*

$$(E', t(\mathrm{A}))=E.$$

3. Fie că în spațiul înzestrat cu una din topologiile σ, τ, β sau careva alta, proprietatea P definește o familie de submulțimi A′ cu proprietățile 1-3, atunci putem defini și spațiile P-reflexive.

Definiție. *Spațiul local convex* (E,u) *se numește* P-*reflexiv, dacă*

$$(((E', t(\mathrm{A}'))', t(\mathrm{A}'))=(E,u).$$

4. În literatură (vezi [12]) se examinează și cazul când familia A este definită de o proprietate topologică P_2: A′=A′ (P_2). Atunci spațiul local convex (E, u) se numește (A, A′)-reflexiv, dacă

$$(((E', t(\mathrm{A}')) , t(\mathrm{A}'))=(E, u).$$

5. **Teoremă.** *Fie* $(E,u) \in |C_2V|$, A *o familie de submulțimi a spațiului E, care verifică următoarea proprietate: mulțimile familiei A posedă proprietatea* P *în orice topologie compatibilă cu dualitatea* (E, E'). *Atunci* (E,u) *este o subcategorie închisă în raport cu* (εS)-*subobiecte și* (εS)-*factorobiecte.*

6. **Exemple.** 1. Fie A familia mulțimilor mărginite în spațiul local convex (E,u). Atunci spațiile A-semireflexive și cele A-reflexive sunt spațiile semireflexive și respectiv cele reflexive (vezi [9]).

2. Fie A_1 familia mulțimilor compacte în spațiul local convex (E,u), iar A_2 familia mulțimilor absolut convexe și compacte. Spațiile A_1-reflexive și cele A_2-reflexive, numite *k*-reflexive și *c*-reflexive, au fost studiate de B. S. Brudovsky (vezi [5]).

3. Cazul când A este familia mulțimilor precompacte ne conduce la spații p-semireflexive și spații p-reflexive, examinate de Koethe, M. Day, J. Dazord și M. Jourlen (vezi [6]).

4. Fie A familia discurilor complete din spațiul (E,u). Acest caz ne conduce la spații d-reflexive, studiate de V. Sekevanov (vezi [12]).

7. ***Semireflexivitatea inductivă.*** Fie A o familie de mulțimi a spațiului local convex (E,u), ce verifică condițiile:

1. Dacă $A, B \in$ A, atunci și $A \cap B \in$ A.
2. Pentru orice număr $\alpha \neq 0$ și orice $A \in$ A, avem $\alpha A \in$ A.

Se examinează familia Ã formată din polarele mulțimilor $A \in$ A:

$$\tilde{\mathrm{A}}=\{A^0 | A \in \mathrm{A}\}.$$

Fiecare $B \in \tilde{\mathrm{A}}$ ne conduce la spațiul normat (E'_B, n_B), unde E'_B este acoperirea liniară a mulțimii B, iar n_B este norma Minkovski, definită de discul B.

Aplicațiile liniare

$$i_B: (E'_B, n_B) \to E', B \in \tilde{\mathrm{A}}$$

definesc cea mai fină topologie local convexă (topologia inductivă) $i(\tilde{\mathrm{A}})$, pentru care aceste aplicații sunt continui. Obținem spațiul local convex $(E', i(\tilde{\mathrm{A}}))$.

8. **Definiţie.** *Spaţiul* (E,u) *se numeşte* Ã-*inductiv* semireflexiv, dacă

$$(E', \ i(\tilde{A}))' = E.$$

9. **Exemplu.** Subcategoria spaţiilor inductiv semireflexive *iR*. Fie $(E, u) \in |C_2V|$, iar A= u, unde u este baza topologiei. Atunci spaţiile A-inductiv semireflexive sunt spaţii inductiv semireflexive studiate de B. A. Berezansky. Cu notaţiile noastre, subcategoria *iR* a acestor spaţii se exprimă

$$iR = Sh *_{sr} \Gamma_0,$$

unde *Sh* este subcategoria spaţiilor Schwartz, iar Γ_0 - subcategoria spaţiilor complete [1].

10. **Exemplu.** Subcategoria spaţiilor B- inductiv semireflexive.

11. **Definiţie** [8]. *În spaţiul* (E, u) *o mulţime absolut convexă şi mărginită* A se numeşte sferă Banach, dacă (E_A, n_A) este complet.

Fie $(E,u) \in |C_2V|$, B familia tuturor sferelor Banach în spaţiul $(E', \beta(E', E))$, unde $\beta(E', E)$ este topologia convergenţei uniforme pe toate mulţimile mărginite din spaţiul E. Sistemul de aplicaţii liniare

$$j_B: (E', n_B) \to E', B \in \mathrm{B}$$

defineşte topologia local convexă inductivă în spaţiul E' (E', j_B).

12. **Definiţie** [10]. S*paţiul local convex* (E,u) *se numeşte B-inductiv semireflexiv, dacă*

$$(E', j_B)' = E.$$

Subcategoria acestor spaţii o vom nota B-iR. Această subcategorie este S-semireflexivă, unde S este subcategoria spaţiilor cu topologie slabă [4].

13. ***Semireflexivitatea functorială.*** Fie $t : C_2V \to C_2V$ un functor covariant sau contravariant cu proprietatea:

$$t(E, u) = (E', t(u)), (E, u) \in |C_2V|.$$

Astfel functorul t defineşte pe spaţiul dual o topologie local convexă $t(u)$.

Definiţie. 1. S*paţiul* (E,u) *se numeşte t-semireflexiv, dacă*

$$(E', t(u))' = E.$$

2. S*paţiul* (E, u) *se numeşte t-reflexiv, dacă*

$$((E', t(u))', tt(u)) = (E, u).$$

14. **Exemple. 1.** Topologia inductivă din punctul **7** defineşte un functor contravariant

$$i : C_2V \to C_2V \ , \ i(E, u) = (E', i(\tilde{A})).$$

2. Topologia inductivă din punctul **6** exemplul 2 defineşte un functor contravariant

$$j : C_2V \to C_2V \ , \ j(E, u) = (E', j_B).$$

3. Fie $k : C_2V \to K$ un functor coreflector. Vom defini functorul contravariant $d_k : C_2V \to C_2V$ astfel:

$$d_k: (E, u) = k(E', \sigma(E, E')) = (E', k\,\sigma(E', E)).$$

Dacă $K \subset \widehat{\mathcal{M}}$, atunci $d_k(E,u) = ks\,(E,u)$.

Putem obţine exemple netriviale în cazurile când $\widehat{\mathcal{M}} \subset K$, unde $\widehat{\mathcal{M}}$ este subcategoria coreflectivă a spaţiilor cu topologie Mackey.

Subcategoriile K și $\widehat{\mathcal{M}}$ nu sunt comparabile.

4. Functorul d_r: $C_2V \rightarrow C_2V$ se definește stabilind $d_r(E,u)=E_\tau$.
5. Fie t: $C_2V \rightarrow C_2V$ un x-functor, în particular un functor coreflector . Atunci avem și următorii functori contravarianți:

$$t\cdot d_\beta: C_2V \rightarrow C_2V\ ;\quad t\cdot d_\tau: C_2V \rightarrow C_2V\ .$$

Concluzii

1. Orice subcategorie reflectivă R, dacă este L-semireflexivă, atunci ea este T-semireflexivă pentru $L \subset T$. Este o problemă destul de dificilă de a găsi cea mai mică subcategorie reflectivă L pentru care R este L-semireflexivă.

2. Dacă L este c –reflectivă, atunci $L *_{sr} R \in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon L)$ pentru orice subcategorie reflectivă R (Teorema 1.6). Poate din aceste considerente exemplele cunoscute până în prezent țin de subcategoriile c –reflective: S a spațiilor cu topologie slabă și Sh a spațiilor Schwartz.

3. Să examinăm subcategoriile ce aparțin clasei $\mathbb{R}_f^S(\varepsilon S)$.

1) $\Pi \in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon S)$, unde Π este subcategoria spațiilor complete cu topologie slabă.

2) B-iR $\in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon S)$, unde B-iR este subcategoria spațiilor B- inductiv semireflexive. Spațiile subcategoriei B-iR au fost definite de V. Sekevanov [10] . Faptul că B-iR este o subcategorie reflectivă și faptul că B-iR $\in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon L)$ au fost demonstrate în lucrarea autorului [4] .

3) sR $\in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon S)$, unde sR este subcategoria spațiilor semireflexive. Această afirmație este bine cunoscută în literatura de profil. Este bine știut că

$$sR = S *_{sr} q\Gamma_0,$$

unde $q\Gamma_0$ este subcategoria spațiilor quazicomplete.

4) $l\,\Gamma_0 \in \mathbb{R}_f^S(\varepsilon L)$, unde $l\,\Gamma_0$ este subcategoria spațiilor local complete.

Definiție [8]. *Un șir de elemente al spațiului local convex E se numește șir local Cauchy, dacă el se conține și converge într-un careva spațiu* (E_A, n_A). *Spațiul E se numește local complet, dacă orice șir local Cauchy converge în E.*

Tot în lucrarea [8] D. Raïkov enumera următoarele proprietăți ale spațiilor local complete:

a) Un spațiul local complet rămâne local complet în orice topologie local convexă cu același sistem de mulțimi mărginite.

b) Un spațiu este local complet atunci și numai atunci când orice mulțime mărginită se conține într-un disc Banach.

c) Un spațiu este local complet atunci și numai atunci când este un spațiu b-complet în sensul W. Slawikowski [13].

d) Există următoarele concluzii:

$$\Gamma_0 \subset q\Gamma_0 \subset s\Gamma_0 \subset l\,\Gamma_0,$$

unde Γ_0, $q\Gamma_0$, $s\Gamma_0$ sunt subcategoriile spațiilor complete, quazicomplete și respectiv secvențial complete.

Ultimele două subcategorii sunt diferite din următoarele considerente: spațiul c_0 a șirurilor ce converg la zero cu topologia slabă nu este secvențial complet, dar este local complet.

5) iR ∈ $\mathbb{R}_f^S$(εSh) și iR =Sh*$_{sr}$ Γ_0 (vezi [1]).

6) Unele tipuri de semireflexivități au fost examinate de V. Sekevanov (vezi [10, 11, 12]) . Dar au fost studiate diverse proprietăți, fără a se demonstra, de exemplu, că subcategoriile date pot fi reflective.

Bibliografie

1. Berezansky J.A. Les espaces inductivement réflexifs localement convexes Dokl. Ak. Nauk. SSSR, 182, 1966, 1, 20-22 (en russe).
2. Botnaru D. Groupoïd des sous-catégories L-semi-réflexives. Rev. Roumaine Math. Pures Appl., 63, 2018, 1, 61-71.
3. Botnaru D. Noyaux des sous-catégories semi-réflexives. (au comité de rédaction).
4. Botnaru D. La catégorie des espaces B-inductifs semi-réflexifs, (au comité de rédaction).
5. Brudovsky B.S. Sur k- et c-réflexivité des espaces localement convexes. Lietuvos Math. Bulletin, VII, 1967, 1, 17-21 (en russe).
6. Dazord J., Jourlin U. Sur quelques classes des espaces localement convexes, Publ. Dep. Math., Lyon, 8-2(1971), 39-69.
7. Radenović S. Some properties of c-reflexive locally convex spaces. Univ. Belgrad Publ. Electrotehn. Fak. Ser.Mat., 18, 2007, 52-58.
8. Raïkov D.A. Loi exponentielle pour les espaces des applications linéaires continues. Mat. sb.,7(109), 2, 1965, 279-302,(en russe).
9. Robertson A. P., Robertson W. J. Topological vector spaces. Cambridge University Press, 1964.
10. Sekevanov V.S. Espaces localement convexes B-inductifs reflexifs. Func. an., Mejvouz. sb., Oulianovsk, 14, 1980, 128-131, (en russe).
11. Sekevanov V.S. Sur deux generalites de le reflexivitée des espaces localement convexes, Math. Zametki, 35-3, 1984, 415-424, (en russe).
12. Sekevanov V.S. Quelques types des semi-reflexivitées et reflexivitées des espaces localement convexes, Dissertation, 1983, Moscou, (en russe).
13. Slawikowski W. On continuity of invers operators. Bull. Amer. Math. Soc., 67-5, 1961, 467-470.