CZU: 372.851

STRATEGII ORIENTATE SPRE DEZVOLTAREA GÂNDIRII ALGORITMICE LA ELEVI

Violeta POPOVICI – BUJOR, doctorandă UST,
profesor, LCI ,,Prometeu - Protalent ”

Rezumat. Aplicarea metodei algoritmice în activitatea de rezolvare a problemelor este determinată de modul de descriere a diferitor procese complexe. Rezolvarea problemelor prin orice metode necesită cunoștințe teoretice, capacități de sinteză și abilități creative.
Cuvinte-cheie: gândire algoritmică, funcție pătratică, competențe, aptitudini, funcție.
Abstract. The application of the algorithmic method in the problem solving activity is determined by the way of describing different complex processes. Problem solving by any method requires theoretical knowledge, synthesis skills and creative skills.
Keywords: algorithmic thinking, quadratic function, competence, skills, function.

Pentru a forma o gândire algoritmică e necesar ca profesorul să elaboreze suplimentar diverse materiale didactice ce conțin demonstrarea unor teoreme și probleme cu conținut practic care pot fi rezolvate prin metode algoritmice. Folosirea acelor strategii euristice care vor stimula elevii să deducă independent formularea acelei proprietăți sau teoreme aplicând algoritmi deja cunoscuți va stimula dezvoltarea gândirii algoritmice.

În articolul present se propun unele strategii orientate spre dezvoltarea capacităților de formare și aplicare a algoritmilor de către elevi la studierea proprietăților funcției de gradul doi (semnul valorilor funcției de gradul doi).

Să presupunem că elevul vrea (dacă are o motivație intrinsecă) sau trebuie (în cazul unei motivații extrinseci) să demonstreze o teoremă. El va fi implicat în soluționarea unor situații (sau etape) de învățare special create unde ierarhia obiectivelor specifice sunt următoarele:

1. Să formuleze în mod operațional regulile învățate care vor fi necesare în demonstrarea teoremei.
2. Să determine relații între elemente în situații matematice date, prin învățarea dirijată.
3. Să indice situații matematice simple în care ar fi utilă o regulă învățată (eventual necesară în formarea algoritmilor).
4. Să formuleze algoritmul de demonstrare a unei teoreme, ajutat prin îndrumări verbale (sau scrise) cu caracter euristic.
5. Să formuleze algoritmul de demonstrare a unei teoreme folosind exemple auxiliare date sau descompunând-o în propoziții particulare mai simple.
6. Să rezolve un set de probleme grupate în jurul proprietății cu rol central în rezolvare sau înrudite cu o problemă cu algoritmul deja cunoscut.
7. Să descifreze o demonstrație dată, descoperind ideea de rezolvare, reconstituind algoritmul utilizat.

Opțiunea pentru o anumită strategie didactică implică utilizarea unor metode de învățare specifice. Totodată, metodele didactice determină eficiența învățării. Astfel, alegerea metodelor corespunzătoare fiecărei activități didactice are un impact important asupra procesului educațional. Unele dintre metode utilizate în predare pentru a forma gândirea algoritmică la elevi sunt următoarele [2]:

- *Învățarea bazată pe întrebări* este o abordare a predării și învățării, care pune întrebările, ideile și observațiilor elevilor în centrul experienței de instruire. La baza acestei abordări se află ideea că atât profesorul, cât și elevii împărtășesc responsabilitatea pentru procesul didactic.

- *Studiul de caz* implică învățarea pe probleme și promovează dezvoltarea abilităților analitice. Această metodă facilitează dezvoltarea învățării cognitive și poate fi folosită pentru a evidenția conexiunile dintre probleme și aplicația din lumea reală. Astfel, crește motivația elevilor de a participa la activităților de clasă, ceea ce promovează învățarea și crește preformanța.

În clasa a VIII-a, conform Curriculum la disciplina Matematică, se studiază modulul „Ecuații de gradul doi”. În clasa a IX-a se studiază „Funcția de gradul doi, proprietăți”.

Definiția 1. Funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, unde $a \neq 0, \{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$
se numește *funcție pătratică* sau *funcție de gradul doi.*

Definiția 2. Mulțimea tuturor punctelor din plan situate la aceeași distanță de un punct fix (numit focar) și de o dreaptă fixă (numită directoare) se numește parabolă.

Pentru a determin semnul funcției de gradul II, profesorul propune elevilor următorul studiu de caz:

Fie funcția $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = ax^2 + bx + c$, unde $a \neq 0, \{a, b, c\} \subset \mathbb{R}$. Determinați mulțimea valorilor lui $x \in \mathbb{R}$ pentru care $f(x) > 0$ ($f(x) < 0$).

Se identifică 3 cazuri:

<u>I caz: $\Delta < 0$</u>

Se analizează semnul valorilor funcției $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = ax^2 + bx + c. \quad (1)$$

Pasul 1. Amplificăm termenii bx și c din expresia algebrică $ax^2 + bx + c$, cu scopul de a scoate factorul comun a. Obținem: $f(x) = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$.

Pasul 2. Formăm un pătrat perfect și se aduce la o formă mai simplă prin reducerea termenilor, obținem:

$$f(x) = a\left(x^2 + 2\frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] =$$

$$= a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = a\left[(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Pasul 3. Se analizează semnul valorilor funcției atunci când discriminantul este un număr negativ: $\Delta < 0, atunci\ -\frac{\Delta}{4a^2} > 0, deci\ \left[(x+\frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] > 0$. Conchidem că semnul funcției depinde de coeficientul a.

S-a demonstrat următoarea teoremă: ***Dacă*** $\Delta < \mathbf{0}$, ***atunci semnul valorilor funcției f coincide cu semnul numărului a, pentru orice a*** $\in \mathbb{R}$.

Această teoremă exprimă următorul sens geometric: ramurile parabolei sunt orientate în sus, dacă $a > 0$, și respectiv sunt orientate în sus, dacă $a < 0$ [1] (*figura 1 (a, b)):*

$\Delta < 0$

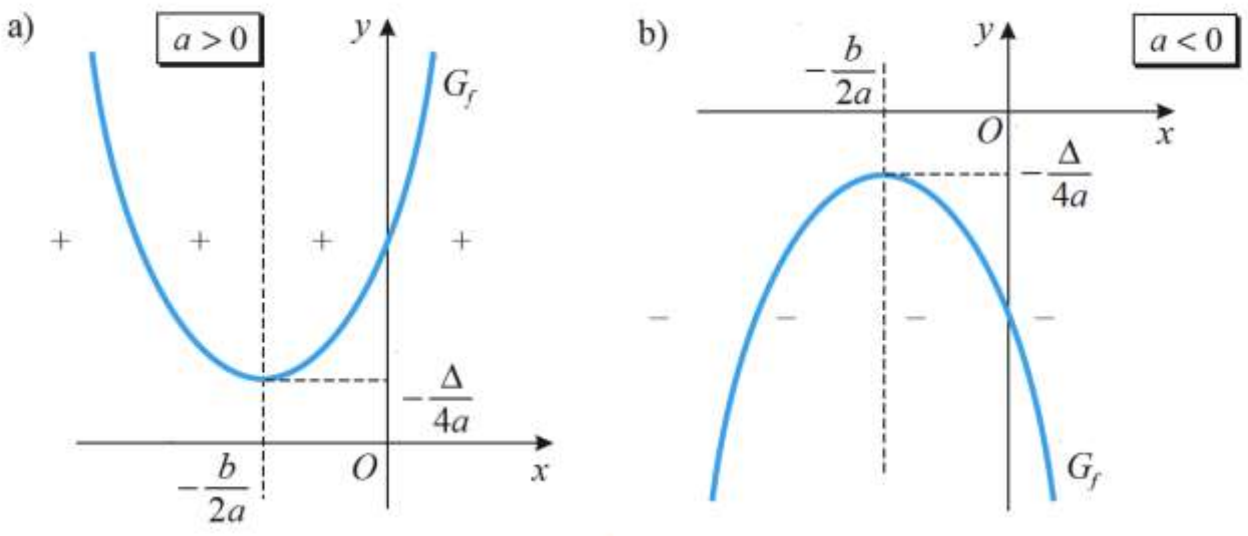

Figura 1.

<u>II caz: Δ= 0</u>

Li se propune elevilor să determine semnul valorilor $f(x)$ când $\Delta = 0$.

În cazul de față, elevii vor identifica unica rădăcină a ecuației asociate acestei funcții $x = -\frac{b}{2a}$, atunci valoarea funcției va fi $f(x) = 0$.

Având demonstrația teoremei de mai sus, pentru orice $x \in \mathbb{R}, x \neq -\frac{b}{2a}$ și $\Delta = 0$, se obține:

$$f(x) = a\left[(x+\frac{b}{2a})^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right] = a(x+\frac{b}{2a})^2$$

Deci, și în acest caz, conchidem că semnul funcției depinde doar de coeficientul a.

Elevii formulează, **independent**, și cea de-a doua teoremă: ***Dacă*** $\Delta < \mathbf{0}$, ***atunci semnul valorilor funcției f coincide cu semnul numărului a, pentru orice x*** $\in \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$.

Cele expuse exprimă următoarele interpretări geometrice: graficul funcției (parabola) se intersectează cu axa Ox într-un singur punct $x = -\frac{b}{2a}$ și ramurile sunt orientate în sus, dacă $a > 0$; respectiv, orientate în jos, dacă $a < 0$ [1] (figura *2 (a, b)):*

$\Delta = 0$

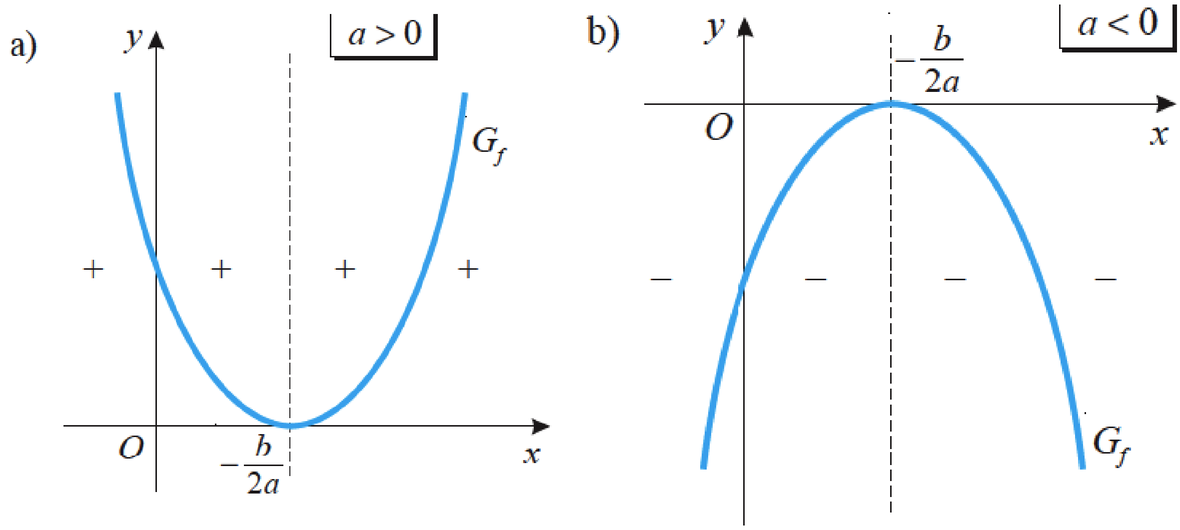

Figura 2.

<u>**III caz: $\Delta > 0$**</u>

În acest caz, mai întâi se propune elevilor să descompună expresia algebrică asociată funcției:

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad (2),$$

(cu condiția că $x = x_1$și $x = x_2$, rădăcinile ecuației asociate funcției de gradul doi). Obținem că $f(x) = 0$, când $x = x_1$și $x = x_2$, $x_1 \neq x_2$.

Vom considera că $\boldsymbol{x_1} < \boldsymbol{x_2}$, utilizând metoda euristică, elevii determină următoarele cazuri:

1. Vom analiza semnul valorii funcției în afara intervalului (x_1, x_2)*, astfel încât* $x < x_1$ *și* $x > x_2$.

1.1 Dacă $x < x_1$, atunci $x < x_2$, obținem că $x - x_1 < 0$ și $x - x_2 < 0$, și produsul $(x - x_1)(x - x_2)$ va fi pozitiv. Conchidem că *pentru orice* $x \in (-\infty; x_1)$, *valorile funcției va f va coincide cu semnul numărului a.*

1.2 Dacă $x > x_2$, atunci $x > x_1$, obținem că $x - x_2 > 0$ și $x - x_1 > 0$, și produsul $(x - x_1)(x - x_2)$ va fi pozitiv. Conchidem că *pentru orice* $x \in (x_2; +\infty)$, *valorile funcției va f va coincide cu semnul numărului a.*

2. Rămâne să analizăm cazul când x se află între rădăcini: $x > x_1$ *și* $x < x_2$. Obținem $x - x_1 > 0$ și $x - x_2 < 0$, atunci produsul $(x - x_1)(x - x_2)$ va lua valoarea negativă, deci *pentru orice* $x \in (x_1; x_2)$, *valorile funcției va f va coincide cu opusul semnului lui a.*

Demonstrația teoremei exprimă următoarea interpretare geometrică:

Dacă $\Delta > \boldsymbol{0}$, ***atunci*** $\boldsymbol{f(x) = 0}$ ***în două puncte distincte*** $\boldsymbol{x = x_1}$ ***și*** $\boldsymbol{x = x_2}$. ***Semnul valorilor funcției*** $\boldsymbol{f}$, ***cu zerourile*** $\boldsymbol{x_1 < x_2}$ ***coincide cu semnul numărului a, pentru orice*** $\boldsymbol{x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)}$ ***și este opus semnului lui a, pentru orice*** $\boldsymbol{x \in (x_1; x_2)}$.

Demonstrația acestei teoreme exprimă următorul sens geometric: graficul funcției (parabola) se intersectează cu axa Ox în două puncte: $x_1 < x_2$ și ramurile sunt orientate în sus când $a > 0$; respectiv, orientate în jos, când $a < 0$ [1] (*figura 3 (a, b)):*

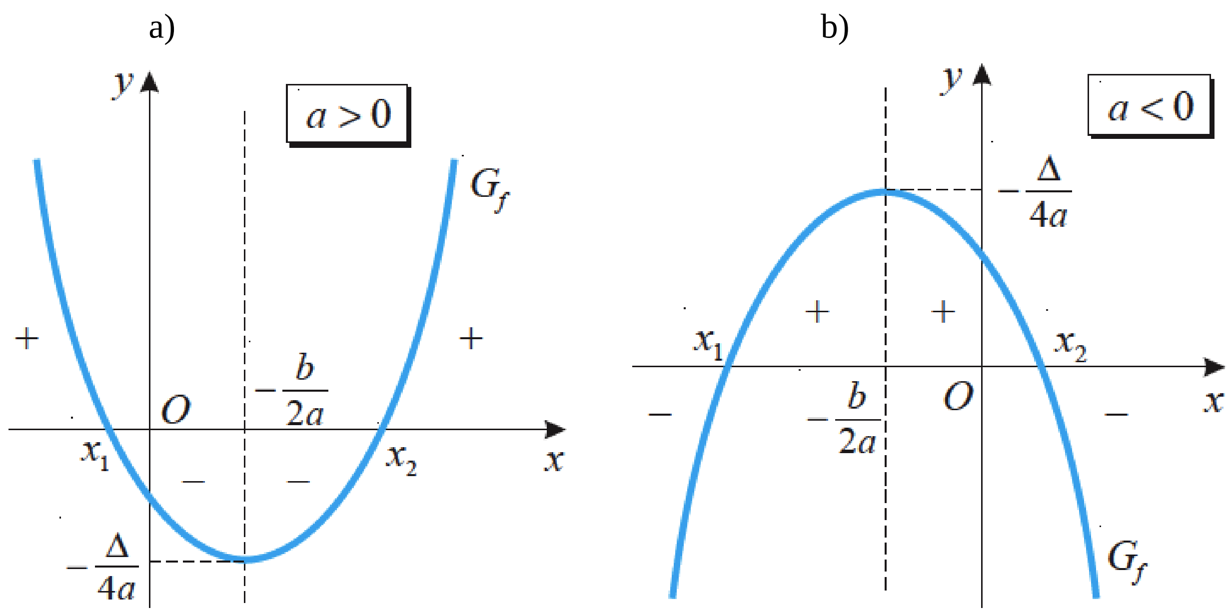

Figura 3.

Teoremele demonstrate mai sus vor fi aplicate la rezolvarea anumitor clase de probleme, cum ar fi: rezolvarea inecuațiilor de gradul doi; rezolvarea ecuațiilor de gradul doi cu parametru; studiul funcției de gradul trei (aplicații ale derivatelor); rezolvarea diverselor probleme din cotidian; diverse probleme de la concursurile de matematică.

Accentul se pune pe dezvoltarea competențelor orientate spre stăpânirea cunoștințelor fundamentale din anii precedenți și abilități de formare a noi algoritmi spre dezvoltarea gândirii algoritmice

Gândire algoritmică și înseamnă prezența de abilități și competențe de a aplica algoritmi la rezolvarea problemelor și de a conștientiza secvențe de algoritmi în demonstrarea unor teoreme.

Bibliografie

1. Achiri I., Braicov A., Șputenco O. Matematica. Manual pentru clasa a IX-a. Chișinău: Prut Internațional, 2016.
2. Cîrjan F. Didactica matematicii. București: Corint, 2007.