CZU: 372.851

DEZVOLTAREA CREATIVITĂȚII ELEVILOR PRIN SOLUȚIONAREA PROBLEMELOR SPECIFICE

Gabriela GHERMAN, inspector la matematică, IȘJ Vrancea, România
Ionel TĂTARU, CCD Vidra, România
Ion COJOCARU, dr., conf. univ., UST

Rezumat. În acest articol sunt expuse metode de a spori creativitatea și activismul elevilor în cadrul ocupațiilor matematice.
Cuvinte-cheie: creativitate, competența matematică, problemă, strategie.

Abstract. This article sets out ways to enhance students' creativity and activism in mathematics
Keywords: creativity, mathematical competence, problem, strategy.

Dacă elevul în instituția de învățământ nu a fost învățat singur,
în mod independent, nimic să creeze, atunci el, în viața sa,
tot timpul doar va imita, copia, deoarece puțini sunt astfel,
care, s-au învățat a copia, să fie și capabili de a realiza
o aplicare independentă a acestor cunoștințe.
Leo Tolstoi, scriitor rus

Calea de a spori creativitatea și activismul elevilor în cadrul ocupațiilor matematice, atât în cadrul orelor, precum și a activităților extra-curriculare, constă în formarea la aceștia competențe de aplicare a unor procedee euristice de cugetare cognitivă, caracteristice acestui obiect important, pentru fiecare personalitate intelectuală. Din punct de vedere a educației unei personalități creative, este important, ca în structura activităților de cugetare cognitivă a elevilor pe lângă competențele algoritmice, fixate prin reguli, formule și procedee de operare, să apară și procedee euristice. Posesia a unor astfel de tehnici didactice este necesară pentru o coordonare individuală creativă și critică, o activitate independentă în procesul de soluționare a problemelor specifice, precum și a educării, formării și dezvoltării unei creativități cercetătoare performante, aplicând cunoștințele achiziționate în cele mai noi, neobișnuite și non standard situații.

În studierea matematicii și întregul proces educațional problemele ocupă un loc deosebit, deoarece ele constituie obiectivul primordial, mijlocul de instruire și dezvoltare educațională matematică a elevilor. Performanța de a rezolva probleme este un indice de estimare a competențelor celor instruiți. Din aceste considerente, în conformitate cu problematica dezvoltării competențelor matematice ale elevilor, o importanță de prim plan revine didacticii de a aplica o metodologie cât mai performantă de învăța elevii de a rezolva probleme. Una din aceste încercări este cartea eminentului pedagog matematician D. Polya „*Cum de rezolvat o problemă*” în care pentru întâia oară apare un sistem de întrebări, orientate spre dezvoltarea la elevi a unor deprinderi euristice de a rezolva probleme. Anume în acest mod se vede izvorul nesecat de dezvoltare a inițiativei creative a elevilor prin așa numite procedee euristice. Euristica este concepută, ca o metodă/strategie de studiu, precum și de cercetare, bazată pe descoperirea de fapte noi – o artă de a duce o dispută cu scopul de a descoperi adevărul. Este o tehnologie didactică performantă care servește la descoperirea unor cunoștințe noi. Ea se aplică, de obicei, în domeniul educațional-instructiv prin metode de descoperire și de invenție. Euristica modernă tinde de a distinge procesul soluționării problemelor, anume a acelor operații de cugetare, care în mod predominant se adeveresc a fi utile în acest proces. Datele sale forte, ea le împrumută din cele mai variate surse, nici unul dintre care nu trebuie de ignorat. La o studiere cât mai serioasă și profundă a euristicii trebuie de ținut cont de fundalul ei atât logic, precum și psihologic, utilizând raționamentele și cugetările a astfel de matematicieni renumiți și cunoscuți, ca: Paap, Descartes, Pascal, Leibnitz, Boltzano ș.a., cu referire la întrebarea pusă în discuție, și totodată, desigur, nu trebuie de ignorat experiența personală liberă de oricare superstiții. Euristica trebuie să fie bazată precum pe baza experienței personale de soluționare a problemelor, așa și pe observațiile sau urmăririle după modalitatea, cum alții soluționează problemele. Studiind euristica nu trebuie de ignorat nici un tip de probleme; trebuie de depistat și de descoperit esența generală a aceea, ce se află în tratarea celor mai diverse probleme, trebuie să tindem de a descoperi acel general, care se află în soluționarea oricărei probleme, indiferent de conținutul pe care-l are. Studierea euristicii are scopuri „*practice*". Ce este esențial pentru mișcarea înainte și atingerea performanțelor în procesul de soluționare a problemelor? Încercând a ne da osârdia de a soluționa o problemă, pe rând cercetăm cele mai diverse ale ei aspecte, deoarece în cercetarea euristică este foarte important de a reface cât mai diversificat conținutul problemei puse în discuție. Mai întâi de toate trebuie de determinat, în ce sens se poate de prețuit calitatea soluționării problemei. Într-adevăr, pare nu prea corect o astfel de întrebare: „*Care rezolvare a problemei date este mai bună*?", dacă întrebarea a fost pusă fără careva lămuriri preventive sau condiții. Sar pute da un astfel de răspuns, că din două rezolvări este mai bună acea, care a fost realizată cât mai rațional. Dar variante pot fi și altele. Cerințele didacticii moderne de a distinge cea mai naturală și rațională soluționare a problemei orientează doar spre latura logică a cugetării, dar nu are nici o tangență cu acele procese psihice, care însoțesc și ghidează mersul procesului de soluționare. Dar, printre altele, însuși faptul că elevul a rezolvat problema încă destul de puțin ne vorbește despre nivelul capacităților și competențelor lui matematice, cu atât mai mult despre partea lor calitativă. Competențele matematice se profilează în însăți abordarea ideii, în caracterul de a atrage la moment cunoștințele și a le aplica, în posibilitatea și specificul de a folosi procedee de cugetare, în particularitățile intuiției și conjecturii. Din aceste considerente, după părerea noastră, mult mai corect ar fi o estimate care va lua în calcul trei factori: fundamentele cunoștințelor matematice ale elevului (*volumul cunoștințelor, nivelul pregătirii, perspectiva matematică*), mersul soluționării (*ingeniozitatea, procedeele creative, competențele*), rezultatul (*structura logică, simplitatea,* *naturalețea, originalitatea rezolvării*). O estimare „*complexă*" mult mai complet și corect ar reflecta realitatea lucrurilor.

Pentru ilustrare vom cerceta câteva variante de soluționare a unei probleme cu estimarea calității lor în corespundere cu cugetările propuse:

Problemă: *Un sportiv înoată împotriva cursului apei râului. Lângă podul A el a pierdut pălăria. Înotând încă 20 min. împotriva cursului apei, el a depistat pierderea și s-a întors s-o recupereze; a ajuns din urmă pălăria în drept cu podul B. Determinați viteza cursului apei râului, dacă distanța dintre poduri este egală cu 2 km.*

Vom încerca a soluționa problema dată prin mai multe strategii didactice.

1. ***Încercarea de a aplica analiza clasică.*** Este un procedeu de cugetare de la necunoscute către date. Vom indica doar schema de cercetare. Notările: v – *viteza de deplasare a pălăriei (viteza cursului apei); s și t –în mod corespunzător distanța și timpul;* v_1 *- viteza de deplasare a sportivului contra cursului apei;* s_1 *și* t_1 *- în mod corespunzător distanța parcursă și timpul în această deplasare;* v_2 *- viteza de deplasare a sportivului după cursul apei;* s_2 *și* t_2 *- în mod corespunzător distanța parcursă și timpul în această deplasare după cursul apei.*

Încercarea de a aplica acest procedeu nu ne-a dat mare folos. În cazul dat analiza, construită doar în temeiul relațiilor: $s = v \times t$ și $v = \frac{v_2 - v_1}{2}$ nu ne poate ajuta de a evidenția legătura logică neclară dintre t_1 și t_2 *(dacă* $t_1 = t_2$*)*, care poate fi veriga cea mai importantă în procesul de soluționare a problemei. Formal, analiza realizată ne-a atras în cursa insuccesului. Această încercare confirmă o tratare necreativă de a soluționa problema dată.

2. ***Analiza cu folosirea unei scheme*** *(analiza tabelară)*.

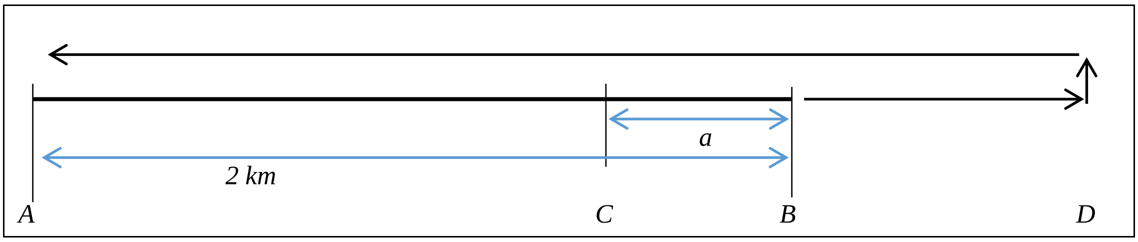
	Deplasarea pălăriei	*Deplasarea sportivului*	
		Împotriva cursului apei	*După cursul apei*
Drumul	*2 km*	$\frac{v_1 - v}{3}$	$\frac{(6-v)(v_1+v)}{3v}$
Viteza	v	-	$v_1 + v$
Timpul	$\frac{2}{v}$	$\frac{1}{3}h$	$\frac{2}{v} - \frac{1}{3}$

Este dat: v *– viteza cursului apei;* v_1 *– viteza de deplasare a sportivului în apă stătătoare.* $2 + \frac{v_1 - v}{3} = \frac{(6-v)(v_1+v)}{3v}$; de unde avem: $6v + v \times v_1 - v^2 = 6v_1 + 6v + v \times v_1 - v^2$; $2v \times v_1 = 6v_1$, $v = 3$ *(km/h).* În acest caz se poate vorbi doar despre o însușire a unui procedeu de aplicare a formulelor, dar nu poate fi vorba despre o tratare creativă a unui proces de soluționare.

3. ***Aplicarea aparatului algebric*** *(o încercare de a alcătui un sistem de ecuații)*. Notările să fie aceleași ca și în primul caz: $2 + s_1 = s_2$; $t = \frac{1}{3} + t_2$; $v = \frac{v_2 - v_1}{2}$; $2 = v \times t$; s

$_1 = \frac{1}{3}v_1; s_2 = v_2 \times t_2$. Elevul poate fi într-o stare confuză, deoarece nu corespund numărul necunoscutelor cu numărul ecuațiilor obținute: sunt șapte necunoscute, dar ecuații doar șase. Un asemenea sistem de ecuații este nedeterminat – nu poate fi rezolvat la concret. Totuși se poare obține soluția *v = 3.* Cel care a obținut soluția posedă competențe algoritmice de soluționare. Ceilalți pot avea motivul de a studia cât mai profund teoria ecuațiilor.

4. ***Rezolvare cu repere pe imagini geometrice***. Pe parcursul celor *1/3 h*, care sportivul a înotat împotriva cursului apei (*din punctul B spre punctul D*), cursul apei l-a dus pe un segment oarecare *a*. Rezultă, că în apă stătătoare sportivul a fi parcurs timp de *1/3 h* distanța egală cu *a + BD,*



adică o distanță comparabilă cu lungime segmentului *CD.* Nu se cunoaște, cât timp sportivul a înotat de la punctul *D* până la punctul *A* (*după cursul apei*), însă pe parcursul acestui timp pălăria a fost deplasată din punctul *C* în punctul *A*. Prin urmare, și pe sportiv cursul apei l-a dus pe o distanță egală cu lungimea unui asemenea segment *CA,* iar în apă stătătoare sportivul ar fi parcurs o distanță asemenea cu lungimea segmentului *DC.* În acest mod, se obține: pe de o parte, timpul de deplasare a sportivului împotriva cursului apei râului pe lungimea segmentului *BD* este egal cu timpul de deplasare a sportivului în apă stătătoare echivalentă cu lungimea segmentului *CD,* iar pe de altă parte – timpul de deplasare împotriva cursului apei pe lungimea segmentului *DA* este egal cu timpul de deplasare a lui în apă stătătoare pe lungimea segmentului *DC.* Prin urmare, și la deplasarea sportivului pe cale întoarsă – de la *D* la *A* sportivului ia trebuit tot *1/3 h.* Din aceste raționamente, rezultă: *2 km:(1/3 + 1/3)h = 3 km/h*. Rezolvarea problemei cu repere pe imagini geometrice (*schiță*) vorbește despre un nivel anumit de imaginații cu reprezentări geometrice.

5. ***Folosirea conjecturii/presupunerii***. Când sportivul înota împotriva cursului apei râului, atunci el pierdea din viteza sa de deplasare, iar după cursul apei – avea spor la viteza de deplasare. Printre altele aceste schimbări în viteza de deplasare sunt egale (*după valoarea lor*). Se poate pune o întrebare presupusă: „*Oare nu sunt egale, în asemenea caz, timpurile de deplasare a sportivului împotriva cursului apei și după cursul apei?!”* Ne fiind sigur în presupunerea sa elevul apelează la aparatul algebric: încearcă de a demonstra presupunerea sa, rezolvând problema sub formă generală. Acceptăm *v* – viteza de deplasare a sportivului în apă stătătoare; v_1 – viteza cursului apei; *t* – timpul deplasării sportivului împotriva cursului apei; t_1 – timpul deplasării sportivului după cursul apei. $|AB| = S; |BC| = S_1; |AC| = S_2$. $S_2 = S$ +â $S_1; (v + v_1) \times t_1 = v_1 \times (t + t_1) + (v - v_1) \times t$. $vt_1 + v_1t_1 = v_1t + v_1t_1 + vt - v_1t$ de unde avem: $vt_1 = vt$ sau $t_1 = t$.

6. ***Folosirea creativității specifice***. Se cercetează situația din „*punctul de vedere al pălăriei*”. Convenim, că nu pălăria, dusă de cursul apei, plutește de la primul pod spre al doilea, ci cel de-al doilea pod plutește cu viteza cursului apei în direcția pălăriei, care se află în poziție de repaus sub primul pod (*adică în apă stătătoare*). De la aceasta nici o modificare nu se primește. Dar ce se va întâmpla cu sportivul? Sportivul, desigur, va înota virtual în apă stătătoare într-o direcție *20* min. și în cea opusă primei la fel – *20* min. Deplasându-se *40* min., sportivul se întoarce la locul precedent și, prin urmare găsește pălăria. În același moment, parcurgând *2* km, către sportiv și pălărie primul pod, „*vine*” și cel de-al doilea pod (*în legendă se vorbește că sportivul ajunge pălăria sa sub cel de-al doilea pod*). Rezultă, că „*cel de-al doilea pod s-a deplasat”* cu viteza de *2 km:2/3 h = 3 km/h*. Aceasta și este viteza cursului apei. Viteza de deplasare a sportivului, după cum se vede nu joacă nici un rol esențial. În cazul dat este atestat deja o tratare creativă în procesul de soluționare. Capacitatea de generalizare și posedarea aplicării procedeelor algebrice necesare de demonstrare au fost absolut la locul lor și au ajutat elevul în fundamentarea corectitudinii presupunerii sale. Este un moment surprinzător de rezolvare a problemei în cauză. Aceasta vorbește despre o tratare originală a procesului de soluționare, o modalitate de cugetare specifică-creativă și o antrenare extinsă în procesul de soluționare a problemelor de logică.

Dacă tratăm estimarea nivelului calității rezolvării problemelor din punct de vedere al didacticii matematicii luând în considerație părțile slabe și cele forte ale cugetării matematice ale elevilor și prognozarea dezvoltării competențelor, putem recomanda următoarele criterii și rate de evaluare a procesului de soluționare: *șablon/tipic, logic, elegant, ingenios* și *creativ.*

Rezolvarea șablon – cea mai joasă treaptă în ierarhia calității de comparare. Ea poate fi comparată cu aplicarea celor mai răspândite și des folosite în practica școlară a procedeelor și metodelor didactice fără a afișa o cugetare și inițiativă independentă în căutarea unui proces cât mai rațional de soluționare. Ca exemplu de o tratare șablon pot fi soluțiile punctului *2* și *3* din cele discutate. Estimarea lor nu depășește *2* puncte din *10* posibile.

Rezolvarea logică cere o exprimare a calităților de cugetare logică: ordonare în gândire, o succesiune logică în cugetările și acțiunile corespunzătoare, motivarea fundamentată a concluziilor, dar, tot odată și lipsa de inițiativă creativă, de competențe pregnant-strălucitoare. Latura logică a procesului de cugetare mai strălucit se reflectă în soluționarea problemelor aritmetice, geometrice și de logică. În exemplele date mai sus, poate fi menționată varianta *4*. Estimarea ei poate fi cu *3-5* puncte, în raport de evaluarea calității raționale de cugetare: precizia formulărilor, claritatea și concizia expunerii.

Rezolvarea elegantă se caracterizează prin mare simplitate, naturalețe finețe și o armonie logică în procesul de cugetare. Exemplu, punctul *5*. Estimarea *5-6* puncte.

Rezolvarea ingenioasă se caracterizează printr-o tratare specifică, bazată pe o analogie foarte îndepărtată, o aplicare neordinară a tehnologiilor didactice cunoscute, transformarea legendei din enunțul problemei etc. Este cazul cu deplasarea podului. Exemplu, punctul *6*. Estimarea *6-8* puncte.

Rezolvarea creativă este legată de o manifestare strălucită a competențelor matematice de anumit fel de cugetare logică, în baza căror se evidențiază cunoștințe profunde din domeniul dat. La acest proces rezolvitorul aplică cele mai cunoscute tehnologii didactice cu scopul de a motiva presupunerea înaintată sau a demonstra justețea ipotezei construite. Tratarea creativă este o împletire specifică a competențelor matematice și a procesului logic de cugetare, care, în final, conduc la o căutare independentă (o „*descoperire individuală*” a rezolvitorului) a unui procedeu de soluționare a problemei. Ca exemplu de creativitate poate servi punctul *5*, parțial, punctul *6*. Estimarea: *8-10* (poate și mai multe) puncte.

Rezolvările, nefinalizate, se estimează în raport de pașii logici executați, prin intermediul cărora se poate vedea exprimarea calității gândirii în raport cu criteriile acceptate în raport de caracterul celor nerealizate.

După cum arată practica, estimarea calității procesului de soluționare a problemelor din punctul de vedere a acestor trei factori: cunoștințe, abilități, logică – dau un tablou destul de complet – o caracteristică deplină a competențelor matematice ale elevilor și a potențialului posibilităților lor creative. Ceva mai separat, chiar izolat, de problemele obișnuite de antrenare și învățare, care se rezolvă prin tehnologiile, strategiile sau metodele didactice cunoscute, sunt clasate, așa numitele probleme specifice ce se soluționează prin procedee creative. Problema soluționată creativ se poate determina prin raportarea obiectului și a subiectului. În acest mod, una și aceeași problemă poate să fie cu soluționare creativă și poate fi – cu necreativă în raport de faptul cum posedă sau nu posedă elevul în cazul dat procedeul de soluționare a ei, ce conturează și se formează în rezultatul rezolvării ei. O astfel de problemă nu poate fi rezolvată prin intermediul unei consecințe logice care ar urma din premisele-cunoștințe, deoarece pentru a obține o urmare de totalizare, o inferență, aceste cunoștințe nu sunt suficiente, ele trebuie formate. Calea de soluționare a oricărei probleme este un proces creativ, care depinde de nivelul cunoștințelor achiziționate a celui care rezolvă, de capacitățile cognitive și volitive, de competențele lui și de practica în planul soluționării problemelor. Doar cel care a rezolvat câte mai multe probleme poate avea o experiență de soluționare a lor. Aceste calități ale personalității creative pot fi achiziționate doar în rezultatul unei munci asidue. Procesul de soluționare a problemelor este o muncă intelectuală care cere de la cel care rezolvă perseverență, cunoștințe și răbdare.

Bibliografie

1. Polya D. Cum de rezolvat o problemă. Chișinău: Lumina, 1972. 164 p.
2. Фридман Л.М., Турецкий Е.Н. Как научиться решать задачи. Москва: Просвещение, 1989. 192 стр.