SECVENȚE DIN ISTORIA ECUAȚIILOR ALGEBRICE

Daniela PASCARU, masterandă UST, profesoară de matematică
IPLT „Petru Rareș”, Chișinău

Rezumat. În articol este descrisă evoluția istoriei ecuațiilor algebrice din cele mai străvechi timpuri până în secolul XX. Sunt utilizate metodele de rezolvare a ecuațiilor algebrice de diverși savanți cu renume.

Cuvinte cheie: ecuație, metode, soluție, probleme, formule, savant.

SEQUENCES FROM THE HISTORY OF ALGEBRAIC EQUATIONS

Abstract. The following article describes the evolution of algebraic equation's history since ancient times until the 20th century. There are used different methods of solving algebraic equations suggested by various famous scientists.

Keywords: equation, methods, solutions, tasks, formulas, scientist.

Matematica a pătruns ca aerul în toate formele vieţii noastre, în conversaţiile noastre. Toate obiectele care ne atrag atenţia îşi exprimă fiinţa sau frumuseţea prin forme, volume, proporţii. De la problemele practice cu primele calcule inventate de omul primitiv, printr-o dezvoltare progresivă s-a ajuns la formularea şi rezolvarea unor probleme de natură abstractă, teoretică, matematica devenind, după cum spunea Gauss, regina ştiinţelor.

Se consideră că matematica a apărut în: Grecia în secolele VI-V î.Hr. Având o dezvoltare intensă timp de 300 de ani, finalizându-se în operele lui Euclid (sec III î.Hr), Arhimede (287-212 î.Hr) și Apollonios din Perga(262-180 î.Hr). Se poate presupune că asupra matematicii grecești a influențat știința civilizațiilor antice din Egipt și Babilon [2].

Despre matematica din Egiptul Antic putem judeca după textele din papirusul Rainda î.Hr. Papirusurile egiptene, care datează din antichitate, conţin un număr de 110 probleme de matematică, printre ele fiind şi unele care conduceau la ecuaţii de gradul I.

În antichitate, ecuaţiile algebrice nu constituiau un domeniu demn de atenţia învăţaţilor vremii. Ecuaţiile apăreau în schimb în diverse probleme de geometrie, mecanică, astronomie. Babilonienii acordau o atenţie mai mare ecuaţiilor. Ei rezolvau probleme cu ajutorul ecuațiilor de gradul doi și unele probleme care se reduceau la ecuații de gradul trei. Una din problemele babiloniene conduce la rezolvarea ecuatiei: $x + \frac{1}{x} = a$.

Este important să subliniem faptul că aceste probleme erau formulate în cuvinte şi că de cele mai multe ori, rezultatele erau date fără explicaţii. Istoricii de mai târziu au încercat să reconstituie modul de gândire şi să redea într-o formă cunoscută nouă soluţiile date problemelor respective. Babilonienii s-au mai întâlnit şi cu probleme care conduceau la ecuaţii de grad mai mare, ca de exemplu x3 + x2 = a. Pentru a suplini lipsa unei formule, ei alcătuiau tabele cu ajutorul cărora aproximau pe x [6]. În acele timpuri, un rol deosebit în dezvoltarea matematicii l-au avut matematicienii şi filozofii Greciei antice. Ei au făcut o descoperire foarte importantă, şi anume descoperirea imposibilităţii de a exprima raportul a două segmente oarecare printr-un raport de numere întregi. Pentru a evita aceste cazuri neplăcute a luat fiinţă „algebra geometrică”. Aceasta furniza căile de rezolvare ale diferitelor ecuaţii liniare sau ecuaţii de gradul II cu o singură necunoscută. Problema ecuaţiilor rămânea totuşi foarte actuală: pe lângă limitele de cunoaştere, mai existau şi greutăţile create de lipsa unei simbolizări adecvate, lipsă care obliga formularea „verbală" a problemelor respective.

Matematica datorează lui Diofant din Alexandria (sec. III d. Hr.) prima încercare sistematică de folosire a unei notaţiii algebrice consecvente. În „Aritmetica" sa, el se consacra în mod deosebit studiului ecuaţiilor diofantice, adică a ecuaţiilor nedefinite cu două necunoscute şi de diferite ordine [1].

În ceea ce priveşte ecuaţiile cu o singură necunoscută, Diofant considera ecuaţiile de gradul I şi II, şi numai o singură ecuaţie de gradul III, şi anume:

$$x3 + 3x -3x2 - 4 = x2 + 2x \text{ [1].}$$

În îndepărtata Chină, matematicienii s-au ocupat în mod preferenţial de rezolvarea ecuaţiilor algebrice. Matematicienii chinezi inventează şi perfecţionează o metodă rapidă de extragere a rădăcinilor de diferire ordine, metodă pe care au aplicat-o intensiv la rezolvarea ecuaţiilor. Ei aduc contribuţii însemnate în acest domeniu, deşi ei n-au căutat formule generale pentru ecuaţiile de ordin superior. Metodele lor de calcul erau suficient de bune în cazul ecuaţiilor „incomode" şi, spre deosebire de metodele „prin radicali", ele se puteau aplica la ecuaţii de orice ordin.

Trebuie de spus că matematicienii chinezi rezolvau curent ecuații de gradul întâi și doi, precum și ecuații binome de gradul trei și reușiseră să inventeze substituțiile pe care azi le cunoaștem sub numele de Horner, și anume $x = ky$, $y = p + z$, cu ajutorul cărora se transformă în mod convenabil ecuațiile de ordin superior.

Orientul a jucat un rol însemnat în dezvoltarea matematicii. În afară de contribuţia învăţaţilor arabi, persanii, uzbecii , în acest domeniu, au avut o misiune istorică, pentru că au păstrat şi transmis mai departe în timp, cuceririle ştiinţifice ale lumii antice [6].

Rolul matematicienilor din țările arabe în dezvoltarea algebrei a fost deosebit. Însăși termenul de algebră provine din limba arabă. Muhamed al-Horezmi (784-850) unul din învățații privilegiați din Academia lui al-Mamun, a scris o lucrare intitulată „Carte scurtă despre calculul al-djabr şi al-mukabala", în care apare pentru prima oară cuvântul algebră , a făcut o clasificare a ecuaţiilor şi le-a rezolvat, folosind cele două operaţii, *al-djabr* (trecerea termenilor cu semn schimbat dintr-un membru în altul) şi *al- mukabala* (reducerea termenilor asemenea), operaţii fundamentale pe atunci în rezolvarea ecuaţiei de gradul întâi şi doi.

Omar Khayyam (1048-1131), probabil cea mai strălucită minte a lumii orientului din acele vremuri, întrebuința în mod curent denumirea „al-djabr" pentru întreaga disciplină a ecuaţiilor. El a elaborat o adevărată teorie despre ecuaţiile de gradul III şi face pentru prima dată aluzia că ecuaţiile de gradul III nu se pot rezolva în general cu ajutorul riglei şi compasului. Abia în 1637, René Descartes reafirmă din nou această idee, pe care după două secole mai târziu, tot un matematician francez, P.L. Vantzel, reuşeşte să o demonstreze în mod riguros. În afară de aceasta, Khayyam îşi pune problema rezolvării ecuaţiei de gradul trei în mod asemănător ecuaţiei de gradul doi (deci prin radicali), dar nu reuşeşte acest lucru. El însă realizează o clasificare a ecuaţiilor, construcţia geometrică a rădăcinilor şi determinarea numărului şi a limitelor soluţiilor pozitive. Iată un exemplu de ecuaţie de gradul III, rezolvată de Khayyam cu ajutorul metodelor geometrice: x3+ p2x = p2q. El se foloseşte de cercul $x^2 + y^2 = qx$ și de parabola $x^2 = py$ pe care le scrise sub forma $\frac{p}{x} = \frac{x}{y}$ și $\frac{x}{y} = \frac{y}{y-x}$ de unde $\frac{p^2}{x^2} = \frac{x}{q-x}$ sau $p^2(q-x) = x^3 <=> x^3 + p^2x = p^2q$ .Punctul de intersecție a celor două curbe este soluția pozitivă a ecuației.

Indușii Ariabhata (476-550), Bhascara(1114-1178), Magavir (sec. IX) [3] examinau probleme rezolvabile cu ajutorul ecuațiilor și sistemelor de ecuații liniare, a ecuațiilor pătrate, bipătrate și de gradul trei. Aceste probleme aveau un conținut concret.

Exemplu 1. Un cetățean are 300 de monede și 6 cai , celălalt – 10 cai. Toți caii aveau unul și același preț. Dacă al doilea cetățean ar pierde 100 de monede, atunci ambii ar fi deopotrivă bogați. Cât costă un cal? [1].

Problema se rezolvă prin ecuația $6x + 300x = 10x - 100$, unde $x = 100$.

Răspuns: Calul costă 100 de monede.

Exemplu 2. *Problema lui Magavir.* Regele a luat $\frac{1}{6}$ din fructele mango, regina - $\frac{1}{5}$ din rest , trei prinți au luat respectiv $\frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}$ (din fiecare rest), iar cel mai mic copil a luat ultimele 3 fructe . Cîte fructe au fost?

Rezolvare: Rezolvarea acestei probleme se reduce la o ecuație de forma:

$$x - a_1x - a_2(x - a_1x) - a_3[x - a_2(x - a_1x)] - \cdots = b$$

care are soluția $x = \frac{b}{(1-a_1)(1-a_2)(1-a_3)\ldots(1-a_n)}$, unde $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sunt părțile luate , iar b reprezintă cantitatea rămasă. Deci, $x = \frac{3}{\frac{5}{6}*\frac{4}{5}*\frac{3}{4}*\frac{2}{3}*\frac{1}{2}}$ =18.

Răspuns: În total au fost 18 fructe mango.

Printre probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor de gradul doi le întâlnim la Ariabhata. Aceste probleme se referă la procentele compuse și la calcularea numărului termenilor unei progresii aritmetice, cunoscând suma, primul termen și rația progresiei. Cu așa probleme începe compartimentul despre ecuații de gradul doi din manualul „Algebră", autor Clairaut Alexis Cladie (1713-1765).

Brahmagupta (598-660) propune următoarea formulă de rezolvare a ecuației de gradul doi $ax^2 + bx = c$, unde $a > 0$, $x = \frac{\sqrt{ac + \left(\frac{b}{2}\right)^2} - \frac{b}{2}}{a}$.

Exemplu 3. $\frac{1}{4}$ din turma de cămile se află în pădure, 15 cămile – pe malul râului, celelalte cămile – dublă rădăcină pătrată a numărului total – pe panta unei coline. Câte cămile sunt în turmă?

Rezolvare: Din fabula problemei obținem ecuația $\frac{x}{2} + 2\sqrt{x} + 15 = x$, de unde x= 36.

Această ecuație poate fi considerată un caz particular al ecuației $\left(1-\frac{a}{b}\right)x - c\sqrt{x} = p$, pe care Magavir a rezolvat-o verbal. Analitic această rezolvare se scrie astfel:

$$x = \frac{\frac{c}{2}}{1-\frac{a}{b}} + \sqrt{\left(\frac{\frac{c}{2}}{1-\frac{a}{b}}\right)^2 + \frac{p}{1-\frac{a}{b}}}.$$

Bhascara expune o secvență în lucrările lui Sriddnara (sec. IX-X), care conține un procedeu de rezolvare a ecuațiilor de gradul doi, forma completă. Ambii membrii ai ecuației se înmulțesc cu coeficientul împătrit al pătratului necunoscutei, apoi se adună cu pătratul necunoscutei(în ecuația inițială) la puterea întâi și, în sfârșit se află rădăcina pătrată [6].

În terminologia actuală acest procedeu arată astfel: Înmulțim ambii membri ai ecuației $ax^2 + bx + c = 0$ cu $4a$ și-i adunăm cu b^2. Prin urmare $ax^2 + bx + c = 0$ $\Leftrightarrow 4a^2x^2 + 4abx + b^2 + 4ac = b^2$. Obținem: $4a^2x^2 + 4abx + b^2 + 4ac = (2ax + b)^2 + 4ac$.

Sau $(2ax + b)^2 + 4acb^2 \Leftrightarrow$ $(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac \Leftrightarrow 2ax + b = \pm\sqrt{b^2 - 4ac} \Leftrightarrow$ $x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.

Sriddhara nu tălmăcea prezența a două semne în fața radicalului, însă la rezolvarea problemelor concrete consideră unul sau celălalt semn în funcție de condițiile problemei. Bhascara a studiat și ecuațiile de grad superior, aplicând la rezolvarea lor procedee artificiale.

Exemplu 4. Numește un număr care, înmulțit cu 12 și majorat cu cubul lui, este egal cu suma pătratului acestui număr înmulțit cu 6 și 35 [5].

Rezolvare: Din condiția problemei obținem ecuația $x^3 + 12x = 6x^2 + 35$. Dacă la ambii membri adunăm -8 și-l trecem pe $6x^2$ în membrul stâng, atunci obținem:

$$\mathrm{x}^3 + 12\mathrm{x} - 8 = 6\mathrm{x}^2 + 35 - 8 \iff (\mathrm{x} - 3)^3 = 27, \text{ de unde x=5.}$$

Matematicianul persan Omar Haiam (1048-1131), definind algebra ca știință despre dezvoltarea ecuațiilor a evidențiat 14 forme ale ecuațiilor de gradul trei [1]:

$$x^3 = qr\; x^3 + px^2 = r; \Rightarrow x^3 + r = q\; x^3 + r = px^2;$$
$$x^3 + qx = r\;\; x^3 = px^2 + r; \Rightarrow x^3 = r + qx\; x^3 = px^2 + qx + r;$$
$$x^3 + qx + r = px^2\; x^3 + px^2 + r = qx; \Rightarrow x^3 + px^2 + qx = r\; x^3 + px^2 = qx + r;$$
$$x^3 + qx = px^2 + r\; x^3 + r = px^2 + qx.$$

Începând cu secolul al XII-lea, a crescut interesul europenilor pentru găsirea unor metode generale de rezolvare a ecuaţiilor algebrice.

Matematicianul italian Leonardo Fibonacci (1178-1240) a fost primul care a încercat să demonstreze că ecuația de gradul trei $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$ nu poate fi rezolvată în radicali. Fibonaci în lucrarea sa "Liber Abaci" expune aritmetica și algebra ecuațiilor de gradul întâi și doi la un nivel de rigurozitate și completitudine neîntâlnit până atunci. Problemele lui Fibonaci și metodele sale de rezolvare s-au extins în secolele XV-XVI în multe cărți scrise în diverse limbi [2].

În epoca Renașterii (sec XV-XVI) a avut loc un avânt creator fără precedent. Secolul al XVI-lea a fost marcat printr-o descoperire grandioasă în algebră – rezolvarea în formă generală a ecuațiilor de gradul trei și patru.

În anul 1505 Scipione del Ferro (1456-1526), profesor la Universitatea din Bologna, reuşeşte să găsească regula generală de rezolvare algebrică a ecuaţiei $x^3 + px = q$. Însă el nu divulgă metoda. Numai doi oameni au avut acces la secretul său: ginerele şi succesorul său la catedra de matematici Annibale de la Nave şi un elev de-al său, Antonio Maria del Fior. Ultimul reţine descoperirea lui Scipione del Ferrro în aşteptarea unei ocazii care să o pună în valoare. În bătălia pentru soluţia generală, intră Niccolo Fontana zis Tartaglia (1500-1557), matematician extrem de talentat al epocii respective. În anul 1530, Zuanne de Tonini da Coi, de asemenea matematician al vremii, propune lumii matematice de atunci rezolvarea unor ecuaţii particulare de tipul: $x^3 + q = px^2, x^3 = px^2 + q\ , x^3 + px^2 = q$.

Tartaglia rezolvă în timp record aceste probleme și afirmă că a găsit și soluția generală. La auzul acestor afirmații, Anton Maria del Fior crede că a găsit momentul să își consacre Gloria prin formulele lui del Ferro. Ca urmare, în anul 1535 el îl provoacă Tartaglia la o mare dispute, trimițându-i spre rezolvare ecuații de tipul: $x^3 + q = px, x^3 = px + q\ , x^3 + px = q$ a căror rezolvare el o știa prin formulele lui Ferro. Dar surpriza fusese că Tartaglia rezolvă și aceste ecuații și-i trimite la rândul său lui Fior ecuații de tipul: $x^3 + q = px^2, x^3 = px^2 + q\ , x^3 + px^2 = q$, pe care însă Fior nu este capabil să le rezolve. Tartaglia afirmă acum că a găsit procedeul general de rezolvare a ecuațiilor de gradul trei [6].

În aceste momente, intră în scenă Girolamo Cardano (1501-1576), spirit enciclopedic și matematician geniu al epocii. În perioada disputelor publice dintre Tartaglia și Fior , Cardano lucra la un tratat imens de matematică numit ”Ars Magna”, care a apărut în 1545. În 1539 Cardano încearcă să-l convingă pe Tartaglia să-i comunice metoda de rezolvare pentru a o include în “Ars Magna”. Conform istoriei Tartaglia i-ar fi comunicat-o până la urmă lui Cardano , dar cu rugămintea de a nu o publica [1].

În 1543, însoțit de elevul său Ludovice Ferrari (1522-1561), Cardano sosește la Bologna pentru a examina manuscrisele lui Scipione del Ferro. Cei doi au aici o adevărată surpriză: constată că de fapt, del Ferro a fost primul care a reușit să dea metoda generală de rezolvare pentru ecuația $x^3 + px = q$.

În 1545 vede pentru prima data lumina tiparului în celebra carte “Ars Magna” a lui Cardano, metoda generală de rezolvare a ecuației de gradul trei. Cardano îi menționează pe toți înaintașii săi în acest domeniu. Și după cum spune istoricul sovietic al matematicii A.P. Iușkevici: ”Cardano, el însuși un matematician talentat , nu s-a mărginit la o reproducere a regulilor lui Tartaglia. El dat demonstrațiile acestora, a arătat cum se reduc ecuațiile cubice complete”. Cardano a examinat ecuațiile:

$$x^3 + 10x = 6x^2 + 4\ , x^3 + 21x = 9x^2 + 5\ , x^3 + 26x = 12x^2 + 5.$$

El a calculat pentru fiecare ecuație câte trei soluții:

$$\{2,2+\sqrt{2}\,;2-\sqrt{2}\},\{5,2+\sqrt{3};2-\sqrt{3}\},\{2,5+\sqrt{19}\,;5-\sqrt{19}\}.$$

Până la Cardano nimeni nu a reușit să afle trei soluții ale ecuației de gradul trei. Cardano a observat că suma soluțiilor este egală cu coeficientul termenului x^2. El opera și cu numere complexe, pe care le numea "pur negative" [1].

Rezolvarea ecuației complete de gradul IV are loc relativ cam în aceeași perioadă cu aceea a ecuației de gradul III.

Pentru prima dată rezolvarea unei ecuații de gradul IV a fost inventată de Ludovice Ferrari (15522-1565)-matematician italian, elevul lui Cardano. Ferrari a ajuns la soluția generală a ecuației de gradul IV în urma unei întreceri publice.

Conform lui Pietro Cossali (1748-1815), care a scris prin 1797 o istorie a algebrei, Giovanni Colla a propus lui Tartaglia o problemă ce conduce la următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} x+y+z=20 \\ \dfrac{x}{y}=\dfrac{y}{z} \\ xy=8 \end{cases}$$

Prin eliminarea lui y si z, Tartaglia obține ecuația de gradul IV, $x^4+8x^2+64=20x^3$.

Venind în contact cu disputa între Colla si Tartaglia, Cardano îl atrage pe Ferrari în rezolvarea problemei. Acesta o rezolvă în timp record, Cardano având timpul necesar include metoda în celebra „Ars Magna" (1545) [6].

Practic, Ferrari a considerat o ecuație de tipul: $x^4+nx^2+q=px,p,q,\in R$ pe care, după o serie de artificii convenabile, o aduce la o asa-numită rezolvantă de gradul III: $t^3+\left(3\sqrt{q}-\frac{1}{2}n\right)t^2+\left(2q-n\sqrt{q}\right)t-\frac{1}{8}p^2=0$.

Astfel calcularea necunoscutei t se reduce la rezolvarea ecuației de gradul trei.

Raffaello Bombelli (1526-1573) – matematician italian, în cartea sa "$L'Algebra$" a propus pentru prima dată cele mai simple reguli de efectuare a operațiilor cu mărimi complexe și le-a aplicat la cercetarea ecuațiilor ireductibile de gradul trei: $(\pm1)i=\pm i$; $(+i)(+i)=-1$; $(-i)(+i)=1$; $(-i)(-i)=-1$.

În 1572, Bombelli a demonstrat algebric existența soluțiilor de gradul doi. Utilizând metoda lui Ferrari, Bombelli a redus ecuația $x^4+8x^3+11=68x$ la ecuația $(x^2+4x-t)^2=(16-2t)x^2+(68-8t)x-(11-t^2)$. Din ecuația $147t=t^3+666$, Bombelli a obținut t= 6, iar pentru determinarea lui x a rezolvat ecuația $(x^2+4x-t)^2=(2x+5)^2$ [3].

Unul din fondatorii algebrei este considerat matematicianul francez Francois Viete (1540-1603). A introdus literele pentru a reprezenta mărimi , a efectuat operații cu expresii algebrice. În 1591 a stabilit dependența între coeficienții unei ecuații și rădăcinile ei. Pentru compunerea ecuațiilor Viete utiliza înmulțirea diferențelor dintre necunoscută și unele numere. Fie x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 + px + q = 0$. Atunci: $(x - x_1)(x - x_2) = x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2 = 0$. Prin urmare $p = -(x_1 + x_2)\,, q = x_1x_2$.

În mod analogic, pentru ecuația de gradul trei $x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3 = 0$, obținem: $a_1 = -(x_1 + x_2 + x_3)$; $a_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$; $a_3 = x_1x_2x_3$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluțiile acestei ecuații.

Relațiile dintre soluțiile și coeficienții ecuației de gradul doi era cunoscută și de Cardano. Viete a scris relațiile similare pentru ecuațiile algebrice de până la gradul cinci inclusiv.

Predecesorii lui Viete au expus doar unele reguli de rezolvare ale unor ecuații de gradul întâi, doi, trei și patru. Viete a expus complet rezolvările acestor ecuații. El a rezolvat ecuația de gradul 3: $x^3 + 3ax = 2b$. Fie $a = t^2 + xt \;=>\; x = \frac{a-t^2}{t}$. Înlocuind x în ecuație inițială, obținem: $\frac{(a-t^2)^3}{t^3} + \frac{3a(a-t^2)}{t} = 2b \;<=>\; (t^3)^2 + 2bt^3 - a^3 = 0$.

Rezolvând ultima ecuație, îl determinăm mai întâi pe t apoi pe x. Observăm că substituția $a = t^2 + xt$ reduce ecuația inițială la forma $(x + t)^3 - t^3 = 2b$, care împreună cu ecuația $(x + t^3)^3 = a^3$ ne permite să aplicăm metoda lui Tartaglia și del Ferro. Însă Viete a găsit o altă cale de rezolvare [1].

Exemplu 5. Să aflăm soluția reală a ecuației $x^3 + 24x = 56$ prin metoda lui Viete. $x^3 + 24x = 56 \;<=>\; x^3 + 3 \cdot 8 \cdot x = 2 \cdot 28 \;=>\; a = 8\,, b = 28$. Scriem ecuația în raport cu: $(t^3)^2 + 56t^3 - 8^3 = 0$, atunci obținem: $t^3 = -28 \pm \sqrt{28^2 + 8^3} = -28 \pm 36$, de unde $t_1 = \sqrt[3]{8} = 2\,, t_2 = \sqrt[3]{-64} = -4$. Astfel $x_1 = \frac{8-4}{2} = 2\,, x_2 = \frac{8-16}{-4} = 2\,, x_1 = x_2 = 2$.

Viete a sugerat ideea descompunerii polinoamelor în factori liniari, care ulterior a servit la descoperirea teoremei de bază a algebrei despre soluțiile ecuației de grad arbitrar.

Investigațiile lui Viete au fost continuate de generația ulterioară , îndeosebi de Thomas Hariot (1560-1621) – mathematician englez, Albert Girard (1595-1632) – mathematician olandez și Rene Descartes.

Hariot utiliza simbolul egalității “=”, introdus în 1557 de matematicianul Robert Recorde (1510-1558), și simbolurile “+” și “−” . El a introdus simbolurile “<” și “>”, iar toți termenii ecuației îi trecea în membrul sting egalând cu zero. Fiecare literă a unui monom o scria de atâtea ori cât indica exponentul ei. De exemplu ecuația $x^3 + 3bx^2 + 3b^2x = 2b^3$ o scria astfel: $xxx - 3bxx + 3bbx = 2bbb$. Atât Hariot, cât și Viete recunoșteau soluțiile negative ale ecuației , știau că ecuația compusă din *n* factori de anumit tip are *n* soluții, însă nu au formulat într-o formă explicită teorema de bază a algebrei.

René Descartes a perfecționat simbolica literară notând mărimile cunoscute cu literele a , b, c ,..., iar cele necunoscute - cu x , y, z, ... El a introdus notația puterilor a^3 , x^3, ... Toate literele în formulele lui Descartes se considerau pozitive; pentru notarea numerelor negative se scria semnul minus; dacă semnul coeficientului era arbitrar, înaintea lui se scrie trei puncte. În loc de “=” se scria “∞ “. Astfel expresia: “$+x^4 \dots px^3 \dots qx\infty 0$ ", reprezinta o ecuație de gradul patru cu coeficienți arbitrari.

Descartes aplică notația $P(x) = 0$ la constatarea numărului de soluții ale ecuației algebrice, ceea ce i-a permis să obțină următoarea formulare a teoremei de bază a algebrei: ”Numărul soluțiilor ecuațiilor adevărate, false și închipuite este egal cu cel mai mare exponent al necunoscutei ce apare în ecuație”; (adevărate – pozitive , false – negative , închipuite – imaginare). Adevărul teoremei Descartes îl argumenta prin faptul că la înmulțirea a n binoame de forma $x - a$ se obține un polinom de gradul n.

În cartea sa “Geometria”, Descartes formulează o problemă de o importanță excepțională și anume problema reductibilității ecuațiilor. Tot Descartes a constat că soluțiile ecuației de gradul trei cu coeficienți întregi și cu coeficientul termenului superior egal cu unu pot fi calculate cu ajutorul radicalilor, dacă și numai dacă ecuația are cel puțin o soluție întreagă , adică membrul sting al ecuației poate fi reprezentat ca un produs de doi factori, unul de gradul întâi, iar celălalt – de gradul al doilea [2].

Ideile sugerate de Descartes au fost dezvoltate de succesorii lui: Frans van Shooten (1615-1660) - matematician olandez, Florimond de Beaune (1601-1652) - matematician francez, Johan de Witt (1625-1672) - matematician olandez și Waveren Huidde (1628-1704) - matematician olandez,care a inventat regula de determinare a soluțiilor multiple ale ecuațiilor algebrice.

Demonstrația teoremei fundamentale a algebrei și rezolvarea ecuațiilor în radicali a revenit pe seama unor savanți din jumătatea a doua a sec. XVIII - începutul sec XIX: Jean le D’Alembert (1717-1783) – matematician francez, Leonard Euler (1707-1783) – matematician elvețian, Joseph-Louis Lagrange (1763-1813) - matematician francez, Pierre Simon Laplace (1749-1827) - matematician, fizician, și astronom francez, Carl Friedrich Gauss (1777-1855) - matematician german ş. a. Prima încercare de a demonstra teorema fundamentală a algebrei a fost analitică și a fost efectuată de D’Alembert în 1746.

Următorul pas în demonstrarea teoremei fundamentale a algebrei l-a făcut Euler în 1751. Euler a realizat cea mai algebrică demonstrație a acestei teoreme. Euler, Lagrange și Laplace au demonstrat teorema fundamentală a algebrei considerând existența câmpului de descompunere a polinomului în factori. Gauss a propus patru demonstrații a teoremei fundamentale a algebrei. Prima demonstrație (1799) a fost analitică, a doua (1815) – algebrică. Ulterior a propus încă două demonstrații a acestei teoreme, ultima fiind realizată în 1848.

Problema rezolvării ecuațiilor în radicali întotdeauna a fost actuală pentru matematicieni, însă din păcate fără succes. N-au mai putut fi rezolvate prin radicali decât ecuații particulare de grad mai mare decât patru. Aceste eforturi nu au contenit decât atunci când s-a produs o adevărată cotitură în algebră.

Norvegianul H. Abel (1802-1829) şi italianul Ruffini (1765-1832) atacă şi ei abordarea dintr-un unghi nou al algebrei şi reuşesc, în final, să demonstreze un fapt extrem de important: ecuaţiile algebrice generale de grad mai mare decât patru nu pot fi rezolvate prin radicali [4]. Acesta este sfârşitul „goanei după radicali”. Se deschide o nouă perioadă în dezvoltarea algebrei. Cercetările încep acum să se concentreze asupra unor probleme ca: în ce condiţii există rădăcini raţionale, metode de rezolvare aproximativă a ecuaţiilor de ordin superior etc.

Ecuaţiile algebrice au constituit un domeniu de atracţie şi pentru matematicienii români, aceştia reuşind să aducă o contribuţie interesantă şi utilă. Revista “Matematică” din Timişoara , „Pozitiva” şi altele, conţin o sumedenie de note şi articole pe marginea rezolvării ecuaţiilor algebrice de diferite ordine.

Articolul dr. docent Marius Iosifescu din 1955, conţine, pe lângă elementele istorice, şi cazul clasic de rezolvare a ecuaţiei de gradul III, pentru care se dă o metodă originală de reducere a ecației de gradul trei, $a_0x^3 + +3a_1x^2 + 3a_2x + a_3 = 0\,, a_0 \neq 0$, la o ecuație binomă. De asemenea, matematicianul Traian Lalescu a fost un talentat algebrist . În domeniul ecuațiilor algebrice , Lalescu deduce în 1914 limitele rădăcinilor reale ale ecuației de gradul trei $x^3 + px + q = 0$.

Ceva mai târziu, Gheorghe Buicliu, s-a ocupat de rezolvarea ecuaţiei algebrice de gradul patru, găsind condiţiile în care ecuaţia generală x4 + ax3 + bx2 + cx + d = 0 se poate exprima sub forma sumei a două pătrate, ducând la rezolvarea a două ecuaţii de gradul doi. Cam tot în aceeași perioadă, profesorul Theodor Angheluţă publică în „Gazetă” un studiu relativ complet asupra aşezării în ordine naturală a rădăcinilor a două ecuaţii de gradul trei [6].

Datorită muncii perseverente a savanților, ne bucurăm de multitudinea metodelor de rezolvare a ecuațiilor ce ne permite sa rezolvăm diferite probleme din diverse domenii. Astfel, ecuația, trecând prin șirul anilor sub coordonarea multor matematicieni renumiți, stă astăzi la baza tuturor progresiilor științifice.

Bibliografie

1. Lupu I., Cabac E. Metodologia rezolvării ecuațiilor de grad superior. Bălți: Tipografia Universității de Stat „Alecu Ruso”, 2009.
2. Ciobanu M. Introducere în istoria și metodologia matematicii și informaticii. Ch. 2013.
3. Lupu I. Metodologia rezolvării problemelor de matematică cu un grad sporit de dificultate. Chișinău, 2011.
4. Lupu I. Practicum de rezolvare a problemelor de matematică. Ch.: CE a USM, 2002.
5. Lupu I. Ecuații și inecuații cu parametri. Chişinău: Editura Lumina, 1998.
6. Manea D. Rezolvarea ecuațiilor algebrice de grad superior. Editura paralela 45, 2016.