CZU:372.851

# DESPRE SOLUȚIILE UNEI ECUAȚII DIOFANT

**ȚARĂLUNGĂ Boris,**

Universitatea Pedagogică de Stat „Ion Creangă”, Chișinău, Republica Moldova

**BORDAN Valentina,**

Instituția Publică Liceul Teoretic „Principesa Natalia Dadiani ” Chișinău, Republica Moldova

**Rezumat**. *În această lucrare este prezentată soluția ecuației Diofant* $x^2+7y^2=z^2$.

**Cuvinte - cheie**: *Ecuații Diofant, numere naturale, propoziție matematică, teoremă.*

**Abstract**. *In this paper are presented the solutions of the Diophantine equation* $x^2+7y^2=z^2$.

**Keywords**: *Diophantine equations, natural numbers, mathematical sentence, theorem.*

În teoria numerelor intens se studiază ecuațiile Diofant, ecuații ce admit doar soluții în mulțimea numerelor întregi. În lucrările [1-4] se abordează probleme ce determină soluțiile anumitor tipuri de ecuații Diofant. In particular, în [2] se propun soluțiile ecuației $x^2+3y^2=z^2$ în mulțimea numerelor întregi.

În lucrarea dată se prezintă soluțiile ecuației Diofant $x^2+7y^2=z^2$ în mulțimea numerelor naturale.

**Propoziția 1.** Dacă $x, y, z$ este o soluție a ecuației

$$x^2+7y^2=z^2 \tag{1}$$

atunci $(xz,7)=1$.

*Demonstrație.* Presupunem absurdul, adică $x=7t$. Atunci $(7t)^2+7y^2=z^2$, de unde rezultă că $z=7r$. Fie acum $x=7t$. Atunci $(7t)^2+7y^2=z^2$, de unde rezultă că $z=7r$ și $y=7s$. Deci $(x,y)=7m$ – contradicție. Fie acum $z=7u$. Atunci $x^2+7y^2=(7u)^2$, de unde rezultă că $x=7l$ și $y=7n$. Deci $(x,y)=7v$ – contradicție. *Propoziția este demonstrată.*

**Teorema 1.** Fie $x, y, z$ este o soluție a ecuației (1), pentru care $(x,y)=1$, $y$ este un număr par și $(xz,7)=1$. Atunci $x=7p^2-q^2, y=2pq, z=7p^2+q^2, (p,q)=1, p, g \in N$.

*Demonstrație.* Fie $(x,y)=1$ și $y=2k, k \in N$. Atunci numărul $x$ este impar. Rezulta că și numărul $z$ este impar. Din relația $x^2+7y^2=z^2$, conchidem că numerele $z-x$ și $z+x$ sunt numere pare.

Avem

$$7y^2=z^2-x^2=(z-x)(z+x)$$

Atunci $k^2 = \frac{z-x}{2} \cdot \frac{z+x}{2}$. Cum $(x, y) = 1$ și $x^2 + 7y^2 = z^2$, rezultă că $(x, z) = 1$. Presupunem că $\left(\frac{z-x}{2}, \frac{z+x}{2}\right) = m$. Atunci $\frac{z-x}{2} + \frac{z+x}{2} = z$ se divide cu $m$. Se divide cu $m$ și numărul $\frac{z+x}{2} - \frac{z-x}{2} = = x$. Rezultă că cu $m$ se divide și $(x, z) = 1$. Deci $\left(\frac{z-x}{2}, \frac{z+x}{2}\right) = 1$.

Atunci

$$\frac{z-x}{2} = 7p^2,$$

$y = 2pq,$

$$\frac{z+x}{2} = q^2.$$

De aici se obține solutia ecuației (1)

$$x = 7p^2 - q^2,$$

$y = 2pq,$

$z = 7p^2 + q^2.$

*Teorema este demonstrată.*

**Teorema 2.** Fie $x, y, z$ este o soluție a ecuației (1), pentru care $(x, y) = 1$, $y$ este un număr impar și $(xz, 7) = 1$. Atunci $x = \frac{7p^2-q^2}{2}$, $y = pq$, $x = \frac{7p^2+q^2}{2}$, $(p, q) = 1, p, g \in N$.

*Demonstrație.* Din relația $x^2 + 7y^2 = z^2$ obținem

$$7y^2 = z^2 - x^2 = (z-x)(z+x).$$

Atunci

$$y = pq\ ,$$

$$z - x = 7p^2,$$

$$z + x = q^2.$$

De aici rezultă soluția ecuației (1)

$$x = \frac{7p^2-q^2}{2},$$

$y = pq,$

$$x = \frac{7p^2+q^2}{2}.$$

*Teorema este demonstrată.*

**Bibliografie**


1. Stanciu, I.; Stanciu, E. Numere pitagorice. *Didactica Mathematica*. Vol. 31(2013). N.1. pp. 51-55.

2. Abdelalim, S. The solution on the Diophantine Equation $x^2 + 7y^2 = z^2$. *International Journal of Algebra*. Vol .8. 2014, N.15, pp.729-732.
3. Carmichael, R.D. *Diophantine analysis*. New-York: Add. John Wiley and Sons.1915. p.120.
4. Țarălungă, B.; Druc, T. Asupra unei ecuații Diofant. *The 26 TH Conference on Applied and Industrial mathematics*. Chișinău, Moldova, September 20-23, 2018. pp. 136-137.

CZU:37.015

## STEM/STEAM – ПОДХОД ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ В СРЕДНЕМ ПРОФЕССИОНАЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

**КУЗНЕЦОВА Снежана**,
кандидат физических наук, преподаватель физики,
Centrul de Excelență în Transporturi, Chișinău

**Rezumat**. *În lumea modernă, caracteristicile unui specialist ar trebui să fie: competență și mobilitate, abilitatea de a naviga în diverse situații, abilitatea de a aborda flexibil și creativ rezoluția lor, de a lua în mod independent și responsabil decizii adecvate. Prin urmare, în toate lecțiile de fizică în domeniul tehnic instituțiile de învățământ, este recomandabil să se utilizeze sarcini și exemple legate de diferite domenii ale vieții și ale industriei transporturilor. Studenții din specialitățile tehnice ale CE demonstrează nu numai un interes pentru problemele de fizică cu o abordare inginerească, ci și o îmbunătățire a performanței academice.*

**Cuvinte - cheie**: *Educație STEM, abordare STEM / STEAM, învățământ secundar specializat, problemă de inginerie fizică*.

**Abstract**. *In the modern world, the characteristics of a specialist should be: competence and mobility, the ability to navigate in various situations, the ability to flexibly and creatively approach their resolution, independently and responsibly make adequate decisions. Therefore, in all physics lessons in technical educational institutions, it is advisable to use tasks and examples related with different areas of life and transport industry. Students of the technical specialties of the CE demonstrate not only an interest in physics problems with an engineering approach, but also an improvement in academic performance.*

**Keywords**: *STEM education, STEM / STEAM approach, specialized secondary education, physical engineering problem*.

### Введение

Анализ теоретической литературы показывает, что название STEM появилось в США в конце 90-х годов XX века, когда американцы столкнулись с серьезной проблемой – при наличии предложений от высокотехнологичных компаний потенциальные рабочие кадры в большинстве своем не обладали высоким уровнем квалификации [5, 4, 1]. Это привело к