

11. Ursu L. *Abordări integrate în formarea inițială a cadrelor didactice pentru învățământul primar la UPS „Ion Creangă” din Chișinău.*
12. [https://gaz.wiki/wiki/ro/Theoretical\\_biology](https://gaz.wiki/wiki/ro/Theoretical_biology)
13. [www.descopera.org](http://www.descopera.org)
14. [www.ro.wikipedia.org](http://www.ro.wikipedia.org)
15. [www.wikispace.com](http://www.wikispace.com)
16. [http://daneremia.eu/mecanisme\\_neurale/receptori.html](http://daneremia.eu/mecanisme_neurale/receptori.html)
17. [www.scribub.com](http://www.scribub.com)
18. <http://encrypted-tbn2.gstatic.com>
19. <http://biocell4350.wikispaces.com>
20. [www.reumatologiaclinoca.org](http://www.reumatologiaclinoca.org)
21. <http://crt.biomol.uci.edu>.

CZU:372.851

## **MATEMATICA: ȘTIINȚĂ, ARTĂ, JOACĂ ȘI VOINȚĂ**

**BĂLĂNESCU Silviu, COJANU Veronica-Elena,**

Liceul Teoretic „Dante Alighieri”, București, sector 3

**Rezumat.** În articol sunt examinate diverse exemple din viață în care se regăsesc simetrii matematice, numite și „raportul de aur”, sau algebra lui phi, unde  $\varphi \approx 1,618$ . De asemenea sunt propuse diverse tipuri de activități de compunere a problemelor de către elevi, în scopul dezvoltării creativității, dar sunt și rezolvate unele exemple.

**Cuvinte-cheie:** *matematică, raport, proporție, secțiune, problemă.*

**Abstract.** *The article examines various examples from life in which mathematical symmetries are found, also called the "golden ratio", or the algebra of phi, where  $\varphi \approx 1,618$ . Various types of activities for composition of problems by students are proposed, in order to develop their creativity, and also some examples are solved.*

**Keywords:** *mathematics, ratio, proportion, section, problem.*

### **1. Știință...și artă!**

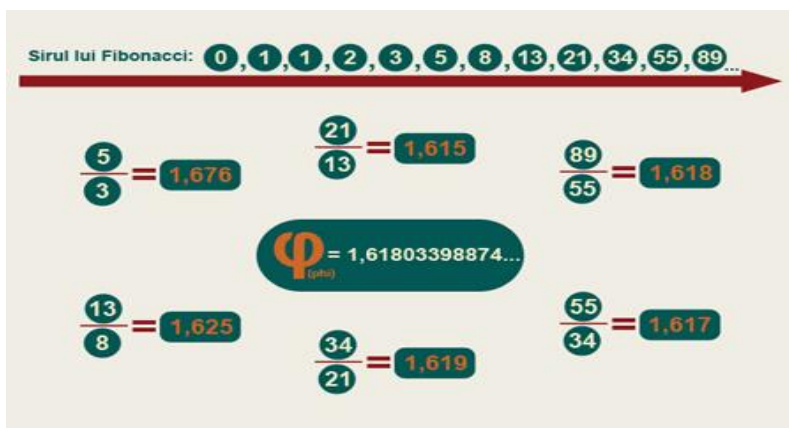
#### **Numărul de aur**

„Frumusețea se află în ochii celui care privește” așa cum afirma romanciera Margaret Wolfe Hungerford acum 134 de ani sau poate fi explicată rațional și determinată matematic? Frumusețea este subiectivă, irațională și inexplicabilă sau este rezultatul aplicării simetriilor și modelelor matematice precise? Într-adevăr frumusețea este subiectivă! Dar în cele mai convingătoare perfect balansate și de impact creații vizuale se regăsesc în mod evident simetrii matematice. Ce au în

comun aranjamentul petalelor unui trandafir, dispunerea semințelor într-o floare a soarelui, broccoli-ul chinezesc, pictura lui Salvador Dali „Cina cea de taină“, „Omul vitruvian“ al lui Leonardo da Vinci, cochiliile spiralate ale moluștelor, vortexul unei galaxii și traiectoria șoimilor când coboară spre pradă?

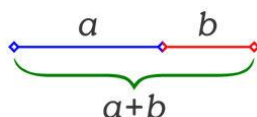
Toate aceste exemple, foarte diverse, au în comun „numărul de aur“, „raportul de aur“, „secțiunea de aur“ sau „secțiunea divină“. Algebra lui  $\phi$  este la fel de uluitoare ca și aparițiile sale în formele naturii și este în strânsă legătură cu un șir de numere și el foarte prezent în lumea viului, în phyllotaxis-ul („aranjarea frunzelor“ în greacă) plantelor, la petalele multor flori, în solzii ananasului și ai conurilor de brad, în arborele genealogic al trântorului, în structura bronhiilor, ca și în molecula ADN-ului uman: șirul lui Fibonacci.

În anul 1860, fizicianul și psihologul Gustav Theodor Fechner a demonstrat printr-un experiment predilecția oamenilor către raportul de aur (golden ratio). Experimentul s-a realizat cu ajutorul a 10 dreptunghiuri de dimensiuni și rapoarte între laturi diferite. Subiecții au indicat cu preponderență ca fiind cel mai „plăcut ochiului“, „dreptunghiul de aur“, cel cu raportul de 1,618 între laturi.



Același raport de aur se regăsește și între numerele din șirul lui Fibonacci. De fapt raportul de aur poate fi observat în absolut orice: știință muzică, arhitectură, natură, astronomie, corpul uman, animale, plante, sistem solar și implicit în artă...Omniprezența lui este extraordinară. De asemenea extraordinar este și impactul pe care acest raport de aur îl are asupra percepției umane. Raportul de aur se regăsește inclusiv în ADN –ul uman...în consecință, predilecția oamenilor către simetria de aur poate fi considerată ca fiind implicită! Omenirea utilizează de multe ori involuntar raportul de aur în propriile creații de artă, arhitectură, culori, design și chiar în muzică tocmai pentru a obține sau regăsi armonia și frumusețea pe care le au „scrise” în codul genetic.

**Definiție matematică:**



Secțiunea de Aur a segmentului  $a+b$  din desen este realizată atunci când raportul dintre  $a+b$  și  $a$  este egal cu raportul dintre  $a$  și  $b$ . În această ilustrație  $a$  este numit "extremă rație", iar  $b$  este numit „medie”.

Euclid l-a denumit pe  $\Phi$  ca fiind simpla împărțire a unui segment de dreaptă în ceea ce el a numit "medie" și "extremă rație". Iată cuvintele lui: "Spunem că un segment de dreaptă a fost împărțit în medie și extremă rație atunci când segmentul întreg se raportează la segmentul mai mare precum se raportează segmentul cel mare la cel mai mic".

Cu alte cuvinte, în imaginea din dreapta, dacă  $(a + b)/a = a/b$ , atunci segmentul  $a+b$  a fost împărțit într-o secțiune de aur cu simbolul  $\Phi$ .

În cartea „*Secțiunea de Aur: Povestea lui Phi, cel mai uimitor număr*” de Mario Livio apare următorul pasaj:

„Atâta cât pot eu afirma trecând în revistă mare parte din efortul de reconstituire a faptelor, acest termen a fost folosit pentru prima dată de Martin Ohm (fratele faimosului fizician Georg Simon Ohm, cel care a dat numele legii Ohm din electromagnetism), în a doua ediție din 1835 a cărții sale «Die reine Elementar-Mathematik» (Matematica pură elementară). Ohm scrie la subsol: «Această împărțire a unui segment de dreaptă în asemenea mod este numit în mod curent „secțiune de aur”». Aceasta arată că nu el ar fi inventat termenul, ci că folosea o denumire general acceptată. Faptul că el n-a folosit-o și în prima ediție a cărții sale în 1826 sugerează cel puțin că denumirea de Secțiune de Aur (în germană «Goldener Schnitt») și-a dobândit popularitatea abia prin anul 1830. Eventual denumirea fusese folosită și mai înainte în cercuri nematematice. Indubitabil este însă că, în urma cărții lui Ohm, numele «Secțiune de Aur» a început să apară în mod frecvent în literatură.

Deși Proporția de Aur nu explică *orice* structură sau model din univers, este cu siguranță un jucător major. Aici sunt câteva exemple.

### 1. Petalele de flori

Numărul petalelor la o floare urmează consistent Șirul lui Fibonacci. Exemple faimoase includ crinul, care are trei petale, piciorul-cocoșului, care are cinci, cicoarea cu 21, margareta cu 34, și așa mai departe. Phi apare în petale datorită aranjamentului ideal de împachetare, așa cum este selectat de procesele darwiniene; fiecare petală este plasată la  $0,618034$  din circumferință (dintr-un cerc de  $360^\circ$ ), permițând cea mai bună expunere la lumina soarelui și la alți factori.



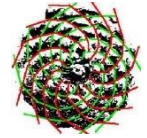
### 2. Capetele (măciuliile) cu semințe

Capătul unei flori este supus și el proceselor fibonacciene. În mod tipic, semințele sunt produse în centrul florii și apoi migrează către exterior, pentru a umple tot spațiul. Floarea-soarelui furnizează un exemplu excelent al acestor modele spiralate.

În unele cazuri, capetele cu semințe sunt atât de strâns înghesuite, încât numărul total poate fi destul de mare – pana la 144 și chiar mai mare. Și când aceste spirale sunt numărate, totalul tinde să se potrivească unui număr Fibonacci. Interesant, un număr puternic irațional este necesar pentru a optimiza umplerea unui spațiu (adică un număr care nu este bine reprezentat printr-o fracție). Phi se potrivește destul de bine sarcinii.

### 3. Conurile de pin/brad

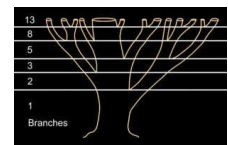
În mod similar, semințele de pe un con sunt aranjate într-un tipar în spirală.



Fiecare con constă într-o pereche de spirale, fiecare răsucindu-se spre în sus și în direcții opuse. Numărul de pași se va potrivi aproape întotdeauna unei perechi de numere Fibonacci consecutive. De exemplu, un con 3-5 este unul pe care spiralele se vor reîntâlni în spate după trei pași pe spirală stângă și 5 pași pe cea dreaptă.

### 4. Fructe și legume

La fel, modele spiralate similare pot fi găsite pe ananas și conopidă.

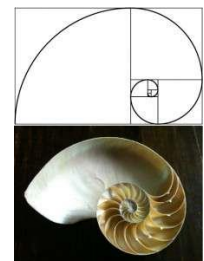


### 5. Ramurile copacilor

Șirul lui Fibonacci mai poate fi văzut în modul în care se formează sau se ramifică ramurile copacilor. Un trunchi principal va crește până produce o ramură, care creează două puncte de creștere. Apoi, una dintre noile tulpini se va ramifica în două, în timp ce cealaltă rămâne latentă. Acest model de ramificare este repetat pentru fiecare dintre noile tulpini. Un bun exemplu este coada-șoricelului (*Achillea ptarmica*). Sistemele rădăcinilor și chiar și algele prezintă acest model.

### 6. Cochiliile

Proprietățile unice ale Dreptunghiului de Aur oferă încă un exemplu. Această formă, un dreptunghi în care raportul laturilor A/B este egal cu proporția de aur (phi), poate avea ca rezultat un proces de cuibărire care poate fi repetat la infinit – și care ia forma unei spirale. Este numită spirala logaritmică și abundă în natura.



Cochiliile melcilor și ale nautilusilor urmează spirala logaritmică, cum face și cochlea urechii interne. Mai poate fi văzută și la coarnele anumitor specii de capră și la forma unor pânze de păianjen.

### 7. Galaxiile spirale

Nu este surprinzător că galaxiile spirale urmează și ele modelul familiar Fibonacci. Calea Lactee are câteva brațe spirale, fiecare dintre ele fiind o spirală logaritmică de circa 12 grade. Ca o remarcă secundară interesantă, galaxiile spirale par să sfideze legile fizicii newtoniene. Încă din 1925, astronomii au realizat că,



întrucât viteza unghiulară de rotație a discului galactic variază cu distanța față de centru, brațele radiale ar trebui să devină curbate, pe măsură ce galaxia se rotește. Ulterior, după câteva rotații, brațele spirale ar trebui să se înfășoare în jurul unei galaxii. Dar ele nu o fac – de aici așa-numita

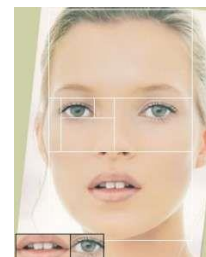
problema a înfășurării. Stelele din exterior, se pare, se mișcă cu o viteză mai mare decât era de așteptat – o trăsătură unică a cosmosului, care îi permite să își rețină forma.

#### 8. Uraganele

#### 9. Fețele



Fețele, atât cele umane, cât și cele non-umane, abundă de exemple ale Proportiei de Aur. Gura și nasul sunt fiecare poziționate la secțiuni de aur ale distanței dintre ochi și capătul de jos al bărbiei. Proportii similare pot fi văzute din lateral, și chiar însăși în ceea ce privește ochiul și urechea (ce urmează de-a lungul unei spirale). Este demn de notat că fiecare corp al unei persoane este diferit, dar că mediile prin secțiunea statistică a unei populații tind către „phi”. S-a mai spus și că, cu cât mai strâns aderă proporțiile noastre la „phi”, cu atât mai „atractive” sunt percepute acele trăsături. Ca un exemplu, cele mai „frumoase” zâmbete sunt cele în care incisivii centrali sunt cu 1,618 mai lăți decât incisivii laterali, care sunt cu 1,618 mai lăți decât caninii, și așa mai departe. Este destul de posibil ca, dintr-o perspectivă evolutiv-psihică, să fim pregătiți să ne placă formele fizice care aderă la proporția de aur – un potențial indicator al unei bune forme fizice și capacități de reproducere.

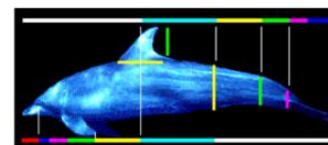


#### 10. Degetele

Privind la lungimea degetelor, fiecare secțiune – de la vârfuri până la încheietură – este mai mare decât cea precedentă cu aproximativ proporția „phi”.

#### 11. Corpurile animalelor

Chiar și propriile noastre corpuri prezintă proporții care sunt asemănătoare numerelor Fibonacci. De exemplu, măsurile de la ombilic până la podea și din vârful capului până la ombilic au între ele proporția de aur. Corpurile animalelor prezintă tendințe similare, inclusiv delfinii (ochii, aripioarele și coada se încadrează, ca proporții între ele, ca Secțiuni de Aur), stelele de mare, aricii de mare, furnicile și albinele.



#### 12. Dinamicile reproductive

Vorbind de albine, ele urmează Șirul lui Fibonacci în alte moduri interesante. Cel mai profund exemplu este cel al împărțirii numărului de femele dintr-o colonie la numărul masculilor (femelele întotdeauna depășesc numeric masculii). Răspunsul este tipic ceva foarte apropiat de 1,618. În plus, arborele genealogic al albinelor urmează și el același model familiar. Masculii au un părinte (o femelă), în timp ce femelele au doi părinți (o femelă și un mascul). Deci când se ajunge la arborele genealogic, masculii au 2, 3, 5 și 8 bunici, străbunici, stră-străbunici, respectiv stră-stră-stră-stră-stră-străbunici. Urmând același model, femelele au 2,3,5,8,13 și așa mai departe. După cum s-a notat, fiziologia albinei urmează și ea destul de strâns Curba de Aur (spirală logaritmică).

#### 13. Modelele de luptă ale animalelor

Când un șoim se apropie de pradă, vederea cea mai bună este dintr-un anumit unghi al direcției de zbor – un unghi care este la fel ca cel al pasului spiralei.



#### 14. Uterul

Potrivit lui Jasper Veguts, ginecolog la Spitalul Universitar Leuven din Belgia, doctorii pot spune dacă un uter arată normal și sănătos, bazându-se pe dimensiunile relative ale acestui organ – dimensiuni ce aproximează proporția de aur.

## 2. Joaca... și voință!

### Probleme de creativitate...și voință

Creativitatea este forma cea mai înaltă, mai complexă a comportamentului uman. O tradiție încă neînlăturată complet lasă pe seama matematicii școlare, implementarea în comportamentul elevului a disciplinei și rigorii gândirii, pe când antrenarea imaginației și a „zborului” este lăsată pe seama științelor umaniste. Există temerea că practicarea matematicii ar duce la o oarecare îngustime a spiritului. Exemplul lui Ion Barbu, dar și cel al altor matematicieni al căror condei este comparabil cu al unui om de litere, este privit ca fiind celebra excepție care ar confirma regula. Gândirea creatoare se dezvoltă în mod deosebit prin rezolvarea unor probleme care solicită strategii atipice, inventate și prin compunerea de probleme. O problemă este sau nu creativă, în funcție de vârstă, experiența și capacitatea intelectuală a elevului. Compunerea de probleme reprezintă o treaptă superioară de dezvoltare a gândirii creatoare, de legare a teoriei de practică. Pentru ca elevul să elaboreze textul unei probleme este necesar să găsească împrejurările corespunzătoare, să-și imagineze acțiunea, să aleagă datele numerice în concordanță cu realitatea, să stabilească soluții aritmetice corespunzătoare între informațiile date și să formuleze întrebarea problemei.

**Exemple de creativitate** în matematică:

1. *Compuneri de probleme după o acțiune sau o poveste*
2. *Compuneri de probleme după desene.* Creativitatea se manifestă în transpunerea datelor din desen în relații matematice și în găsirea a cât mai multe variante de probleme. Elevii trebuie stimulați să inventeze probleme cât mai originale sau să le complice.
3. *Compuneri de probleme după modelul unor probleme rezolvate anterior*
4. *Alcătuirea de probleme după întrebări date.* Creativitatea va fi stimulată prin necesitatea găsirii unor domenii cât mai variate.
5. *Completarea (formularea) întrebării unei probleme.* Folosind această formă de activitate în perioada în care elevii învață să desprindă din conținutul problemei enunțul de întrebare, se realizează conștientizarea cunoștințelor cu privire la elementele componente ale unei probleme, se conving elevii de necesitatea separării întrebării de enunț în rezolvarea ulterioară a problemelor. Găsirea de întrebări noi contribuie la dezvoltarea imaginației, a gândirii divergente și flexibile.

6. *Compuneri de probleme după scheme*

- a) Scheme simple ce pornesc de la relațiile dintre datele problemei, ajungându-se la întrebarea problemei (metoda sintetică);
- b) Scheme alcătuite pe calea metodei analitice (pornind de la întrebarea problemei): c) Scheme fără indicarea operațiilor;

7. *Complicarea treptată a unei probleme.* Se cere elevilor să adauge date și să completeze enunțul, fiind solicitați să creeze relații, să-și pună în valoare cunoștințele despre realitatea practică.

8. *Rezolvarea problemelor prin mai multe metode.* Acesta este un mijloc eficient de antrenare a gândirii creatoare, care necesită o gândire logică bine dezvoltată, pentru a putea vedea raționamentul în întregime, pentru a putea găsi noi relații între aceleași cantități, mărimi, valori.

9. *Probleme în care căutarea soluției se face prin încercare-eroare-reglare.* Pentru rezolvarea unei astfel de probleme, elevul trebuie să aleagă dintre mai multe variante pe cele mai potrivite. Pentru aceasta trebuie să formuleze ipoteze, să analizeze, să tragă concluzii, să descopere calea ce duce la rezultatul căutat. În această activitate se manifestă gândirea probabilistică și cea deductivă.

10. *Probleme specifice de logică și perspicacitate.* Acest tip de probleme este mai dificil. Este necesară o reflectare mai atentă asupra conținutului, selectarea cu precizie a întrebării, reținerea informațiilor care ajută la rezolvarea problemei. Se dezvoltă gândirea logică, atenția, capacitatea de a descoperi piste false, spiritul de inițiativă și observația, deprinderea de a lucra corect și rapid.

**Exemple:**

- a) Câte degete sunt la o mână? Dar la două mâini? Dar la 10 mâini?
- b) O punte rezistă la cel mult 70 kg. Un om care avea 69 kg și 800 g și ducea în mână două mere de 200 g fiecare, a traversat puntea dintr-o dată, fără să se rupă. Cum a procedat?

**Răspuns:** Din momentul în care a pășit pe punte și până a părăsit-o, a jucat merele aruncându-le în aer, în așa fel încât avea în mână doar un măr, celălalt fiind în aer. Astfel nu a depășit greutatea admisă.

- c) Cum am putea scădea pe 22 din 20, ca să obținem 88?

**Răspuns:**

XX - (cifre romane)

22

88

- d) Zboară un cârd de găște: o găscă în față, două în spate, două în față, una între două și trei în șir. Câte zboară în total?

Sfera procedeelelor pentru compunerile de probleme și rezolvarea lor prin muncă independentă, nu este limitată. Scopul rămâne același: dezvoltarea creativității gândirii elevilor, asigurarea succesului spre domeniul cercetării științifice care se bazează, în primul rând, pe matematică.

### **Concluzii**

Ca factori structurali, cele două categorii de însușiri psihice, aptitudinea matematică și creativitatea rămân interdependente. Creativitatea include în structura sa elemente identice sau apropiate celor decelate în alcătuirea aptitudinilor matematice: sensibilitatea față de necunoscut, fluența, flexibilitatea și originalitatea proceselor cognitive, capacitatea de percepere și reprezentare spațială, atitudinea activă față de nou, curiozitatea epistemică ridicată, interesul pentru problematică.

### **Bibliografie**

1. <http://ro.wikipedia.org>
2. Banea, H. *Metodica predării matematicii*. Pitești: Editura Paralela 45, 1998.

CZU:[372.8371.279.7]:004.056

## **ПРИМЕНЕНИЕ БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ДИСЦИПЛИНЫ «ИНФОРМАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ» СТУДЕНТАМИ ЭКОНОМИСТАМИ**

**БОГДАНОВА Виолетта**, докторант

**КИРИАК Любомир**, докт. хаб. физ.-мат. наук, профессор,  
Факультет Физики, Математики и Информационных Технологий  
Тираспольский Государственный Университет, Молдова

**Аннотация.** В статье рассматриваются особенности применения балльно-рейтинговой системы в процессе контроля знаний студентов вуза. Балльно-рейтинговая система позволяет повысить мотивацию студентов к изучению дисциплины.

**Ключевые слова:** балльно-рейтинговая система, оценка знаний, учебная деятельность.

**Rezumat.** În articol se abordează particularitățile implementării sistemului de evaluare prin punctaj-clasament în procesul de monitorizare a cunoștințelor studenților. Sistemul de evaluare prin punctaj-clasament permite creșterea motivației elevilor de a studia disciplina.

**Cuvinte - cheie:** de evaluare prin punctaj-clasament, evaluarea cunoștințelor, activități educaționale.

**Annotation.** The article discusses the features of the use of the point-rating system in the process of monitoring the knowledge of university students. The point-rating system allows to increase the motivation of students to study the discipline.