3. NĂSTĂSESCU P., STĂNESCU I., NIȚA C. *Matematica. Elemente de algebră superioară.* Manual pentru clasa a XI-a. București: Editura didactică, 1987, 84 p. ISBN 973-30-5495-X.
4. *Сборник конкурсных задач по математике* для поступающих во вузы под редакцией М.И. Сканави, Изд-во: Украинская энциклопедия, 1978 г., с.522.

DIAGNOSTICUL AFERENT TEHNOLOGIEI VEHICULULUI AERIAN FĂRĂ PILOT PRIN METODE MATEMATICE[3]

DIAGNOSIS OF UNMANNED AERIAL VEHICLE TECHNOLOGY THROUGH MATHEMATICAL METHODS

Dorin Afanas, dr. conf. univ.,
UST din Chişinău
Dorin Afanas, PhD associate professor
ORCID: 0000-0001-7758-943

CZU: 519.21+519.22
DOI: 10.46728/c.v2.25-03-2022.p314-320

Rezumat

În procesul dirijării la distanță a unui vehicul aerian fără pilot uman la bord un rol important îl joacă funcționarea perfectă a tuturor componentelor lui. Pentru determinarea unei asemenea funcționalități ne vine în ajutor teoria probabilităților și statistica matematică. Funcționarea perfectă a unui vehicul aerian fără pilot uman la bord este strâns legată de conceptele *fiabilitate* și *redundanță*.

Cuvinte-cheie: fiabilitate, redundanță, vehicul aerian fără pilot, dispersie, medie, repartiția Poisson.

Abstract

The perfect operation of all its components plays an important role in the remote control of an unmanned aerial vehicle on board. Probability theory and mathematical statistics help us to determine such functionality. The perfect operation of an unmanned aerial vehicle on board is closely linked to the concepts of *reliability* and *redundancy*.

Key-words: reliability, redundancy, unmanned aerial vehicle, dispersion, average, Poisson distribution.

1. Repere teoretice

Pentru realizarea cu succes a activităților enunțate mai jos, studenții trebuie să posede următoarele cunoștințe și competențe din cadrul temelor:

- ♦ Funcția exponențială.
- ♦ Ecuații și inecuații exponențiale.
- ♦ Elemente de combinatorică.
- ♦ Experiențe și evenimente.
- ♦ Eveniment implicat de alt eveniment.
- ♦ Operații cu evenimente.
- ♦ Evenimente compatibile și incompatibile.

[3] Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)", inclus în „Program de stat" (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare.

♦ Evenimente complementare.

♦ Definiția probabilității și proprietățile ei.

♦ Repartiția Poisson.

Se începe activitatea cu explicația conceptelor de *fiabilitate* și *redundanță*: în literatura de specialitate [3] prin *fiabilitate* se înțelege:

– *capacitate a unui sistem tehnic de a funcționa fără defecțiuni într-un interval de timp și în condiții date*;

– *mărime care caracterizează siguranța în funcționarea unui sistem tehnic în conformitate cu normele precise*;

– *ramură a științei care studiază măsurile generale ce trebuie avute în vedere la proiectarea, fabricarea și exploatarea sistemelor tehnice, pentru a se asigura o maximă eficiență în utilizarea lor*;

– *probabilitatea de a obține funcționarea perfectă a unei singure componente a unui sistem în funcție de timp*.

Prin *redundanță* se înțelege:

– *capacitatea unui sistem în care eroarea unei componente nu provoacă eșecul complet*.

Potrivit legii distribuției Poisson: $R(t) = e^{-\lambda t}$ unde t este timpul de funcționare și λ este probabilitatea eșecului.

Probabilitatea eșecului unei componente în funcție de timpul t este:

$P(t) = 1 - R(t)$ (evenimente complementare).

Fiabilitatea setului complet de elice al unui n-copter, cu condiția că defectarea numai a uneia dintre ele să provoace distrugerea întregului sistem (sistem care nu este redundant) este: $R(t) = e^{-n\lambda t}$ sau, în cazul diferitelor componente esențiale: $R(t) = e^{-\Sigma\lambda it}$. Fiabilitatea unui sistem redundant (în care defectarea are loc numai atunci când fiecare componentă nu funcționează) este: $R(t) = 1 - \Pi(1 - e^{-\lambda it})$.

După aceste activități de învățare se recomandă de realizat următoarele scenarii:

Scenariul 1.1 (Calculul direct al probabilității de defectare al unui motor cu perii). Acest scenariu se realizează după următoarea schemă:

– Pregătim o serie de elici cu un sistem automat de funcționare continuă on/off (vezi fig. 1).

– Identificăm timpul de funcționare al fiecărui motor.

Fig. 1. Probabilitatea defectării unui motor cu perii

– Calculăm probabilitatea de defectare λ.

Scenariul 1.2 (Funcția exponențială). Pornind de la funcția $R(t) = e^{-\lambda t}$ va fi posibil să:

– cercetăm funcția exponențială (funcția plot, monotonia, $R(0)$, lim $R(t)$, semnificația concretă a fiecărui punct);

– calculăm fiabilitatea și probabilitatea de defectare a setului de elici al unui n-copter;

– calculăm timpul de operare al setului de elici al unui n-copter în care există legea $R(t) \geq \alpha$ (ecuații și inecuații exponențiale).

Scenariul 1.3. O altă problemă interesantă, deși nu este ușoară, poate fi următoarea: Calculați funcția de fiabilitate a setului de elici al unui hexacopter, cu condiția că defectarea sistemului să se întâmple cu defectarea a două elici după cum se arată în figura 2 sau cu defectarea a unui număr mai mare de două elici (teoria probabilităților, combinatorică, etc.).

Fig. 2. Defectarea elicelor

2. Exemple de probleme cu rezolvări

Problema 2.1 (Repartiția Poisson). O fabrică din China a expediat la comandă în Republica Moldova 4000 de vehicule aeriene fără pilot uman la bord. Probabilitatea că în drum fiecărui vehicul aerian îi vor apărea defecțiuni este p = 0,00015. Determinați probabilitatea că printre vehiculele aeriene fără pilot uman la bord primite patru dintre ele vor fi defectate.

Rezolvare. Conform ipotezei avem: n = 4000, p = 0,00015, k = 4, evenimentul A = {patru vehicule aeriene vor fi defectate}. Atunci

$\lambda = n \cdot p = 4000 \cdot 0{,}00015 = 0{,}6$.

Conform formulei Poisson [4, p. 73 sau p. 101], obținem:

$$p_A^k(A) = \frac{\lambda^k\ e^{-\lambda}}{k!} = p_{4000}^4(A) = \frac{0{,}6^4\ e^{-0{,}6}}{4!} = \frac{0{,}1296}{24\ \ e^{0{,}6}} = \frac{0{,}1296}{43{,}73} = 0{,}0029.$$

Problema .2.1 este rezolvată.

Problema 2.2 (Repartiția Poisson [4, p. 101]). La o competiție de curse a vehiculelor aeriene fără pilot uman la bord se prezintă 12 participanți: 7 participanți din clasa a 10-a și 5 participanți din clasa a 11-a. La prima etapă participanții sunt împărțiți în 3 echipe a câte 4 persoane, prin tragere la sorți. Fiecare echipă se prezintă într-o zi în fața juriului.

Scrieți repartiția variabilei aleatoare X ce reprezintă numărul de participanți care se prezintă în prima zi la concurs în fața juriului.

Rezolvare. Variabila X poate lua valorile 0; 1; 2; 3; 4. Pentru a determina probabilitățile respective, aplicăm schema bilei neîntoarse [4, p. 70]:

$$P(X=k)=\frac{C_7^k\,C_{12-7}^{4-k}}{C_{12}^4}=\frac{C_7^k\,C_5^{4-k}}{495};\ k=\overline{0,\ 4}.$$

Atunci, tabelul de repartiție al numărului de participanți care se prezintă în prima zi la concurs este:

X	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**
	$\frac{C_7^0\cdot C_5^4}{495}$	$\frac{C_7^1\cdot C_5^3}{495}$	$\frac{C_7^2\cdot C_5^2}{495}$	$\frac{C_7^3\cdot C_5^1}{495}$	$\frac{C_7^4\cdot C_5^0}{495}$

Problema 2.2 este rezolvată.

Problema 2.3 (Repartiția Poisson). Se testează trei prototipuri de vehicule aeriene fără pilot uman la bord. Probabilitatea că prototipurile să corespundă cerințelor sunt respectiv p_1 = 0,9; p_2 = 0,92 și p_3 = 0,95.

Prezentați repartiția variabilei aleatoare X ce primește ca valori numărul de prototipuri ce corespund cerințelor.

Rezolvare. Variabila aleatoare X poate lua valorile: 0; 1; 2; 3. Pentru a determina probabilitățile respective, vom aplica schema Poisson [4, p. 66]. Astfel, trebuie să calculăm coeficienții de pe lângă puterile lui x, adică trebuie să calculăm coeficienții de pe lângă x^0, x^1, x^2 și x^3 din polinomul

$\Psi_3 = (0{,}9x + 0{,}1)(0{,}92x + 0{,}08)(0{,}95x + 0{,}05)$.

Deoarece

$\Psi_3 = (0{,}828x^2 + 0{,}164x + 0{,}008)(0{,}95x + 0{,}05) =$

$= 0{,}7866x^3 + 0{,}1972x^2 + 0{,}0158x + 0{,}0004$,

obținem că tabelul de repartiție are forma:

	0	**1**	**2**	**3**
	0,0004	0,0158	0,1972	0,7866

Problema 2.3 este rezolvată.

Problema 2.4 (Repartiția Poisson, [4, p. 59]). Se cunoaște că accidentele aferente vehiculelor aeriene fără pilot uman la bord se produc din cauza următorilor factori principali: factorul tehnic, factorul uman și factorul imprevizibil. În rezultatul experimentărilor a fost stabilit că probabilitățile producerii accidentului din cauza factorului tehnic este p_T = 0,05, din cauza factorului uman – p_U = 0,1, din cauza factorului imprevizibil p_I = 0,03. Scrieți repartiția variabilei aleatoare X care ia ca valori numărul de factori ce vor duce la accident.

Rezolvare. Variabila aleatoare X poate lua valorile: 0; 1; 2; 3. Pentru a determina probabilitățile respective, vom aplica schema Poisson [4, p. 66]. Astfel, trebuie să calculăm coeficienții de pe lângă puterile lui x, adică trebuie să calculăm coeficienții de pe lângă x^0, x^1, x^2 și x^3 din polinomul

$\Psi_3 = (0{,}05x + 0{,}95)(0{,}1x + 0{,}9)(0{,}03x + 0{,}97)$.

Deoarece

$\Psi_3 = (0{,}005x^2 + 0{,}14x + 0{,}855)(0{,}03x + 0{,}97) =$

$= 0{,}00015x^3 + 0{,}00905x^2 + 0{,}16145x + 0{,}82935,$

obținem că tabelul de repartiție are forma:

	0	**1**	**2**	**3**
	0,82935	0,16145	0,00905	0,00015

Problema 2.4 este rezolvată.

Problema 2.5 (Teorema despre medie și dispersie). Un vehicul aerian fără pilot uman la bord ghidat la distanță pe parcursul realizării unui zbor poate suferi un impact cu suprafața terestră din cauza unor așa factori ca: elice defectată, motor defectat, acumulator descărcat, eroarea busolei, senzor (ultrasonor) defectat. Toate elementele enumerate pot să se defecteze independent unul de altul. Fie

$p_k = 0{,}2 + 0{,}1(k - 1),\ k = \overline{\overline{1,\ 5}}.$

Determinați valoarea medie și dispersia numărului de defecțiuni.

Rezolvare. Elementului cu numărul k i se asociază variabila aleatoare X_k care va lua valoarea 0 sau 1, după cum elementul nu se defectează sau se defectează.

Repartiția variabilei X_k este:

	0	**1**	**k = 1, 2, 3, 4, 5**
	0,8 – 0,1(k – 1)	0,2 + 0,1(k – 1)	

Variabila aleatoare X care indică numărul de defecțiuni este:

$X = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5.$

Prin urmare, valoarea medie [4, p. 89 – 91]

$M(X) = M(X_1) + M(X_2) + M(X_3) + M(X_4) + M(X_5) = (0{,}2 + 0{,}1 \cdot 0) +$

$+ (0{,}2 + 0{,}1 \cdot 1) + (0{,}2 + 0{,}1 \cdot 2) + (0{,}2 + 0{,}1 \cdot 3) + (0{,}2 + 0{,}1 \cdot 4) =$

$= 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}4 + 0{,}5 + 0{,}6 = 2.$

Conform ipotezei, variabilele aleatoare X_k, unde k = 1, 2, 3, 4, 5, sunt independente. Astfel rezultă că dispersia [4, p. 92 – 94]

$$D(X) = \sum_{k=1}^{5} D(X_k) = \sum_{k=1}^{5} \{[0{,}2 + 0{,}1(k-1)] \cdot [0{,}8 - 0{,}1(k-1)]\} = 1{,}1.$$

Problema 2.5 este rezolvată.

Problema 2.6 (Teorema locală Laplace, Schema lui Bernoulli). Probabilitatea de a doborî o dronă inamic la o tragere din arma de foc este $p = 0{,}6$. Determinați probabilitatea că din 4 trageri vom nimeri în dronă exact o dată (după teorema locală Laplace [4, p. 71] și după schema lui Bernoulli [4, p. 67]).

Rezolvare. Conform ipotezei: $n = 4$, $k = 1$ și $p = 0{,}6$. Dar atunci

$q = 1 - p = 1 - 0{,}6 = 0{,}4.$

Prin urmare,

$$p_4^1(A) \approx \frac{\varphi(x)}{\sqrt{npq}} = \frac{\varphi(x)}{\sqrt{4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4}} = \frac{\varphi(x)}{0{,}9797}.$$

Însă

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{1 - 2{,}4}{\sqrt{4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4}} = -\frac{1{,}4}{0{,}9797} \approx -1{,}42.$$

Luînd în considerație că funcția $\varphi(x)$ este pară, adică $\varphi(-1{,}42) = \varphi(1{,}42)$, din tabel obținem că $\varphi(1{,}42) = 0{,}1456$.

În fine vom primi

$$p_4^1(A) \approx \frac{0{,}1456}{0{,}9797} = 0{,}15.$$

După schema lui Bernoulli obținem:

$$p_4^1(A) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k} = C_4^1 \cdot 0{,}6^1 \cdot 0{,}4^{4-1} =$$

$$= \frac{4!}{1! \cdot 3!} \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}064 = 4 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}064 = 2{,}4 \cdot 0{,}064 = 0{,}1536.$$

Problema 2.6 este rezolvată.

Problema 2.7. Care este probabilitatea că la defectarea a două elice ale unui hexacopter el se va putea menține în aer.

Rezolvare. Numărul cazurilor posibile echiprobabile este

$$n = C_6^2 = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = 15.$$

Numărul cazurilor favorabile, adică a cazurilor când la defectarea a două elice hexacopterul va rămâne în aer este $m = 3$. Dar atunci probabilitatea [4, p. 23, Definiția 1.5]

$$p = \frac{m}{n} = \frac{3}{15} = 0{,}2.$$

Problema 2.7 este rezolvată.

Problema 2.8. Care este probabilitatea că la defectarea cel mult a două elice ale unui hexacopter el va rămâne în aer.

Rezolvare. Numărul cazurilor posibile echiprobabile este $n = n_1 + n_2$, unde n_1 este numărul cazurilor posibile când sa defectat numai o elice la hexacopter, iar n_2 este numărul cazurilor posibile când sau defectat două elice. Deoarece hexacopterul are șase elice, obținem $n_1 = 6$, iar $n_2 = 15$. Deci $n = 21$. Numărul cazurilor când hexacopterul va rămâne în aer este: $m = 6 + 3 = 9$. Deci probabilitatea $p = \frac{3}{7}$.

Problema 2.8 este rezolvată.

Concluzii

Vehiculele aeriene fără pilot ne permit să consolidăm noțiunile matematice aferente temelor:

– funcția exponențială;

– ecuații și inecuații exponențiale;

– elemente de combinatorică;

– experiențe și evenimente;

– eveniment implicat de alt eveniment;

– operații cu evenimente;
– evenimente compatibile și incompatibile;
– evenimente complementare;
– definiția probabilității și proprietățile ei;
– repartiția Poisson.

Metodele matematice aplicate sunt indiscutabil utile în diagnosticul aferent vehiculelor aeriene fără pilot.

BIBLIOGRAFIE

1. AFANAS, D. Metodologia implementării dronelor în procesul educațional general din perspectiva STEAM. Chișinău: F. E.-P. Tipografia Centrală, 2020. 108 p. (ISBN 978-9975-117-51-7).
2. https://mai.ru/press/news/detail.php?ID=111528
3. https://dexonline.ro/definitie/fiabilitate
4. ZAMBIȚCHI Dumitru, BUZURNIUC Ștefan. Elemente de teoria probabilităților și statistică matematică. Chișinău: Evrica, 2001, 200 p. (ISBN 9975-941-74-5)

CURIOZITĂȚILE MĂRIMILOR REMARCABILE

CURIOSITY OF REMARKABLE NUMBERS

Veronica Trifan, UPS „Ion Creangă”din Chişinău
Sergiu Port, dr. conf. univ.,
UPS „Ion Creangă”din Chişinău

Veronica Trifan, „Ion Creanga” SPU of Chisinau
ORCID: 0000-0002-9365-5692
Sergiu Port, PhD, associate professor,
„Ion Creanga” SPU of Chisinau
ORCID: 0000-0001-8923-7116

CZU: 514.12
DOI: 10.46728/c.v2.25-03-2022.p320-324

Rezumat

Acest studiu reprezintă o trecere în revistă a mărimilor remarcabile (Phi și Pi), precum și misterul diferitelor modele geometrice.

Cuvinte-cheie: raportul de aur, numere remarcabile.

Abstract

This study is an overview of the remarkable sizes (Phi and Pi), as well as the mystery of different geometric patterns.

Key-words: golden ratio, remarkable numbers.

De la artiștii Renașterii din anii 1500 până la artiștii grafici ai zilelor noastre, Phi este recunoscut pentru capacitatea sa de a trezi în oameni o vădită atracție estetică, a conferi echilibru și armonie designului artistic, artei în general.

Numărul Phi a fost instrumentul invizibil în crearea frumosului, în redarea unei congruențe operelor de artă. De la Leonardo da Vinci la Salvador Dali, mulți artiști și arhitecți