MODELAREA UNOR SISTEME DE ECUAȚII ÎN PACHETE MATEMATICE

MODELING OF SYSTEMS OF EQUATIONS IN MATHEMATICAL PACKAGES

Zinaida Ghilan, dr., conf. univ.
UPS „Ion Creangă"din Chișinău
Victor Pricop, dr., conf. univ.
Universitatea Tehnică a Moldovei

Zinaida Ghilan, PhD, associate professor
„Ion Creanga" SPU of Chisinau
ORCID: 0000-0002-7216-5096
Victor Pricop, PhD, associate professor
Tehnical University of Moldova
ORCID: 0000-0001-9321-6107

CZU: 517.9:004
DOI: 10.46728/c.v2.25-03-2022.p306-314

Rezumat

În aceasta lucrare ne vom referi la modelarea sistemelor de ecuații omogene, simetrice, sisteme de funcții trigonometrice directe și inverse, cât și a sistemelor de ecuații logaritmice și exponențiale. Modelarea sistemelor de ecuații se realizează în pachetele matematice Maple, Wolfram Mathematica.

Cuvinte-cheie: sisteme de ecuații, metode de rezolvare.

Abstract

In this paper we will refer to the modeling of systems of homogeneous, symmetric, systems of direct and inverse trigonometric functions, as well as systems of logarithmic and exponential equations. The modeling of systems of equations is carried out in mathematical packages Maple, Wolfram Mathematica.

Key-words: system of equations, solving methods.

Introducere

Modelarea sistemelor de ecuații pot fi implementate în diverse pachete matematice, fie implicit, fie prin programare. La rezolvarea sistemelor de ecuaţii se aplică diverse metode: adunarea algebrică, substituţia variabilelor, eliminarea variabilelor, descompunerea în factori, etc. Conform curriculumului şcolar elevii se familiarizează cu sistemele de m ecuaţii cu n necunoscute.

În continuare vom studia și rezolva diverse tipuri de sisteme de ecuații. Algoritmul de rezolvare a sistemelor de ecuaţii liniare este mai complicat decât algoritmul de rezolvare a unei ecuaţii liniare cu o singură variabilă, deoarece pentru fiecare metodă pot fi utilizate diferiţi algoritmi de rezolvare a sistemelor de ecuaţii liniare cu două necunoscute.

Definiție. *Se numește soluție a sistemului de două* (*trei*) *ecuații cu două* (*trei*) *necunoscute perechea ordonata* (*a*,*b*) *de valori* (*tripetul ordonat* (*a*,*b*,*c*) *de valori*) *ale necunoscutelor, care este soluția fiecărei ecuații din sistemul dat, cu alte cuvinte, care transformă fiecare ecuație într-o egalitate numerică adevarată* [1].

A rezolva un sistem de ecuații înseamnă a găsi toate soluțiile lui. Mulțimea soluțiilor unui sistem de ecuații (notată cu *S*) este intersecția mulțimilor soluțiilor ecuațiilor din sistem.

Un sistem de ecuații se numește compatibil, dacă el are cel puțin o soluție. Sistemul, care are o mulțime finită de soluții se numește compatibil determinat. Sistemul, cel care admite o infinitate de soluții se numeste compatibil nedeterminat. Un sistem de ecuații, care nu are soluții se numeste incompatibil.

Rezolvarea sistemului de ecuații începe, de regulă, cu determinarea domeniului valorilor admisibile (DVA) al sistemului. Domeniul de valori admisibile al sistemului de ecuaţii este intersecţia domeniilor de valori admisibile ale ecuaţiilor sistemului.

Regula de bază privind rezolvarea sistemelor de ecuaţii constă în utilizarea transformărilor echivalente.

Definiție. *Două sisteme de ecuații se numesc echivalente dacă mulțimile lor de soluții sunt egale. Echivalenţa sistemelor de ecuaţii se notează cu simbolul* ” $\Leftrightarrow$ ". *Sistemele incompatibile sunt echivalente*.

Vom enumera unele transformări fundamentale care păstrează echivalența sistemelor. Fie o mulțime *M* (în particular DVA) în care ecuațiile sistemului au sens.

I. Dacă schimbăm ordinea ecuaţiilor în sistem, atunci obţinem un sistem echivalent cu cel iniţial în mulţimea *M*.

II. Dacă înlocuim o ecuaţie a sistemului printr-o ecuaţie echivalentă, atunci obţinem un sistem echivalent cu cel iniţial în mulţimea *M*.

III. Dacă o ecuaţie a sistemului exprimă o necunoscută prin celelalte necunoscute şi această expresie se înlocuieşte în celelalte ecuaţii, atunci ecuaţia dată împreună cu celelalte ecuaţii noi obţinute formează un sistem echivalent cu cel iniţial în mulţimea *M*.

IV. Dacă înlocuim o ecuaţie a sistemului printr-o ecuaţie care se obţine în urma adunării algebrice (adunării sau scăderii ecuaţiilor membru cu membru) a ecuaţiei date cu orice altă ecuaţie a sistemului, atunci obţinem un sistem echivalent cu cel iniţial în mulţimea *M*. Metoda adunării algebrice se mai numeşte metoda reducerii. Dacă în urma transformărilor nu se obţin sisteme echivalente, este posibilă apariţia soluţiilor străine, excluderea cărora se face prin raportare la DVA şi prin verificare în sistemul iniţial. Principală idee, care stă la baza rezolvării unui sistem de ecuații constă în reducerea lor la o singură ecuație cu o singură variabilă. De asemenea, este posibilă şi pierderea soluţiilor sistemului iniţial. Alegerea transformărilor, desigur, este determinată de specificul ecuațiilor sistemului. Astfel, putem menționa că, metodele de rezolvare a sistemelor de ecuații pot fi implementate în diverse pachete matematice, fie implicit, fie prin programare. În continuarie vom rezolva sisteme de ecuații de diferite tipuri.

Sisteme de ecuaţii omogene

Definiţie. *Ecuaţia algebrică se numeşte omogenă de gradul* m *dacă toate monoamele de grad nenul, care apar în ea au acelaşi grad* m. *Sistemul cu toate ecuaţiile omogene de gradul* m *se numeşte sistem omogen de gradul* m. *Un sistem de ecuaţii liniare se numeşte omogen dacă termenul liber al fiecărei ecuaţii este nul* [2, 3].

În caz general sistemul omogen de gradul al doilea are forma [2]:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2. \end{cases}$$

(1)

Vom descrie succint algoritmul de rezolvare. Sistemul se numește omogen, deoarece necunoscutele au același grad. La început, presupunem că $d_1 \neq 0$ și $d_2 \neq 0$. Există în acest caz două numere reale α și β diferite de zero, astfel încît $\alpha d_1 + \beta d_2 = 0$. Atunci prima ecuație se înmulțește cu α și cea de a doua cu β și apoi se adună. Obținem sistemul

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ (\alpha a_1 + \beta a_2)x^2 + (\alpha b_1 + \beta b_2)xy + (\alpha c_1 + \beta c_2)y^2 = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Coeficienții din ecuația (2) vom nota prin $a_3 = \alpha a_1 + \beta a_2$, $b_3 = a b_1 + \beta b_2$, $c_3 = a c_1 + \beta c_2$ avem următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1, \\ a_3x^2 + b_3xy + c_3y^2 = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Deoarece $d_1 \neq 0$ sistemul (2) nu are soluția x=0 și y=0. Presupunem că $x \neq 0$, atunci ecuația a doua din sistemul (3) împărțim cu x^2 și obținem ecuația de gradul doi în $\frac{y}{x}$.

$$c_3\left(\frac{y}{x}\right)^2 + b_3\frac{y}{x} + a_3 = 0 \qquad (4)$$

Rezolvăm aceasta ecuație în rezultatul căruia obținem două valori t_1 și t_2 pentru $\frac{y}{x}$, $\frac{y}{x} = t_1$ și $\frac{y}{x} = t_2$.

Rezolvarea sistemului de ecuații (1) este echivalentă cu rezolvarea a două sisteme de ecuații formată dintr-o ecuație de gradul întîi și o ecuație de gradul al doilea:

$$\begin{cases} y = t_1x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \end{cases} \qquad (5)$$

și

$$\begin{cases} y = t_2x \\ a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1. \end{cases} \qquad 6)$$

Dacă d_1=0 sau d_2=0 sistemul (1) este de forma (3) și rezolvarea se face conform sistemului (4).

În continuare vom rezolva sisteme de ecuații de diferite tipuri.

Exemplul 1. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}$.

Rezolvare. Observăm că în sistemul de ecuații liniare prima ecuație are termenul liber egal cu zero. Împărțim prima ecuație la y^2 și avem:

$$\begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4xy + y^2 = 0 \,\Big|\, \frac{1}{y^2} \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3\frac{x^2}{y^2} - 4\frac{x}{y} + 1 = 0 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases}.$$

Facem schimbarea de variabilă $\frac{x}{y}$=t și prin rezolvare obținem rădăcinile ecuației de gradul al doilea t_1=1 și t_2=1/3. Prin urmare avem:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} \frac{x}{y} = 1 \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \\ \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{1}{3} \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = y \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 3x \\ x^2 + 2y^2 = 19 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = y \\ x^2 + 2x^2 = 19 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 3x \\ x^2 + 18x^2 = 19 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = y \\ 3x^2 = 19 \end{cases} \\ \begin{cases} y = 3x \\ 19x^2 = 19 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases} x = y \\ x = \pm\sqrt{\frac{19}{3}} \end{cases}, y = \pm\sqrt{\frac{19}{3}}, \\ \begin{cases} y = 3x \\ x = \pm 1, y = \pm 3 \end{cases}\end{array}\right.$$

$$S=\left\{(1,3); (-1,-3); \left(\sqrt{\frac{19}{3}}, \sqrt{\frac{19}{3}}\right); \left(-\sqrt{\frac{19}{3}}, -\sqrt{\frac{19}{3}}\right)\right\}$$

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 1. S-a utilizat comanda *solve* pentru rezolvare și *allvalues* pentru afișarea explicită a soluțiilor.

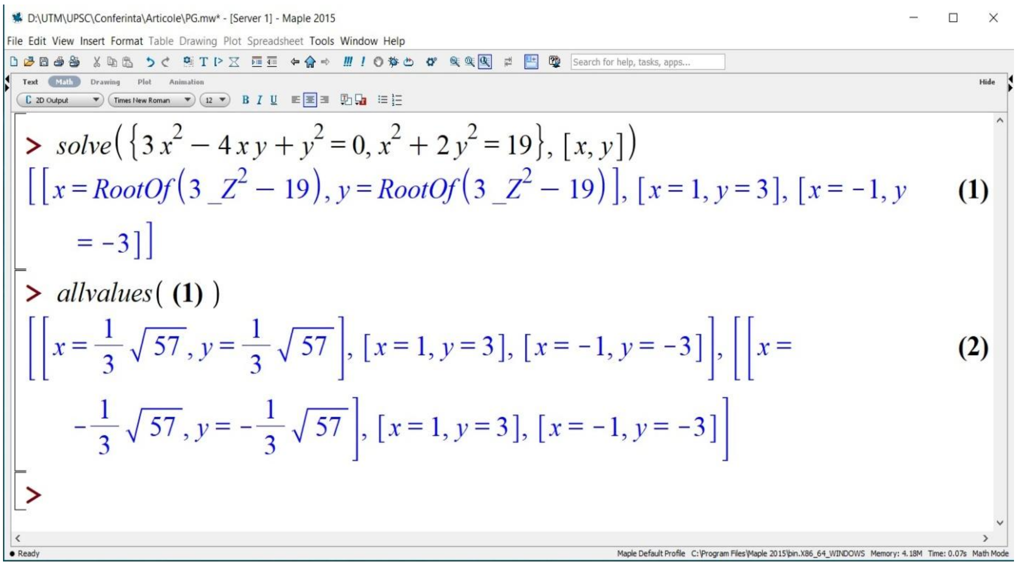

Figura 1. Rezolvarea sistemului în Maple

Remarcă. *Pentru a rezolva un sistem omogen, este necesar să scriem matricea sistemului și, folosind transformări elementare, să o aducem la formă în trepte.*

Rețineți. *Nu este necesar să scrieți bara verticală și coloana zero a membrilor liberi - deoarece orice ați face cu zerouri, acestea vor rămâne zero.*

Exemplul 2. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y + mz = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \end{cases}$, unde m este un parametru real.

Rezolvare. Sistemul de ecuații liniare dat este omogen. Numărul de ecuații este egal cu numărul necunoscutelor. Condiția ca un asemenea sistem de ecuații să admită soluții nenule constă în aceea ca determinantul rangul matricii sistemului să fie nul.

Avem matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & m \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$, aflăm determinantul det $A=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & m \\ 4 & 1 & 5 \end{vmatrix}=3(m+1)=0$, rezultă $m+1=0$, de unde $m=-1$ și sistemul de ecuații devine: $\begin{cases} x + y + 3z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ 4x + y + 5z = 0 \end{cases}$. Aflăm matricea $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & -1 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$. Calculăm rangul matricei $A=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}=-3$. Deci rangul matricei A

este egal cu doi și aceasta este determinantul principal. Astfel, ecuațiile principale sunt: $\begin{cases} x+y=-3z \\ 2x-y=z \end{cases}$,

unde z este necunoscuta secundară. Notăm prin necunoscută $z=\mu$. Rezolvăm acest sistem obținem: $\begin{cases} x+y=-3z \\ 2x-y=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3z-y \\ -6z-2y-y=z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3z-y \\ -3y=7z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{2z}{3} \\ y=-\frac{7z}{3} \end{cases}$.

Răpunsul poate fi scris sub forma $x=-\frac{2\mu}{3}, y=-\frac{7\mu}{3}, z=\mu$.

Rezolvarea sistemului parametric în Maple este prezentată în figura 2.

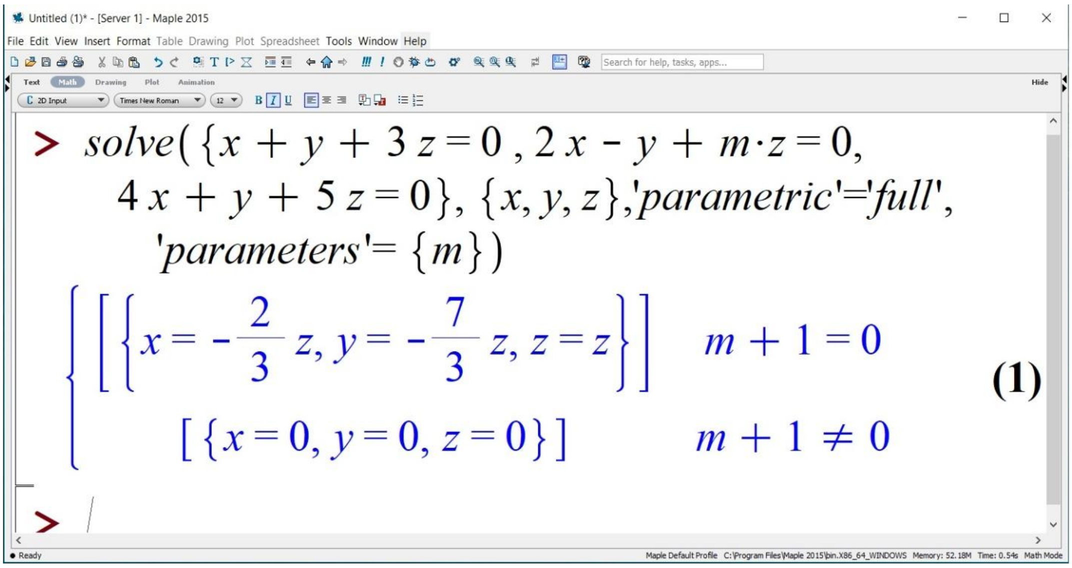

Figura 2. Rezolvarea sistemului parametric în Maple

Sisteme de ecuaţii simetrice

Definiţie. *Ecuaţia cu două necunoscute se numeşte simetrică dacă, înlocuind* x *cu* y *şi* y *cu* x, *ecuaţia nu se schimbă.Sistemul format din ecuaţii simetrice se numeşte sistem simetric.*

Observaţie. *Deoarece ecuaţiile cu două necunoscute ale unui sistem simetric nu se schimbă la înlocuirea lui* y *cu* x *şi a lui* x *cu* y, *rezultă că dacă* $x=a, y=b$ *este soluţie a sistemului simetric, atunci şi* $x=b, y=a$ *este la fel o soluţie a acestui sistem.*

Sistemul simetric cu două necunoscute poate fi rezolvat prin metoda utilizării necunoscutelor auxiliare. Se examinează noile necunoscute u, v date de relaţiile $x+y=u,\ xy=v$. Prin utilizarea necunoscutelor auxiliare, sistemul simetric deseori se reduce la un sistem de ecuaţii mai simple.

Exemplul 3. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul $\begin{cases} x+y+xy=23 \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$.

Rezolvare. Analizăm sistemul și observăm că în ecuația a doua putem face următoarele modificări: adunăm și scădem $2xy$ de unde obținem $x^2+y^2+2xy-2xy=34$, deci $(x+y)^2-2xy=34$. Notăm $x+y=t$, și $xy=z$. Rezultă că sistemul de ecuații are forma $\begin{cases} x+y+xy=23 \\ x^2+y^2=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t+z=23 \\ t^2-2z=34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=23-z \\ t^2-2z=34 \end{cases}$.

Prin urmare:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 23 - z \\ t^2 + 2t - 80 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = 8 \\ t_2 = -10 \\ z_1 = 17 \\ z_2 = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} x + y = -10 \\ xy = 33 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 8 - y \\ y(8 - y) = 15 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10 - y \\ (-10 - y)y = 33 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 8 - y \\ y^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -10 - y \\ y^2 + 10y + 33 = 0 \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 5 \end{cases} \\ \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = 3 \end{cases} \end{array} \right.$$

$S=\{(3;5),(5;3)\}$

Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica este prezentată în figura 3.

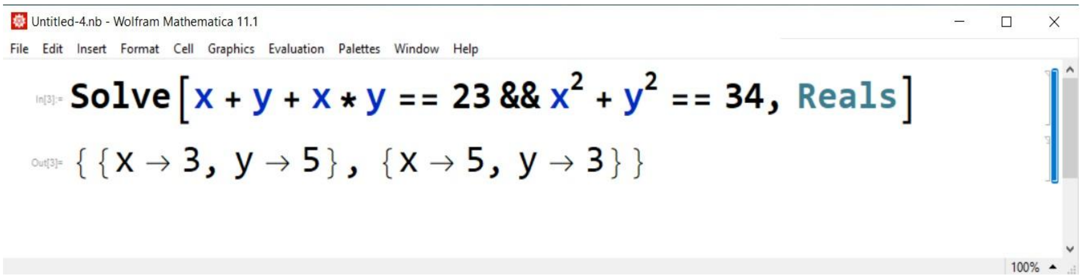

Figura 3. Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica

Sisteme logaritmice și exponențiale

Exemplul 4. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul $\begin{cases} \log_3(\lg x + lgy) - \log_9(\lg y) = 1 \\ \log_9(\lg x - lgy) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$.

Rezolvare. Aflăm domeniul de valori admisibile (DVA) $x>0$, $y>0$, $lg\ x+lg\ y > 0$, $lgx-lgy >0$, de unde rezultă că $lg\ x > lg\ y$. Efectuând unele transformări și utilizând proprietățile logaritmilor sistemul de ecuații poate fi scris sub forma:

$$\begin{cases} \log_3(\lg x + lgy) - \log_9(\lg y) = 1 \\ \log_9(\lg x - lgy) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\lg x + lgy) - \log_{3^2}(\lg y) = 1 \\ \log_{3^2}(\lg x - lgy) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3(\lg x + lgy) - \dfrac{1}{2}\log_3(\lg y) = 1 \\ \dfrac{1}{2}\log_3(\lg x - lgy) - \log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3(\lg x + lgy) - \log_3(\lg y) = 2 \\ \log_3(\lg x - lgy) - 2\log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\log_3(\lg xy) - \log_3(\lg y) = \log_3 9 \\ \log_3(\lg x - lgy) - 2\log_3(\lg y) = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 (\lg xy)^2 - \log_3(\lg y) = \log_3 9 \\ \log_3(\lg \dfrac{x}{y}) - \log_3 (\lg y)^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (\lg x + \lg y)^2 = 9(\lg y) \\ \lg x - \lg y = (lgy)^2 \end{cases}.$$

De unde $lgx = lg^2y + lgy$. Înlocuim în prima ecuație $(lg\ x + lg\ y)^2 = 9(lg\ y)$ $\Rightarrow (lg^2y + \lg y + \lg y)^2 = 9(\lg y)$ $\Rightarrow (lg^2y + 2\lg y)^2 = 9(\lg y)$. notăm $lgy=t$, unde $t \neq 0$. Obținem $t^4 + 4t^3 + 4t^2 - 9t = 0$, de unde $t(t^3 + 4t^2 + 4t - 9) = 0$. De unde $t=0$ și $t^3 + 4t^2 + 4t - 9 = 0$, având o rădăcină $t=1$. Împărțim polinomul $t^3 + 4t^2 + 4t - 9 = 0$ la x-1 obținem $t^2 + 5t + 9 = 0$, având discriminantul $\Delta = 25 - 36 = -11 < 0$, nu admite rădăcini reale. Am obținut $t=1$, deci $lg\ y=1$ de unde $y=10$, respectiv $lg\ x = lg^2 y + lg\ y = 1^2 + 1 = 2$, deci $x=100$.

$S=(100, 10)$.

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 4.

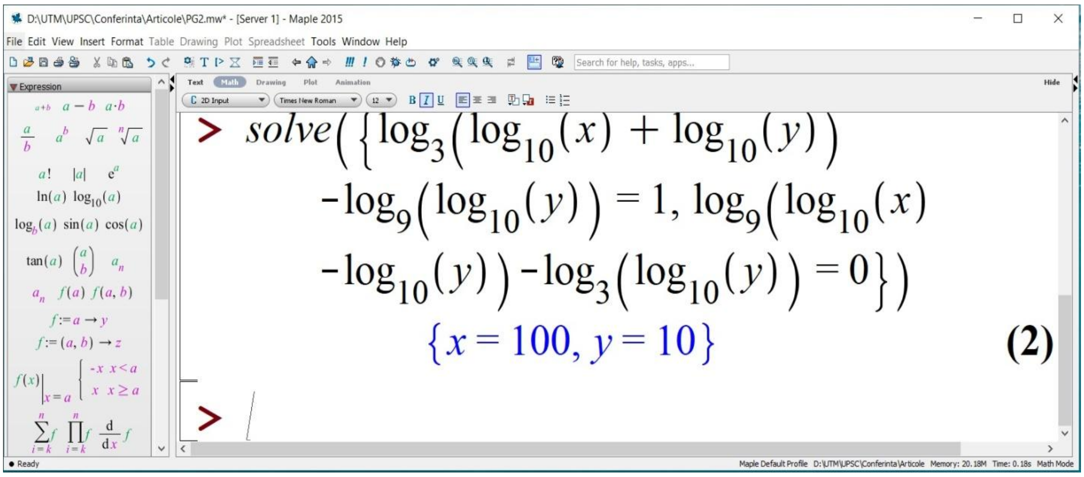

Figura 4. Rezolvarea sistemului în Maple

Exemplul 5. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul de ecuații $\begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases}$

Rezolvare. $\begin{cases} 3^x + 3^y = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^x + 3^{3-x} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow |notăm\ 3^x = t$

$$\begin{cases} 3^x + \dfrac{3^3}{3^x} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t + \dfrac{3^3}{t} = 12 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t^2 + 27 = 12t \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} [t_1 = 9;\ t_2 = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} [[x_1 = 2;\ x_2 = 1 \\ [y_1 = 1;\ y_2 = 2 \end{cases}$$

Rezolvarea în Wolfram Mathematica este prezentată în figura 5.

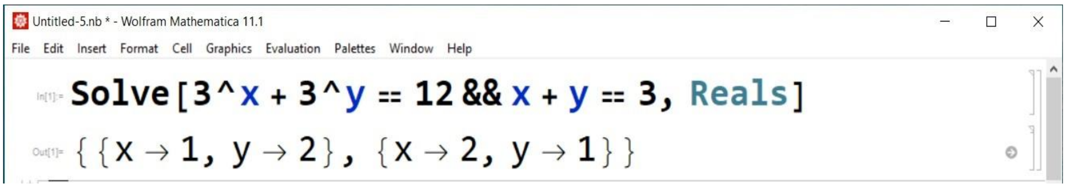

Figura 5. Rezolvarea sistemului în Wolfram Mathematica

Sisteme de ecuații trigonometrice

Sistemele de ecuații trigonometrice pot fi rezolvate, folosind aceleași metode, ca și în sistemele de ecuații algebrice, în special, acestea sunt eliminarea necunoscutelor și substituții, schimbarea variabilelor, precum metode și formule cunoscute de trigonometrie. De asemenea puteți elimina necunoscutele, folosind una din două metode: prin exprimarea unei necunoscute dintr-o ecuație și o înlocuiți în altele sau transformați aceste ecuații și apoi faceți combinații din ele, în care numărul de necunoscute scade. În practică, la rezolvarea oricărui sistem de ecuații, se utilizează una sau alta dintre caracteristicile acestuia. În special, una dintre cele mai des utilizate metode de rezolvare a unui sistem sunt transformările identice, care fac posibilă obținerea unei ecuații cu o singură necunoscută [4].

Exemplul 6. Să se rezolve în ℝ×ℝ sistemul de ecuații $\begin{cases} 9^{2tgx+\cos y}=3 \\ 9^{\cos y}-81^{tg\,x}=2 \end{cases}$.

Rezolvare. Analizăm sistemul de ecuații, vom utiliza metoda substituției. Să facem careva modificări, și anume în prima ecuație înlocuim $9^{\cos y}$ prin ecuația a doua $9^{\cos y}=2+81^{tg\,x}$, obținem $\begin{cases} 9^{2tgx+\cos y}=3 \\ 9^{\cos y}-81^{tg\,x}=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9^{2tgx}(2+81^{tg\,x})=3 \\ 9^{\cos y}=2+81^{tg\,x} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\cdot 81^{tgx}+(81^{tg\,x})^2=3 \\ 9^{\cos y}=2+81^{tg\,x} \end{cases}$

Observăm că se obține o nouă ecuație și se introduce o nouă variabilă t $=81^{tgx}$, $9^{\cos y}=2+t$. Desfacem parantezele în prima ecuație a sistemului și obținem $\begin{cases} 2\cdot t+t^2=3 \\ 9^{\cos y}=2+t \end{cases}$. Ecuația de gradul doi $t^2+2t-3=0$. Rădăcinele ecuației sunt $t_1=1$ și $t_2=-3$, de unde $81^{tgx}=1 \Rightarrow 81^{tgx}=81^0 \Rightarrow$ *tgx*=0$\Rightarrow x=\mathrm{arctg}\,0+k\pi,\ x=k\pi, k\in Z$, iar $81^{tgx}=-3$ nu are soluție. Aflăm $3^{2\cos y}=3$ înlocuim pe $2\cos y=1$, de unde $\cos y=1/2$, $y=\arccos\frac{1}{2}+2k\pi,\ k\in Z$ și $y=\pm\frac{\pi}{3}+2k\pi, k\in Z$.

S=$\left\{ x=k\pi,\ \pm\frac{\pi}{3}+2k\pi,\ k\in Z \right\}$.

Rezolvarea în Maple este prezentată în figura 6.

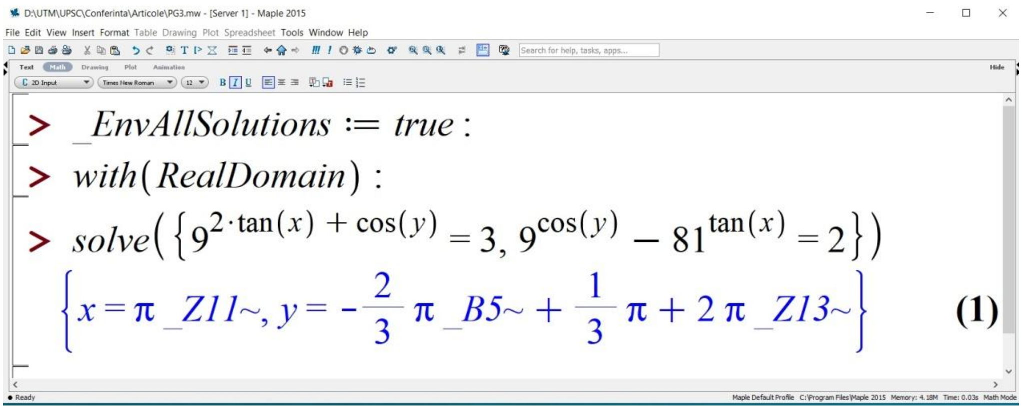

Figura 6. Rezolvarea sistemului în Maple

Concluzii

Modelarea sistemelor de ecuații se efectuiază în diverse pachete matematice Maple, Wolfram Mathematica, find o problemă actuală, își găsește aplicare în toate compartimentele matematicii prin obținerea unor cunoștințe noi, formarea unor deprinderi necesare pentru adaptarea la cerințele actuale ale societății, fără ca să dispună de cunoștințe profunde din acest domeniu. Prin urmare, aceste programe reprezintă nu numai mediu de calcul, dar și mediu de instruire.

BIBLIOGRAFIE

1. ACHIRI, P. EFROS, V. GARIT, N. PRODAN, Editura Prut Internațional, 2012. *Matematica*, manual pentru clasa X, 280p. ISBN 9975-69-345-8.
2. ION D. ION, A GHIOCA, N. NEDIȚA. *Matematica. Algebra. Manual pentru clasa a XII-a*. București: Editura didactică și pedagogică, 1980, 174 p.

3. NĂSTĂSESCU P., STĂNESCU I., NIȚA C. *Matematica. Elemente de algebră superioară.* Manual pentru clasa a XI-a. București: Editura didactică, 1987, 84 p. ISBN 973-30-5495-X.
4. *Сборник конкурсных задач по математике* для поступающих во вузы под редакцией М.И. Сканави, Изд-во: Украинская энциклопедия, 1978 г., с.522.

DIAGNOSTICUL AFERENT TEHNOLOGIEI VEHICULULUI AERIAN FĂRĂ PILOT PRIN METODE MATEMATICE[3]

DIAGNOSIS OF UNMANNED AERIAL VEHICLE TECHNOLOGY THROUGH MATHEMATICAL METHODS

Dorin Afanas, dr. conf. univ.,
UST din Chişinău
Dorin Afanas, PhD associate professor
ORCID: 0000-0001-7758-943

CZU: 519.21+519.22
DOI: 10.46728/c.v2.25-03-2022.p314-320

Rezumat

În procesul dirijării la distanță a unui vehicul aerian fără pilot uman la bord un rol important îl joacă funcționarea perfectă a tuturor componentelor lui. Pentru determinarea unei asemenea funcționalități ne vine în ajutor teoria probabilităților și statistica matematică. Funcționarea perfectă a unui vehicul aerian fără pilot uman la bord este strâns legată de conceptele *fiabilitate* și *redundanță*.

Cuvinte-cheie: fiabilitate, redundanță, vehicul aerian fără pilot, dispersie, medie, repartiția Poisson.

Abstract

The perfect operation of all its components plays an important role in the remote control of an unmanned aerial vehicle on board. Probability theory and mathematical statistics help us to determine such functionality. The perfect operation of an unmanned aerial vehicle on board is closely linked to the concepts of *reliability* and *redundancy*.

Key-words: reliability, redundancy, unmanned aerial vehicle, dispersion, average, Poisson distribution.

1. Repere teoretice

Pentru realizarea cu succes a activităților enunțate mai jos, studenții trebuie să posede următoarele cunoștințe și competențe din cadrul temelor:

- Funcția exponențială.
- Ecuații și inecuații exponențiale.
- Elemente de combinatorică.
- Experiențe și evenimente.
- Eveniment implicat de alt eveniment.
- Operații cu evenimente.
- Evenimente compatibile și incompatibile.

[3] Articol realizat în cadrul proiectului de cercetări științifice „Metodologia implementării TIC în procesul de studiere a științelor reale în sistemul de educație din Republica Moldova din perspectiva inter/transdisciplinarității (concept STEAM)”, inclus în „Program de stat” (2020-2023), Prioritatea IV: Provocări societale, cifrul 20.80009.0807.20, cu suportul financiar oferit de Agenția Națională pentru Dezvoltare și Cercetare.