

1. Sintetizați reperele metodologice ale predării-învățării numerelor 0-10 în clasa I. Argumentați aplicarea acestor reperi în cazul predării-învățării aspectului cardinal al unuia dintre numerele 0-10 (în baza manualului de clasa I).

Modelul metodologic al formării conceptului de număr natural în clasa I prevede integrarea a 3 faze:

- *faza concretă*: formarea unor grupuri de obiecte (mulțimi);
- *faza reprezentărilor*: reprezentarea prin desen a formării grupurilor de obiecte;
- *faza abstractă*: scrierea cifrei.

De obicei, se rezervează câte 2 ore pentru predarea fiecărui număr al primei zeci:

- La prima lecție se dezvoltă *aspectul cardinal* al numărului natural (câți, câte?), se familiarizează cu *aspectul ordinal* al numărului natural (al câtelea, a câta?) și cu *componența numărului*.
- La lecția a doua – se antrenează și se dezvoltă cunoștințele dobândite.
- După învățarea a câteva numere consecutive se realizează lecții integrative, de exemplu: Numerele 1-3; Numerele 1-5” etc.

În *predarea-învățarea aspectului cardinal* al numerelor 0-10 se urmărește înțelegerea principiului de formare a șirului numerelor 0-10: „Pentru a obține numărul următor, adăugăm o unitate la numărul respectiv.”

În *predarea-învățarea compunerii și a descompunerii numerelor* se urmărește memorarea conștientă a tuturor cazurilor posibile. Astfel, se asigură baza învățării ulterioare a tablei adunării și scăderii.

În *predarea-învățarea aspectului ordinal* al numerelor 0-10 se urmărește formarea capacităților:

- de comparare a numerelor, folosind semnele corespunzătoare (<, =, >);
- de ordonare a numerelor 0-10 (în ordine crescătoare și descrescătoare);
- de identificare a vecinilor numărului;
- de formare treptată a noțiunilor de număr par și număr impar.

Pentru predarea numărului zero există diferite variante metodologice:

1. În baza mulțimilor *vide* (înainte de predarea-învățarea numărului 1)

Se observă și se descriu imagini potrivite: într-un acvariu gol sînt 0 pești; într-o colivie pustie sînt 0 păsări etc.

2. În baza scăderii succesive a unei unități

Această variantă este posibilă doar după introducerea operației de scădere. De exemplu, dacă operația de scădere s-a introdus după învățarea numerelor 1-5.

Se realizează scăderi succesive $5 - 1 = 4$; $4 - 1 = 3$; $3 - 1 = 2$; $2 - 1 = 1$. În rezultatul ultimei scăderi se introduce numărul zero: $1 - 1 = 0$.

3. În baza confruntării unor situații de problemă care ilustrează scăderi cu restul 0 (în manualul actual se realizează această variantă – înainte de predarea-învățarea numărului 10).

Se propune o pereche de imagini corespunzătoare (manual cl. I, pag. 32) și se întreabă «Ce s-a schimbat?». În baza răspunsurilor, se introduce numărul zero:

- În prima imagine era un aricel. El s-a speriat de ploaie și a fugit. În imaginea a doua nu este niciun aricel, spunem că sînt zero aricele.
- În prima imagine erau 2 păsărele. Ele s-au speriat de ploaie și au zburat. În imaginea a doua nu este nicio păsărică, spunem că sînt zero păsărele.

Predarea-învățarea aspectului cardinal al numărului 4 (manual cl. I, pag. 18).

Faza concretă

La această etapă se lucrează frontal-individual cu materiale distributive.

Se formează un grup de 3 obiecte identice (obiecte reale sau imagini decupate); numărul de obiecte trebuie să fie egal cu numărul natural învățat anterior. Se mai adaugă un obiect care se deosebește de celelalte prin culoare, mărime sau formă. Se numără toate obiectele și astfel se introduce numărul nou. De exemplu: Am luat 3 mere mari, am mai pus un măr mic și am obținut 4 mere.” Este important să se comenteze evidențind

principiul formării numărului nou: „Trei și încă unu fac patru. Pentru a obține patru, am adăugat o unitate la numărul precedent – la trei.”

În continuare se modelează numărul nou cu ajutorul altor obiecte – 2-3 activități. Astfel elevii vor agunge treptat, pe parcursul studierii numerelor 0-10, să înțeleagă numărul natural ca proprietate comună a claselor de mulțimi finite echipotente (cu același număr de elemente).

Faza reprezentărilor

La această etapă elevii lucrează cu imaginile sugestive din manual și desenează în caiete procesul formării numărului nou. Se desenează bețișoare, cerculețe, se colorează pătrățele etc.

▪ Observați imaginea cu fetița. Ce vedeți pe rafturi? (3 câni albastre și 3 farfurii albastre.) Haideți să desenăm cânilor în caiete prin pătrățele albastre.

▪ Acum să desenăm sub fiecare pătrățel un cerc albastru. Cite cercuri ați desenat? Cum credeți, ce am reprezentat prin aceste cercuri? (cele 3 farfurii de pe raft.)

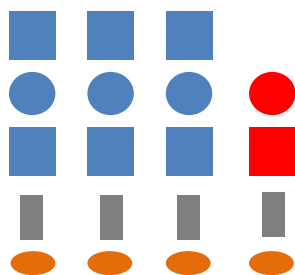
▪ Observați imaginea și spuneți – ce face fetița? (Mai spală o farfurie – una roșie.) Cum credeți că putem să reprezentăm aceasta pe desen? (Să mai desenăm un cerculeț roșu lângă cerculețele albastre.)

▪ Cîte cerculețe am obținut? (trei și încă unul – patru). Cîte farfurii am observat în imagine? (trei și încă una – patru).

▪ Haideți să desenăm dedesubt cânilor pe care băiețelul le aranjează pe masă. Cum credeți că vom desena? (3 pătrățele albastre și încă un pătrățel roșu.) Cîte pătrățele sînt? (4) Cum s-a obținut 4? (3 și încă 1.) Cîte câni sunt pe masă? (4) Cum s-a obținut 4? (3 și încă 1.)

▪ Priviți cu atenție imaginea cu băiețelul. Ce mai observați cîte patru? (4 lingurițe pe masă, 4 picioare are masa, 4 labe are pisica). Haideți să le desenăm și pe acestea.

În rezultatul activității, la tablă și în caiete se obține:



▪ În continuare, elevii se familiarizează cu aspectul ordinal al numărului 4.

- Observați bobocii de mai jos. Câți bobocci au ieșit deja din ouă? (3) Ce se întâmplă acum? (Mai iese o bobocică.) Câți bobocci sînt? (4) Cum s-a obținut 4? (Trei bobocci și încă o bobocică)

Pe parcursul studierii numerelor 0-10 elevii vor observa cum se rînduiesc: un bobocel, o bobocică, iarăși un bobocel, apoi iarăși o bobocică etc. Cînd apare din ou un bobocel (primul, al treilea, al cincilea etc.), el încă nu are pereche. Zicem că numerele unu, trei, cinci etc. sînt numere impare, fără pereche. Cînd apare din oul următor o bobocică (a doua, a patra, a șasea etc.), toți bobocci au pereche. Zicem că numerele doi, patru, șase etc. sînt numere pare, cu pereche.

▪ În continuare, în baza imaginilor de mai jos, se consolidează formarea lui 4 ca 3 și încă 1.

- Observați piesele Lego de mai jos. Cîte sînt? (4) Cum s-au obținut 4? (S-au pus trei piese verzi și încă una roșie).

- Cîte frunze sînt pe ram? Cîte bancnote de 1 lei sînt? Cîte laturi are pătratul? Dați exemple – ce mai poate fi patru?

Faza abstractă

Se introduce cifra 4, se antrenează scrierea ei. Se observă cifra 4 pe ceasul din imagine.

Este important să se stabilească legătura triplă: grup de obiecte – număr – cifră. Cu alte cuvinte, copilul trebuie să poată citi cifra rostind numeralul cardinal și să dea exemple de grupuri cu 4 obiecte. De exemplu: „Aceasta este cifra 4. Cu ajutorul acestei cifre se scrie numărul patru. Pisica are 4 labe, scaunul are 4 picioare.”

2. Relatați despre fazele formării noțiunii de adunare în clasa I. Proiectați schematic predarea-învățarea unui caz tabelar de adunare (în baza manualului de clasa I).

Noțiunea de adunare se introduce după ce elevii au însușit conceptul de număr natural, au construit progresiv șirul 0-10, au cercetat și au memorat conștient toate posibilitățile de compunere / descompunere a numerelor 0-10. Anume acestea constituie baza predării-învățării adunării numerelor naturale 0-10.

În formarea noțiunii de adunare se integrează următoarele trei faze:

- **faza concretă** (acțiuni concrete cu obiecte concrete), scopul căreia constă în dirijarea elevilor spre înțelegerea sensului concret al adunării: *rezultatul adunării a două numere este cardinalul reuniunii a două mulțimi disjuncte finite care au fiecare atâtea elemente câte corespund numerelor care se adună*;
- **faza reprezentărilor** în care obiectele concrete se reprezintă prin desene: elevii desenează pe caiete grupuri de cerușe, bețișoare etc. și încercuiesc reuniunea acestor mulțimi;
- **faza abstractă** în care elevii scriu cu cifre și semne (+, =) operația de adunare și denumesc numerele la adunare (termeni și sumă).

Aceste trei faze se integrează în baza imaginilor sugestive din manual, care prezintă situații de problemă:

- se alcătuiește oral o problemă după imagine;
- se efectuează rezolvarea cu sprijin în obiecte (faza concretă), folosind materiale didactice distributive, sau cu sprijin în desene (faza reprezentărilor) la tablă și pe caiete;
- se scrie exercițiul de rezolvare, care se citește folosind terminologia matematică corespunzătoare (faza abstractă).

Se propun trei tipuri de situații-problemă:

1. **situații dinamice**, în care operația de adunare este reprezentată printr-un verb: au venit; a luat; a primit; a mai pus etc.; (În curte erau 3 copii. Au mai venit 2. Câți copii sînt acum în curte?); acest tip de situație-problemă corespunde problemelor simple de aflare a sumei, în care cuvintele principale sînt verbe. (În cazul problemei despre copii, cuvintele principale sînt verbele: Erau; Au venit.)
2. **situații statice**, în care operația de adunare este reprezentată prin cuvintele: în total; împreună; la un loc; (Ana are 3 mere roșii și 2 mere verzi. Cîte mere are în total?); acest tip de situație-problemă corespunde problemelor simple de aflare a sumei, în care cuvintele principale sunt substantive sau adjective. (În cazul problemei despre Ana, cuvintele principale sînt adjective: Roșii; Verzi.)
3. **situații care relevă relația de echivalență între mulțimi**; aici operația de adunare este reprezentată prin expresia „cu... mai mult” în construcții sintactice directe. (Ion are 3 mere, iar Ana – cu 2 mai mult. Cîte mere are Ana?); în rezolvarea acestor probleme este foarte importantă înțelegerea sensului expresiei „cu... mai mult”: tot atît și încă ... ; acest tip de situație-problemă corespunde problemelor simple de mărire a unui număr cu cîteva unități, în construcție sintactică directă.

Proiectarea schematică a predării-învățării tablei adunării cu 3. (manual cl. I, p. 46)

▪ **Actualizarea cunoștințelor în baza imaginii sugestive** (sarcina nr. 1)

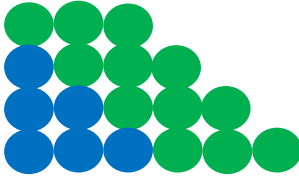
- Observăm și descriem imaginea cu maimuțelele: „Maimuțica are 4 banane. Maimuțelul îi mai oferă 3 banane și acum ea va avea în total 7 banane.”
- Observăm și explicăm imaginea cu cerușele: „4 cerușe albastre reprezintă bananele Maimuțicăi (albastru – culoarea rochiței ei), 4 este primul termen. 3 cerușe verzi reprezintă bananele pe care i le oferă Maimuțel (verde – culoarea pantalonășilor lui), 3 este al doilea termen. Numărul total de banane – este suma $4 + 3$. Pentru a afla această sumă, numărăm toate cerușele, - în total sînt 7 cerușe, Maimuțica are acum în total 7 banane.”

Este important să atenționăm elevii la aceea că sumă se numește nu doar rezultatul adunării, dar și scrierea acesteia cu ajutorul cifrelor și a semnului plus ($4 + 3$).

▪ **Construcția modelelor obiectuale și simbolice** (cazurile $n + 3$)

Rînd cu rînd, la tablă se construiesc modele obiectuale cu ajutorul cerușelor, la fel ca în imaginile din sarcina nr. 2. La tablă și în caiete se scriu în coloniță adunările respective (modele simbolice).

Modele obiectuale



Modele simbolice

$$0 + 3 = 3$$

$$1 + 3 = 4$$

$$2 + 3 = 5$$

$$3 + 3 = 6 \text{ etc.}$$

Se recomandă a implica elevii în construcția modelelor obiectuale, de exemplu începând cu cazul $5 + 3$.

Alcătuirea exercițiilor corespunzătoare de adunare se realizează cu ajutorul următoarelor întrebări: «Câte cerculețe albastre am pus? Câte verzi? Câte cerculețe sînt în total?»

▪ *Utilizarea proprietății comutative a adunării* (cazurile $3 + n$)

După obținerea coloniței de adunări cu 3 (cazurile $n + 3$), precizăm ordinea în care am numărat cerculețele: de la stînga spre dreapta. Apoi le propunem elevilor să numere cerculețele de la dreapta spre stînga și să scrie adunările corespunzătoare. Elevii trebuie dirijați să observe că dacă schimbăm ordinea termenilor, suma rămîne aceeași. Astfel, se obține încă o coloniță de adunări (cazurile $n + 3$):

$$3 + 0 = 3$$

$$3 + 1 = 4$$

$$3 + 2 = 5 \text{ etc.}$$

La final, se observă maimuțelele care au construit în manual tabla adunării cu 3 – ceea ce este scris pe stegulețele lor (sarcina nr. 2):

- Maimuțelul a calculat cazurile de adunare cu 3 (cazurile $n + 3$). El a fost activ, a aranjat cerculețe, le-a numărat, a scris adunările respective.
- Maimuțica a realizat cazurile de adunare a numărului 3 (cazurile $3 + n$). Ea este foarte relaxată, deoarece i-a fost mult mai ușor – doar a schimbat termenii cu locul și atît, a obținut aceleași rezultate.

▪ *Aplicarea tablei adunării cu 3 în rezolvarea exercițiilor și problemelor* (sarcinile nr. 3-5)

3. Relatați despre fazele formării noțiunii de scădere în clasa I. Proiectați schematic predarea-învățarea unui caz tabelar de scădere (în baza manualului de clasa I).

Noțiunea de scădere a numerelor naturale se introduce paralel cu noțiunea de adunare, după ce s-a construit progresiv șirul numeric 0-10 și s-a însușit compunerea/descompunerea numerelor 0-10.

În formarea noțiunii de adunare se integrează următoarele trei faze:

▪ **faza concretă**, scopul căreia constă în dirijarea elevilor spre înțelegerea sensului concret al operației de scădere a numerelor naturale, care, pe planul mulțimilor, prezintă *diferența dintre o mulțime și o submulțime a sa*, adică, *la baza operației de scădere stă conceptul de mulțimi complementare*; în această fază se manipulează cu materiale distributive, efectuând acțiuni de separare, tăiere, suprapunere, pliere.

• **faza reprezentărilor** în care obiectele concrete se reprezintă prin desene: elevii desenează pe caiete mulțimi de cerculețe, bețișoare etc., barînd (tăind cu linii) mulțimea-scăzător și încercuind sau colorînd mulțimea-diferență;

• **faza abstractă** în care se introduce semnul grafic al scăderii ($-$) și se denumesc numerele la scădere (descăzut, scăzător, diferență/rest); prin exemple și contraexemple se scoate în evidență faptul că *descăzutul nu poate fi mai mic decât scăzătorul*.

Ca și la adunare, pentru a realiza aceste trei faze, se rezolvă situații de problemă în baza unor imagini sugestive din manual, care corespund problemelor simple de aflare a restului și de micșorare a unui număr cu câteva unități (în construcție sintactică directă):

- se alcătuieste oral o problemă după imagine;
- se efectuează rezolvarea cu sprijin în obiecte (faza concretă), folosind materiale didactice distributive, sau cu sprijin în desene (faza reprezentărilor) la tablă și pe caiete;
- se scrie exercițiul de rezolvare, care se citește folosind terminologia matematică corespunzătoare (faza abstractă).

Proiectarea schematică a predării-învățării tablei scăderii cu 3. (manual cl. I, p. 47)

▪ **Actualizarea cunoștințelor în baza imaginii sugestive** (sarcina nr. 1)

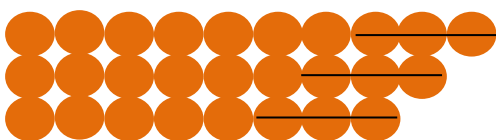
- Observăm și descriem imaginea cu iepurașii: „Iepurica are 7 morcovi. Ea îi oferă lui Iepurel 3 morcovi și îi rămân 4 morcovi.”
- Observăm și explicăm imaginea cu cerculețe: „7 cerculețe reprezintă cei 7 morcovi pe care îi avea Iepurica la început, 7 este descăzutul. 3 cerculețe barate reprezintă cei 3 morcovi pe care ea i le-a oferit lui Iepurel, 3 este scăzătorul. Numărul de morcovi care i-au rămas – este diferența $7 - 3$. Pentru a afla această diferență, numărăm cerculețele rămase - au rămas 4. Iepuricăi i-au rămas 5 morcovi.”

Este important să atenționăm elevii la aceea că diferență se numește nu doar rezultatul scăderii, dar și scrierea acesteia cu ajutorul cifrelor și a semnului minus ($7 - 3$).

▪ **Construcția modelelor obiectuale și simbolice**

Rînd cu rînd, la tablă se construiesc modele obiectuale cu ajutorul cerculețelor, la fel ca în imaginile din sarcina nr. 2. La tablă și în caiete se scriu în coloniță scăderile respective (modele simbolice).

Modele obiectuale



Modele simbolice

$$10 - 3 = 7$$

$$9 - 3 = 6$$

$$8 - 3 = 5$$

Se recomandă a implica elevii în construcția modelelor obiectuale, de exemplu începînd cu cazul $7 - 3$.

Alcătuirea exercițiilor corespunzătoare de scădere se realizează cu ajutorul următoarelor întrebări: «Cîte cerculețe am pus? Cîte am dat la o parte? Cîte cerculețe au rămas?»

▪ **Aplicarea scăderii cu 3 în rezolvarea exercițiilor și problemelor** (sarcinile nr. 3-5)

4. Sintetizați reperle metodologice ale introducerii operației de înmulțire în clasa a II-a. Proiectați schematic descoperirea proprietății comutative a înmulțirii (în baza manualului de clasa a II-a).

Pentru introducerea operației de înmulțire în clasa a II-a se recomandă parcurgerea consecutivă a următoarelor etape.

1) Introducerea motivată a operației de înmulțire

Se propun câteva situații de problemă în baza imaginilor sugestive din manual (pag. 46). Aceste activități permit integrarea modelelor grafice, simbolice și verbale, care dezvăluie noțiunea de înmulțire.

Câte lăbuțe au în total:

2 buburuze? $6+6=12$ de 2 ori câte 6

5 căței? $4+4+4+4+4=20$ de 5 ori câte 4

7 pui? $2+2+2+2+2+2+2=14$ de 7 ori câte 2

Modele grafice

Modele simbolice

Modele verbale

Este important să descriem imaginile sugestive folosind cuvintele noi *fiecare* și *câte*, de asemenea și cunoscuta expresie *în total*, pentru ca ulterior elevii să poată recunoaște după aceste cuvinte operația de înmulțire. De exemplu: „Vedem în imagine două buburuze. *Fiecare* buburuză are *câte* 6 lăbuțe. *În total* două buburuze au $6 + 6 = 12$ lăbuțe. Pentru a calcula, luăm de 2 ori câte 6.”

Învățătorul conduce elevii spre observarea asemănării dintre sumele obținute: fiecare dintre aceste sume are termenii egali. Trebuie să se scoată în evidență faptul că, cu cât mai mulți termeni sunt, cu atât mai anevoios este să citim aceste sume, cu atât mai lungă este scrierea și mai mult durează calculul. Apoi învățătorul comunică elevilor că, pentru facilitarea unor asemenea situații, oamenii au inventat o operație aritmetică nouă, au numit-o înmulțire și i-au atribuit ca semn plusul întors oblic (\times).¹ Se citește și se explică definiția operației de înmulțire din manual, rubrica „Rețineți”: Adunarea repetată de termeni egali se numește înmulțire.)

2) Consolidarea legăturii între adunare și înmulțire

Este important să se stabilească legătura între adunare și înmulțire pe toate planurile implicate: adunarea repetată – verbalizarea cu ajutorul terminologiei specifice – înmulțirea – situația de problemă.

Exemplu. Nr. 1 b) pag. 46:

Se dă suma de termeni egali $4 + 4 + 4$. Elevii trebuie:

- să o citească folosind terminologia specifică (de trei ori câte patru);
- să o scrie prin înmulțire (3×4);
- să o calculeze prin adunare;
- să o descrie printr-o situație de problemă (Ex.: Pe masă sunt 3 farfurii. În fiecare farfurie sînt cite 4 mere. În total sînt 12 mere.)

În caiete se obține rezolvarea: $4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$.

3) **Introducerea primelor probleme simple de înmulțire** (de aflare a produsului ca sumă de termeni egali) se realizează în baza legăturilor stabilite dintre adunare și înmulțire.

De exemplu (pag. 47): „Pe fiecare plic sînt 2 timbre. Cîte timbre sînt în total pe 3 plicuri?”

Problema se rezolvă prin adunarea $2 + 2 + 2 = 6$ (p.), apoi această adunare se citește „de 3 ori câte 2 plicuri”, apoi se scrie prin înmulțire $3 \times 2 = 6$ (p.).

¹ Înlocuirea acestui semn prin punct se va realiza în clasa a V-a, odată cu regulile de folosire, prin care se precizează în ce cazuri se omite punctul.

4) Introducerea denumirilor componentelor operației de înmulțire și dezvăluirea semnificației acestora se realizează cu ajutorul rubricii „Rețineți!” (pag.47). În baza situațiilor de problemă abordate anterior, elevii trebuie să înțeleagă că *primul factor arată de câte ori se adună repetat cel de al doilea factor*.

Înțelegerea semnificației componentelor operației de înmulțire se consolidează în baza rezolvării și alcătuirii unor probleme simple de aflare a produsului ca sumă de termeni egali (după imagine, după schema, după exercițiul de adunare repetată sau de înmulțire).

La această etapă, pînă la descoperirea proprietății comutative a înmulțirii, este important să se respecte strict ordinea stabilită a factorilor, pentru a nu crea elevilor confuzii de înțelegere.

5) Descoperirea proprietății comutative a înmulțirii (manual cl. II, pag. 48)

➤ *În mod frontal, se lucrează la prima sarcină din rubrica „Calculăm și comparăm”.*

▪ Se citește întrebarea: „Cîte vișine sînt pe fiecare ram?”

▪ Se observă prima imagine și se propune a răspunde prin completarea propoziției lacunare, care este scrisă la tablă sau prezentată la proiector: „De ... ori cite ... vișine.” (De 3 ori cite 4 vișine.) Apoi se cere să se scrie această propoziție prin înmulțire și să se calculeze prin adunare. Se obține: $3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12$.

▪ În mod analog se lucrează cu a doua imagine, obținînd propoziția „De 4 ori cite 3 vișine”, apoi scrierea prin înmulțire și adunare: $4 \times 3 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12$.

▪ Se compară înmulțirile obținute și se constată asemănările (sunt aceeași factori și aceleași produse) și deosebirea (ordinea factorilor este diferită). Se trage concluzia particulară: ori înmulțim 3 cu 4, ori înmulțim 4 cu 3, obținem același produs.

➤ *În mod frontal-individual, la tablă și în caiete, se lucrează la sarcina următoare.*

Elevii calculează prin adunări repetate perechile de înmulțiri propuse în manual și le compară la fel ca în cadrul sarcinii precedente, de exemplu:

$$2 \times 3 = 3 + 3 = 6$$

$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6.$$

➤ *Se realizează generalizarea în baza rubricii „Ați observat?”:*

▪ Se citește proprietatea: „Dacă schimbăm ordinea factorilor, produsul nu se schimbă.”

▪ Se introduce scrierea cu litere a proprietății comutative a înmulțirii: $a \times b = b \times a$.

▪ La final, se contrapune proprietatea comutativă a înmulțirii cu proprietatea comutativă a adunării: „La înmulțire nu are importanță ordinea factorilor, la fel cum la adunare nu are importanță ordinea termenilor.”

După ce a fost învățată proprietatea comutativă a înmulțirii nu mai este nevoie să cerem elevilor să respecte strict la rezolvarea problemelor și exercițiilor ordinea factorilor în semnificația introdusă anterior. Elevii vor alege acea ordine a factorilor care le este convenabilă în fiecare caz.

5. Analizați structura lecțiilor de predare-învățare a cazurilor tabelare de înmulțire cu numerele 2-5 în clasa a II-a. Proiectați schematic construcția tablei înmulțirii cu 3 (în baza manualului de clasa a II-a).

Pentru predarea-învățarea cazurilor tabelare de înmulțire cu numerele de la 2 pînă la 5 se realizează lecții de același tip: de formare a capacităților de dobîndire a cunoștințelor. Structura lecțiilor de acest tip, conform ghidului de implementare a curriculumului modernizat este aceeași:

1. Organizarea clasei (moment organizatoric)
2. Verificarea temei pentru acasă; reactualizarea cunoștințelor și a capacităților
3. Predarea-învățarea materiei noi
4. Consolidarea materiei și formarea capacităților (la nivel de reproducere)
5. Evaluarea curentă, instructivă, fără aprecieri cu note
6. Bilanțul lecției. Concluzii
7. Anunțarea temei pentru acasă

Sub aspect metodic, lecțiile de predare-învățare a cazurilor tabelare de înmulțire cu numerele 2-5 au, de asemenea, o structură unică:

1. Reactualizarea cazurilor tabelare de înmulțire cu numărul respective, învățate anterior.
2. Calculul cazurilor noi, avînd numărul respectiv pe locul factorului al doilea.
3. Folosirea proprietății comutative a înmulțirii pentru obținerea cazurilor noi, în care numărul respectiv se află pe locul factorului întîi.
4. Introducerea terminologiei matematice specifice (dublu, triplu, de cîteva ori mai mare)
5. Consolidarea tablei obținute prin rezolvarea de exerciții și probleme.

La prima lecție (înmulțirea cu 2) învățătorul va monitoriza cu grijă procesul de construcție progresivă a tablei corespunzătoare. La lecțiile următoare (înmulțirea cu 3, 4, 5) va implica tot mai mult elevii în activitate, sporind astfel gradul de independență a lor în procesul dobîndirii de cunoștințe noi, favorizînd competența transdisciplinară „a învăța să înveți”.

În cadrul lecțiilor, prin activități variate, învățătorul trebuie să conducă către memorarea tablei înmulțirii. Este o greșeală metodologică gravă învățarea pe de rost a tablei înmulțirii. Trebuie să asigurăm o memorare conștientă, recurgîndu-se cît va fi nevoie la calculul produsului prin adunare repetată, dar stimulînd memorarea prin diverse activități eficiente și atractive. În acest scop se recomandă:

- numărarea cu pasul respectiv (de exemplu, din 2 în 2; din 3 în 3 etc.) cu sprijin (în obiecte, jocuri ritmice, numărători versificate) și fără sprijin;
- rezolvarea problemelor simple și a ecuațiilor implicite;
- lucrul în caetul de tipar și pe diverse fișe distributive;
- jocuri didactice; concursuri individuale și de grup;
- proiecte de familie: crearea unor postere personalizate cu tabla înmulțirii (în vacanța de iarnă).

Proiectare schematică a construcției tablei înmulțirii cu 3 (manual cl. II, pag. 52).

Activitate în baza rubricii „Observăm și calculăm”

➤ *Numărăm din 3 în 3* de la 0 pînă la 30 și înapoi: întîi observînd zborul fluturașului desenat pe pagină, apoi în ștafetă, fără sprijin în manual.

➤ *Ne amintim cazurile cunoscute de înmulțire cu 3*, în care 3 se află pe locul factorului al doilea.

$$0 \times 3 = 0$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

Aceste cazuri se scriu în coloniță în caiete și la tablă.

Se observă că produsele cresc din 3 în 3.

➤ *Calculăm cazurile noi de înmulțire cu 3* (numărul 3 se află pe locul factorului al doilea). Calculul se realizează cu sprijin în imaginile sugestive și calculele din manual.

- Începem cu ultimul dintre cazurile cunoscute.

Citim: de 2 ori câte 3.

Fixăm la tablă, în stînga acestei înmulțiri, 2 fișe cu câte 3 vișine.

- Fixăm la stînga încă o fișă, deci numărul total de vișine va crește cu 3.

Citim: de 3 ori câte 3.

Scriem prin înmulțire și calculăm adunînd 3 la produsul precedent: $3 \times 3 = 6 + 3 = 9$

- Mai fixăm încă o fișă în stînga, astfel se mai adaugă 3 vișine.

Citim: de 4 ori câte 3.

Scriem prin înmulțire și calculăm adunînd 3 la produsul precedent: $4 \times 3 = 9 + 3 = 12$

- Se continue în mod analog pînă la 10 fișe, deci pînă la cazul 10×3 .

Astfel, în rezultatul activității la primele două etape, în caiete și la tablă se obține colonița de înmulțiri cu 3 pe locul factorului al doilea.

➤ *Folosim legea comutativă a înmulțirii și scriem colonița de înmulțiri cu 3 pe locul factorului întîi.*

Activitate în baza rubricii „Rețineți”

Se introduce terminologia matematică nouă: de 3 ori mai mare; triplu.

Pentru însușire, se formulează întrebări folosind o terminologie matematică diversă, iar elevii trebuie să răspundă observînd tabla înmulțirii cu 3 obținută în caiete și la tablă. La început, întrebările sunt formulate de către învățător, apoi se solicită elevii să formuleze întrebări asemănătoare pentru colegii săi. De exemplu:

- Care număr este de 3 ori mai mare decît 8?
- Măriți de 3 ori numărul 6.
- Care este produsul numerelor 9 și 3?
- Cu cît trebuie să înmulțim pe 3, pentru a obține 21?
- Care număr mărit de 3 ori ne dă 12? etc.

Rezolvarea sarcinilor din rubrica „Aplicăm și explicăm”.

6. Sintetizați repererele metodologice ale introducerii operației de împărțire în clasa a II-a. Propuneți o activitate practică cu sprijin în obiecte pentru unul dintre procedeele de împărțire (prin cuprindere sau prin părți egale).

Operația de împărțire se introduce în clasa a II-a. Predarea înmulțirii și împărțirii poate fi organizată și desfășurată în baza a trei accepțiuni metodologice: separat, paralel, îmbinat.

Conform manualelor școlare actuale, aceste operații se predau îmbinat. După însușirea tablei înmulțirii cu numerele pînă la 5, se introduce operația de împărțire și se învață tabla împărțirii cu numerele pînă la 5. În continuare, tablele înmulțirii și împărțirii cu 6, 7, 8, 9, 10 se învață paralel. Această alegere este mai indicată, întrucît introducerea separată a înmulțirii și împărțirii permite elevilor să se concentreze asupra operației noi, pătrunzînd mai profund în esența acesteia. Învățarea simultană a celorlaltor cazuri se zidește pe fundamentul însușirii separate a operațiilor și permite însușirea trainică a legăturii dintre aceste 2 operații.

Operația de împărțire se introduce prin rezolvarea concretă, cu sprijin în obiecte, a unor situații-problemă care ilustrează două procedee ale împărțirii: împărțirea prin cuprindere; împărțirea în părți egale.

Se începe cu o situație de *împărțire prin cuprindere*, de exemplu: „12 creioane trebuie împărțite cîte 3 elevilor. Câți elevi vor primi creioane?” Rezolvarea se efectuează frontal, cu sprijin în obiecte (faza concretă):

- Din 12 creioane se iau 3 și se dau primului elev. La tablă se scrie operația efectuată $12 - 3 = 9$.
- Se continue analog pînă se termină creioanele: $12 - 3 = 9 \quad | \quad 9 - 3 = 6 \quad | \quad 6 - 3 = 3 \quad | \quad 3 - 3 = 0$.
- Scriind toate scăderile într-un singur exercițiu, se obține: $12 - \underbrace{3 - 3 - 3 - 3}_{\text{de 4 ori}} = 0$.
- Se formulează răspunsul: 12 creioane au fost împărțite cîte 3 la 4 elevi.
- Se citește scăderea repetată: din 12 am scăzut cîte 3 de 4 ori și am ajuns la restul 0;
- Se explică elevilor, că la fel cum adunarea repetată am scris-o prin înmulțire, așa și scăderea repetată o scriem prin împărțire ($12 : 3 = 4$).

În continuare se lucrează cu manualul, realizînd astfel faza reprezentărilor. Se observă imaginile și calculele efectuate în rubrica „Observăm și descoperim” (manual cl. II, p. 64).

La final, se generalizează în baza rubricii „Rețineți”, ajungînd astfel la faza abstractă. Se introduce simbolul operației de împărțire ($:$) și denumirile numerelor la împărțire: deîmpărțit, împărțitor, cît. Este esențial ca elevul să înțeleagă *semnificația cîtului*: *cîtul arată de cîte ori putem scădea împărțitorul din deîmpărțit*.

Împărțirea în părți egale se introduce la lecția următoare. Metodologia este aceeași ca și la împărțirea prin cuprindere – cu sprijin în obiecte.

Se propune dramatizarea situației-problemă: „Moș Tudose împarte în mod egal 8 covrigi celor 2 nepoți. Câți covrigi va primi fiecare nepot?” (nr. 1, pag. 65).

- La tablă se invită 2 elevi care vor juca rolul nepoților, învățătorul joacă rolul lui Moș Tudose.
- Dintr-o pungă cu 8 covrigi (adevărați sau decupați din carton), învățătorul ia cîte 2 covrigi și îi distribuie celor 2 elevi - cîte un covrig la fiecare. De fiecare dată, la tablă se scrie scăderea efectuată, astfel se obține un șir de scăderi repetate: $8 - 2 = 6; 6 - 2 = 4; 4 - 2 = 2; 2 - 2 = 0$.
- Scriind toate scăderile într-un singur exercițiu, se obține: $8 - \underbrace{2 - 2 - 2 - 2}_{\text{de 4 ori}} = 0$.
- Se citește scăderea repetată: din 8 am scăzut cîte 2 de 4 ori și am ajuns la restul 0.
- Scăderea repetată se scrie prin împărțire, la fel cum s-a făcut la lecția anterioară în cazul împărțirii prin cuprindere: $8 : 2 = 4$.
- Se formulează răspunsul: 8 covrigi au fost împărțite în mod egal la 2 nepoți, fiecare a primit cîte 4 covrigi.

Rezolvînd în continuare probleme simple de împărțire prin cuprindere și de împărțire în părți egale, elevii vor învăța să recunoască operația de împărțire în fiecare din aceste procedee (fără a folosi terminologia corespunzătoare) și să înțeleagă că *indiferent de procedeele efectuate, cîtul arată de cîte ori putem scădea împărțitorul din deîmpărțit*.

7. Analizați structura lecțiilor de predare-învățare a cazurilor tabelare de împărțire la numerele 2-5 în clasa a II-a. Proiectați schematic construcția tablei împărțirii la 4 (în baza manualului de clasa a II-a).

Pentru predarea-învățarea cazurilor tabelare de împărțire la numerele de la 2 pînă la 5 se realizează lecții de același tip: de formare a capacităților de dobîndire a cunoștințelor. Structura lecțiilor de acest tip, conform ghidului de implementare a curriculumului modernizat este aceeași:

1. Organizarea clasei (moment organizatoric)
2. Verificarea temei pentru acasă; reactualizarea cunoștințelor și a capacităților
3. Predarea-învățarea materiei noi
4. Consolidarea materiei și formarea capacităților (la nivel de reproducere)
5. Evaluarea curentă, instructivă, fără aprecieri cu note
6. Bilanțul lecției. Concluzii
7. Anunțarea temei pentru acasă

Sub aspect metodic, lecțiile de predare-învățare a cazurilor tabelare de împărțire la numerele 2-5 au, de asemenea, o structură unică:

1. Reactualizarea tablei înmulțirii cu numărul respectiv.
2. Utilizarea legăturii dintre înmulțire și împărțire și obținerea tablei de împărțire la numărul respectiv.
3. Introducerea terminologiei matematice specifice (jumătate, treime, sfert, de cîteva ori mai mic).
4. Consolidarea tablei obținute prin rezolvarea de exerciții și probleme.

La prima lecție (împărțirea la 2) învățătorul va monitoriza cu grijă procesul de construcție progresivă a tablei corespunzătoare. La lecțiile următoare (împărțirea la 3, 4, 5) va implica tot mai mult elevii în activitate, sporind astfel gradul de independență a lor în procesul dobîndirii de cunoștințe noi, favorizînd competența transdisciplinară „a învăța să înveți”.

În cadrul lecțiilor, prin activități variate, învățătorul trebuie să conducă către memorarea tablei împărțirii. Este o greșală metodologică gravă învățarea pe de rost. Trebuie să asigurăm o memorare conștientă, recurgîndu-se cît va fi nevoie la calculul cîturilor în baza legăturii dintre înmulțire și împărțire, dar stimulînd memorarea prin diverse activități eficiente și atractive. În acest scop se recomandă:

- numărarea cu pasul respectiv (de exemplu, înapoi din 2 în 2; din 3 în 3 etc.);
- rezolvarea problemelor simple și a ecuațiilor implicite;
- lucrul în caetul de tipar și pe diverse fișe distributive;
- jocuri didactice; concursuri individuale și de grup;
- proiecte de familie: crearea unor postere personalizate cu tabla înmulțirii și a împărțirii (în vacanța de la începutul lunii martie).

Proiectare schematică a construcției tablei împărțirii la 4 (manual cl. II, pag. 74).

Activitate în baza rubricii „Observăm și calculăm”

➤ *Numărăm din 4 în 4* de la 40 pînă la 0 și înapoi de la 0 pînă la 40: întîi observînd zborul fluturașului desenat pe pagină, apoi în ștafetă, fără sprijin în manual.

➤ *Ne amintim cazurile speciale de împărțire la 4.*

$$0 : 4 = 0$$

$$4 : 4 = 1$$

Aceste cazuri se scriu în coloniță în caiete și la tablă.

➤ *Folosim legătura dintre înmulțire și împărțire și obținem celelalte cazuri tabelare de împărțire la 4.* Calculul se realizează cu sprijin în imaginile sugestive (funduța care arată legătura dintre înmulțire și împărțire) și calculele din manual.

- Se observă prima ecuație implicită propuse pentru a actualiza tabla înmulțirii cu 4 ($? \times 4 = 8$).

Citim: „Cît ori patru ne dă opt?” Completăm și obținem $2 \times 4 = 8$.

- Citim și scriem această înmulțire înapoi, de la dreapta spre stînga, înlocuind înmulțirea cu operația inversă – cu împărțirea. Obținem $8 : 4 = 2$.
- Se continue în mod analog pînă la cazul $40 : 4 = 10$.

Astfel, în rezultatul activității, în caiete și la tablă se obține colonița de împărțiri la 4.

Activitate în baza rubricii „Rețineți”

Se introduce terminologia matematică nouă: de 4 ori mai mic; pătrime; sfert.

Pentru însușire, se formulează întrebări folosind o terminologie matematică diversă, iar elevii trebuie să răspundă observînd tabla împărțirii la 4 obținută în caiete și la tablă. La început, întrebările sunt formulate de către învățător, apoi se solicită elevii să formuleze întrebări asemănătoare pentru colegii săi. De exemplu:

- Care număr este de 4 ori mai mic decît 8?
- Micșorați de 4 ori numărul 36.
- Care este cîtul numerelor 28 și 4?
- Ce număr trebuie să împărțim la 4, pentru a obține 3?
- Care număr are sfertul 5? etc.

Activitate în baza rubricii „Creăm și rezolvăm probleme”

Terminologia nouă și cazurile noi de împărțire se consolidează prin alcătuirea unor probleme pe baza unei imagini date în manual. Astfel, se obține problema: „Cloștele își numără puii. Moțata zice: „Eu am 20 de pui”. Roșcata zice: „Eu am un sfert din cîți pui are Moțata”. Cîți pui are Roșcata?

Rezolvarea sarcinilor din rubrica „Consolidăm și dezvoltăm” (pag. 75)

8. Analizați metodologia studierii ordinii efectuării operațiilor în clasa a II-a. Propuneți 3-4 sarcini pentru formarea deprinderilor de a rezolva exerciții cu mai multe operații.

Regulile referitoare la ordinea efectuării operațiilor:

- 1) Într-un exercițiu cu paranteze, efectuăm întâi operațiile din paranteze.
- 2) Într-un exercițiu fără paranteze, efectuăm în ordinea în care sînt scrise: întâi înmulțirile și împărțirile; apoi adunările și scăderile.

Ordinea efectuării operațiilor se studiază începînd cu clasa a II-a, semestrul al II-lea. Pînă atunci, exercițiile și problemele se alcătuiesc astfel, încît să nu apară întrebări legate de ordinea efectuării operațiilor.

Etapele studierii ordinii efectuării operațiilor în clasa a II-a sînt următoarele:

- 1) se predă rezolvarea prin exercițiu a problemelor cu 2 operații, introducînd parantezele și observînd ordinea efectuării operațiilor în exercițiul de rezolvare format (manual cl. II, p. 104);
- 2) se introduce regula referitoare la ordinea efectuării operațiilor în exerciții cu paranteze, interpretînd-o în baza unei analogii cu regulile de circulație (semnul de circulație „drum cu prioritate”) (manual cl. II, p. 106);
- 3) se introduce regula referitoare la ordinea efectuării operațiilor în exerciții fără paranteze, de asemenea în baza analogiei cu regulile de circulație (manual cl. II, p. 108);
- 4) se antrenează aplicarea regulilor în rezolvarea exercițiilor și problemelor cu 2 operații, cu și fără paranteze.

Pentru formarea deprinderilor de a rezolva exerciții cu mai multe operații, se pot propune sarcini de următoarele tipuri:

- 1) Rezolvarea exercițiilor cu 2-3 operații, însoțită de citirea exercițiilor cu ajutorul terminologiei matematice;
- 2) Scrierea prin exercițiu a unei propoziții formulate cu ajutorul terminologiei matematice, însoțită de argumentarea necesității folosirii parantezelor;
- 3) Contraexemple didactice;
- 4) Crearea problemelor după exercițiul de rezolvare dat.

Exemplul 1. Numerotați operațiile în ordinea efectuării, apoi calculați. (manual cl. II, p. 106, nr. 1)

Rezolvare:

$$8 \times (7 - 3) = 32$$

$$1) 7 - 3 = 4$$

$$2) 8 \times 4 = 32$$

Citirea exercițiului în diverse moduri:

- opt înmulțit cu diferența numerelor șapte și trei;
- măriri de opt ori diferența numerelor șapte și trei;
- diferența numerelor șapte și trei mărită de opt ori.

Exemplul 2. Scrie fiecare propoziție prin exercițiu, apoi calculează. Explică prezența sau lipsa parantezelor în exercițiile obținute. (manual cl. II, pag. 110, nr. 2)

b) Mărește suma numerelor 2 și 3 de 7 ori.

Rezolvare:

$$(2 + 3) \times 7 = 35 \text{ sau } 7 \times (2 + 3) = 35$$

Explicație: Am scris suma în paranteze, deoarece se cere întâi să calculăm suma, apoi s-o mărim de 7 ori. Dacă nu foloseam paranteze, se schimba ordinea efectuării operațiilor și obțineam un alt rezultat.

Exemplul 3. Găsește exercițiile în care Nătăfleacă a uitat să scrie paranteze. Corectează plasînd parantezele la locul cuvenit. (manual cl. II, p. 111, nr. 7).

| <i>Exercițiile lui Nătăfleacă</i> | <i>Rezultatele activității elevilor</i> |
|-----------------------------------|---|
| $9 - 9 : 9 = 0$ | Efectuăm operațiile în ordinea cuvenită și obținem 8. Deci, Nătăfleacă a uitat să scrie paranteze undeva. Prin încercări, obținem $(9 - 9) : 9 = 0$ |
| $10 + 10 : 10 = 11$ | Efectuăm operațiile în ordinea cuvenită și obținem 11. Deci, Nătăfleacă a scris corect acest exercițiu. |

Exemplul 4. Creați și rezolvați probleme după exercițiile și desenele date. (manual cl. II, p. 106, nr. 3).

a) $9 + (9 + 3) = ?$

Exemple de enunțuri create:

- În penar erau 9 creioane, iar pixuri – cu 3 mai multe. Cîte creioane și pixuri erau la un loc?
- Ion avea 9 creioane, iar pixuri – cu 3 mai multe. Cîte creioane și pixuri, în total, avea Ion?



9. Sintetizați repererele metodologice ale introducerii operației de împărțire cu rest în clasa a III-a. Formulați algoritmul de calcul în baza unui exemplu de împărțire cu rest.

Operația de împărțire cu rest se introduce în clasa a III-a în confruntare cu împărțirea exactă, conducând elevii la înțelegerea faptului că împărțirea exactă este un caz particular al împărțirii cu rest (când restul este nul).

În introducerea împărțirii cu rest este importantă faza concretă – acțiunile concrete cu sprijin în obiecte.

Se pornește de la o situație-problemă de împărțire prin cuprindere prezentată în manual ca o istorioară matematică (manual cl. III, p. 80): „Poznașu desșurubase roți de la mașinuțe, mai pierduse din ele și rămase cu 11 roți. Într-o zi s-a apucat să monteze roțile înapoi la mașinuțe. A tot înșurubat câte 4 roți, cât a avut de unde. Câte mașinuțe a completat Poznașu cu roți? Câte roți i-au rămas?”

▪ Rezolvarea se efectuează frontal, folosind materiale didactice: mașinuțe și roți adevărate sau decupate din carton. Se iau câte 4 roți din cele 11 și se completează, astfel, 2 mașinuțe. Mai rămân 3 roți, care nu ajung pentru a mai completa o mașinuță. Se scrie operația efectuată: întâi prin scăderi repetate $11 - 4 - 4 = 3$, apoi prin împărțire $11 : 4 = 2$, rest 3. Se introduce denumirea noii componente (restul) și se actualizează denumirile cunoscute ale împărțirii (deîmpărțit, împărțitor, cât).

▪ Se descrie prin operații matematice situația creată în rezultatul acțiunilor (2 mașinuțe completate cu câte 4 roți și 3 roți rămase), astfel se obțin *probele împărțirii cu rest*:

1) Roțile rămase nu ajung pentru a mai completa o mașinuță: $3 < 4$ (Restul $<$ Împărțitorul).

2) Poznașu are 2 mașinuțe cu câte 4 roți și încă 3 roți, în total 11 roți:

$2 \times 4 + 3 = 11$ (Cîtul \times Împărțitorul + Restul = Deîmpărțitul). Se folosește un procedeu mnemonic pentru memorarea acestei probe: primele litere din probă formează cuvîntul CÎRD.

▪ În continuare, se cere modificarea datelor, astfel încît să se obțină restul 0. Se obține istorioara modificată: „Poznașu avea 12 mașinuțe, le-a împărțit câte 4 la 3 roți, adică $12 : 4 = 3$.” Astfel, elevii sînt dirijați să observe că împărțirea, pe care o cunoșteau pînă la acest moment, este, de fapt, o împărțire cu restul 0.

▪ La final, se realizează generalizarea în baza rubricii „Rețineți”, astfel precizînd:

- Denumirile rezultatelor împărțirii: cât și rest.

- Semnificația lor: cîtul arată de câte ori poate fi scăzut împărțitorul din deîmpărțit; restul reprezintă rezultatul ultimei scăderi.

- Faptul că împărțirea exactă este un caz particular al împărțirii cu rest – tot are rest, dar în acest caz restul este egal cu 0.

- Cele 2 probe ale împărțirii cu rest.

Pentru a consolida înțelegerea sensului împărțirii cu rest, se propune a realiza cîteva împărțiri în mod concret, cu sprijin în acțiuni cu creioane (nr. 1, p. 81), astfel continuînd faza concretă a formării noțiunii de împărțire cu rest. Apoi, calculele se efectuează și se comentează cu sprijin în algoritmul propus în manual (nr. 2, p. 81).

Algoritmul împărțirii cu rest: $25 : 3 =$

1) *Aflăm cîtul.* Determinăm numărul cel mai apropiat de 25, dar mai mic decît 25, care se împarte exact la 3. Este numărul 24. Îl împărțim la 3 și obținem cîtul 8.

2) *Aflăm restul.* Am avut de împărțit 25, dar am împărțit doar 24. Ne-a rămas o unitate neîmpărțită, deci restul este 1.

3) *Facem probele:* $1 < 3$; $8 \times 3 + 1 = 25$.

4) *Am obținut răspunsul:* $25 : 3 = 8$, rest 1.

În cadrul aplicării algoritmului, se propun împărțiri în care deîmpărțitul este mai mic decît împărțitorul (de exemplu, $3 : 5$). Asemenea împărțiri pot fi explicate în baza înțelegerii semnificației cîtului și al restului:

- De câte ori putem scădea 5 din 3? (Niciodată, deci obținem cîtul 0.)

- Cît ne rămîne? (Ne rămîne 5, deci restul este 5)

Astfel, se descoperă un caz special al împărțirii: *cazul cînd deîmpărțitul este mai mic decît împărțitorul.*

Generalizînd în baza rubricii „Rețineți” (p. 81), obținem proprietatea: dacă $D < \hat{I}$, atunci $C = 0$ și $R = D$.

10. Analizați dinamica studierii legăturii dintre operațiile aritmetice în clasele I-IV. Proiectați schematic descoperirea proprietății distributive a înmulțirii în raport cu adunarea (în baza manualului de clasa a III-a).

Legătura dintre cele patru operații aritmetice o putem sintetiza prin următoarele propoziții:

- adunarea și scăderea sînt operații inverse;
- înmulțirea și împărțirea sînt operații inverse;
- înmulțirea este o adunare repetată;
- împărțirea este o scădere repetată;
- înmulțirea este distributivă în raport cu adunarea și scăderea:
 $a \times (b + c) = (b + c) \times a = b \times a + c \times a$;
 $a \times (b - c) = (b - c) \times a = b \times a - c \times a$;
- împărțirea unei sume la un număr se poate efectua în 2 moduri:
 $(a + b) : c = a : c + b : c$;
 $(a - b) : c = a : c - b : c$, dacă a și b se împart exact la c .

Aceste legături se descoperă în clasele I-III-a și se utilizează în cadrul formării capacităților de calcul tabelar și netabelar, la efectuarea probelor operațiilor și la rezolvarea de ecuații.

În clasa I, elevii se familiarizează cu legătura dintre adunare și scădere în baza formării de blocuri a câte 4 exerciții cu același numere: 2 exerciții de adunare și 2 exerciții de scădere.

De exemplu, $3 + 2 = 5$
 $2 + 3 = 5$
 $5 - 3 = 2$
 $5 - 2 = 3$.

Mișcîndu-se îmaginar în acest bloc:

- de sus în jos*: elevii observă că primul exercițiu, adunarea, poate fi probat prin celelalte trei exerciții;
- de jos în sus*: elevii observă că ultimul exercițiu, scăderea, poate fi probat prin celelalte trei exerciții.

Astfel, se descoperă probele adunării și scăderii.

Să exemplificăm prin adunare: $3 + 2 = 5$.

- Se citesc numerele: 3 – termen, 2 – termen, 5 – suma.
- Se scriu celelalte exerciții din bloc, citind numerele așa ca anterior, și se obțin probele adunării:
 $2 + 3 = 5$ – proba adunării în baza comutativității adunării;
 $5 - 3 = 2$; $5 - 2 = 3$ – proba adunării prin scădere: „Dacă din sumă se scade unul dintre termeni, se obține celălalt termen”.

În mod analog se descoperă probele scăderii:

- Pentru a afla descăzutul, se adună restul cu scăzătorul;
- Pentru a afla scăzătorul, se scade restul din descăzut.

În clasa a II-a se începe studierea legăturii dintre înmulțire și împărțire, pornind de la un bloc analog (de exemplu: $3 \times 2 = 6$; $2 \times 3 = 6$; $6 : 3 = 2$; $6 : 2 = 3$). În rezultat, se descoperă:

- Probele înmulțirii (fie, de exemplu, $3 \times 2 = 6$):
 - Proba în baza comutativității înmulțirii ($2 \times 3 = 6$);
 - Proba prin împărțire: dacă împărțim produsul la un factor obținem celălalt factor ($6 : 3 = 2$; $6 : 2 = 3$).
- Probele împărțirii (fie, de exemplu, $6 : 3 = 2$):
 - Proba prin înmulțire: pentru a afla deîmpărțitul, înmulțim cîtul la împărțitor ($6 = 2 \times 3$);
 - Proba prin împărțire: pentru a afla împărțitorul împărțim deîmpărțitul la cît ($3 = 6 : 2$).

În mod sintetic aceste legături pot fi prezentate astfel:

$$\begin{array}{l}
 \downarrow \\
 \text{adunarea} \\
 \text{probele} \\
 \text{adunării}
 \end{array}
 \left[\begin{array}{l}
 \mathbf{a + b = c} \\
 \mathbf{b + a = c} \\
 \mathbf{c - a = b} \\
 \mathbf{c - b = a}
 \end{array} \right]
 \begin{array}{l}
 \text{probele} \\
 \text{scăderii} \\
 \text{scăderea}
 \end{array}
 \uparrow$$

$$\begin{array}{l}
 \downarrow \\
 \text{înmulțirea} \\
 \text{probele} \\
 \text{înmulțirii}
 \end{array}
 \left[\begin{array}{l}
 \mathbf{a \times b = c} \\
 \mathbf{b \times a = c} \\
 \mathbf{c : a = b} \\
 \mathbf{c : b = a}
 \end{array} \right]
 \begin{array}{l}
 \text{probele} \\
 \text{împărțirii} \\
 \text{împărțirea}
 \end{array}
 \uparrow$$

Distributivitatea înmulțirii în raport cu adunarea se descoperă în clasa a III-a comparând exercițiile de rezolvare a unei probleme prin două metode (manual cl. III, p. 58)

Problema: În fiecare farfurie sînt 3 mere și 4 nuci. Cîte fructe sînt în total în 2 farfurii?

- Se rezolvă problema cu plan, prin 2 metode, apoi fiecare rezolvare se sintetizează printr-un exercițiu:

| Metoda 1 | Metoda 2 |
|--|---|
| <i>Rezolvare cu plan:</i> | |
| 1) Cîte fructe sînt într-o farfurie? $3 + 4 = 7$ (f.) 2) Cîte fructe sînt în 2 farfurii? $2 \times 7 = 14$ (f.) | 1) Cîte mere sînt în 2 farfurii? $2 \times 3 = 6$ (m.) 2) Cîte nuci sînt în 2 farfurii? $2 \times 4 = 8$ (n.) 3) Cîte fructe sînt în 2 farfurii? $6 + 8 = 14$ (f.) |
| <i>Rezolvare prin exercițiu:</i> | |
| $2 \times (3 + 4) = 14$ (f.) | $2 \times 3 + 2 \times 4 = 14$ (f.) |

- Se compară exercițiile obținute. Se observă că răspunsul este același, se egalează expresiile:
 $2 \times (3 + 4) = 2 \times 3 + 2 \times 4$
- În concluzie se citește regula din rubrica „Ați observat?”:
 Pentru a înmulți un număr cu o sumă, putem proceda astfel:
 - întîi înmulțim numărul la fiecare termen al sumei;
 - apoi adunăm produsele obținute.

11. Relatați despre fazele introducerii noțiunii de fracție în clasa a IV-a. Propuneți un joc didactic pentru însușirea fracțiilor.

Definiție: Una sau mai multe din părțile egale în care a fost împărțit întregul se numește fracție.

Fracția se scrie cu ajutorul a două numere, aranjate unul de asupra celuilalt și despărțite printr-o linie orizontală – linie de fracție.

Numărul scris sub linia de fracție se numește numitorul fracției și arată în câte părți egale a fost împărțit întregul.

Numărul scris deasupra liniei de fracție se numește numărătorul fracției și arată câte dintre aceste părți au fost luate în considerație.

Noțiunea de fracție se introduce în clasa a IV-a, după ce în clasa a II-a, în cadrul studierii operației de împărțire, s-au format și ulterior au fost dezvoltate reprezentările despre unitatea fracționară: jumătate, a doua parte; treime, a treia parte; sfert etc. La acest moment, elevii înțeleg că:

- pentru a afla a n -a parte dintr-un număr, se împarte acel număr la n ;
- a n -a parte dintr-un număr este de n ori mai mică decât acel număr.

În clasa a IV-a aceste reprezentări se generalizează, conducând progresiv elevii la înțelegerea noțiunii de fracție. În acest scop se recomandă un material intuitiv bogat și sugestiv, metode didactice active.

Procesul introducerii noțiunii de fracție urmează fazele:

1) *faza concretă* în care:

- întregul se concretizează printr-un obiect real (măr, foaie de hârtie), iar operația de fracționare a întregului este, de asemenea, concretă (tăierea mărului, decuparea sau plierea foii de hârtie în părți egale);
- întregul se concretizează printr-o mulțime de obiecte concrete (de exemplu, cuburi), iar operația de fracționare a întregului constă în clasificarea mulțimii în submulțimi echivalente (formarea de stâlpușoare din același număr de cuburi);

2) *faza reprezentărilor* în care întregul se reprezintă prin figuri geometrice (segment, dreptunghi, pătrat etc.), iar operația de fracționare a întregului se reprezintă prin trasare de linii care împart figura în părți egale și colorarea părților luate în considerație;

3) *faza abstractă* în care întregul constituie un număr natural, iar operația de fracționare a întregului se înțelege ca împărțirea acelui număr în părți egale.

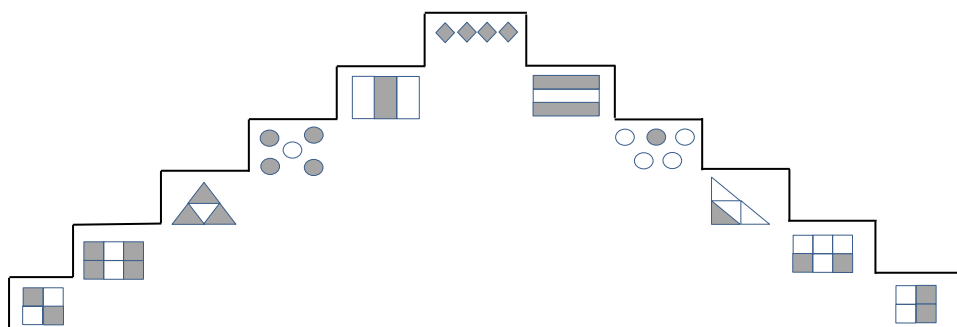
De fiecare dată se atenționează elevii la:

- numărul de părți egale în care a fost împărțit întregul: numitorul fracției;
 - numărul de părți egale luate în considerare în fracție: numărătorul fracției.
- În acest scop, elevii sînt dirijați prin 3 întrebări (manual cl. IV, modulul 5):
- Cum este reprezentat întregul?
 - În câte părți egale este împărțit întregul? Ce indică numărul lor?
 - Cîte dintre aceste părți sînt colorate? Ce indică numărul lor?

La scrierea, citirea și explicația formării unei fracții se va tinde spre o formulare coerentă, de ex.: *fracția $2/5$ arată că s-au luat 2 dintre cele 5 părți egale în care a fost împărțit întregul.*

Joc didactic „Scara cu fracții”

- *Sarcina didactică:* Formarea capacităților de citire, scriere, reprezentare a fracțiilor.
- *Sarcina de joc:* Să urce scara, scriind pe fiecare treaptă fracția reprezentată prin partea colorată pe desenul de sub treaptă.



▪ *Regulile jocului:*

- Se formează două echipe a câte șase elevi. Prima echipă va urca scara din stânga, a doua echipă - scara din dreapta.
- Elevii trec pe rând la tablă, fiecare realizează sarcina de pe o treaptă, fără a comenta, apoi rămâne în fața clasei.
- După ce scara a fost urcată, fiecare participant la joc argumentează realizarea sarcinii în limbaj matematic, apoi trece la loc. (De exemplu: „Eu am scris fracția două pătrimi, deoarece sunt colorate două dintre cele patru părți egale în care a fost împărțit întregul.”)
- La final se determină echipa învingătoare, având ca bază criterii prestabilite: corectitudinea scrierii fracțiilor; coerența argumentării în limbaj matematic; rapiditatea acțiunilor; comportament adecvat.

12. Analizați etapele de rezolvare a problemelor simple în clasa I. Propuneți activități pentru prevenirea și combaterea dificultăților în rezolvarea problemelor simple.

În conformitate cu curriculumul, în clasa I se studiază problemele simple (cu o operație) de adunare și scădere. Toată varietatea acestor probleme se prezintă prin matricea problemelor simple de adunare și scădere:

| Tipurile problemelor simple de adunare | Tipurile problemelor simple de scădere | | Ciclul |
|--|---|----------------------------------|--------|
| De aflare a sumei | De aflare a primului termen | De aflare a termenului al doilea | I |
| De aflare a scăzutului | De aflare a restului | De aflare a scăzătorului | II |
| De mărire a unui număr cu câteva unități | De micșorare a unui număr cu câteva unități | De comparare prin scădere | III |

Matricea este formată din 3 cicluri, fiecare ciclu este format din 3 tipuri de probleme: una directă (în tabel – caseta colorată) și 2 inverse.

Etapele de rezolvare a problemelor simple în clasa I

Etapa 1. Citirea și înțelegerea enunțului problemei:

- *citirea enunțului; separarea condiției și a întrebării problemei* – se acordă o atenție sporită problemelor în care întrebarea este intercalată în condiție (De ex. problema: „Câte alune din 10 i-au rămas Riței după ce a mâncat 3 alune?” Aici întrebarea este: „Câte alune i-au rămas Riței?” Condiția este: „Rița avea 10 alune. A mâncat 3 alune.”)
- *redarea enunțului în cuvinte proprii* - învățătorul trebuie să creeze stuații didactice care să excludă posibilitatea unei repetări banale a enunțului, orientând eforturile elevilor spre înțelegere; de ex.: „Imaginați-vă că sînteți personajul din problemă și povestiți evenimentele în ordinea reală a derulării acestora”)
- *evidențierea cuvintelor-cheie* - repovestirea restrînsă a enunțului, în ordinea reală a derulării evenimentelor, excluzînd neesențialul și accentuînd (chiar și intonațional) cuvintele-cheie. În cazul, în care cuvintele-cheie nu se întîlnesc nemijlocit în enunț, descoperirea lor necesită o activitate specială (de ex., conversație euristică) binegîndită și realizată cu măiestrie pedagogică.

La finalul acestei etape, cuvintele-cheie se notează pe tablă și în caiete, asigurînd trecerea eficientă la următoarea etapă în activitatea de rezolvare a problemei.

Etapa 2. Organizarea enunțului în schemă

Completarea schemei în baza cuvintelor-cheie determinate anterior trebuie să asigure:

- *notarea datelor și a relațiilor cunoscute în problemă;*
- *evidențierea întrebării problemei prin încercuirea semnului de întrebare corespunzător.*

Schema obținută trebuie să prezinte clar și concis structura logică a problemei, datele și necunoscuta, relațiile matematice descrise în problemă. O schemă corectă va ajuta elevul să planifice în mod eficient rezolvarea problemei.

Etapa 3. Rezolvarea problemei:

- *rezolvarea problemei cu sprijin în obiecte sau desene;*
- *scrierea rezolvării prin exercițiu;*
- *formularea răspunsului deplin și scrierea răspunsului scurt.*

Atunci cînd elevii ajung să-și dezvolte suficient deprinderile de a rezolva probleme, se poate omite rezolvarea cu sprijin în obiecte sau desene. Dar la început, este o activitate necesară, deoarece asigură înțelegerea rezolvării de către copii.

Scrierea rezolvării nu se face nici cu plan, nici cu justificări, ca în cazul problemelor compuse, deoarece problemele simple au o singură operație, deci nu pot avea plan de rezolvare. Se scrie operația aritmetică, iar după numărul obținut la răspuns se scrie în paranteze cuvîntul generalizator. De exemplu, dacă în problemă se vorbește despre băieți și fete, atunci cuvîntul generalizator poate fi „copii” sau „elevi”.

Etapa 4. Activitățile de postrezolvare sînt menite să asigure reflexia asupra procesului de rezolvare, dar și să cultive creativitatea, inteligența, imaginația elevilor, structurarea și restructurarea achizițiilor cognitive dobîndite. Activitățile postrezolutive pot viza:

- dezvoltarea limbajului matematic prin citirea exercițiului obținut folosind terminologia matematică (de exemplu: $3 + 2 = 5$; primul termen este 3, al doilea termen este 2, suma este 5);
- modificarea problemei rezolvate în vederea respectării unor cerințe date, ceea ce conduce la aprofundarea înțelegerii relațiilor dintre mărimile întâlnite în problemă;
- crearea unei probleme asemănătoare cu cea rezolvată.

În general, problemele simple sînt ușor înțelese și rezolvate de către copii. Totuși, există dificultăți, iar cele mai frecvente greșeli sînt de tipul:

- Separarea eronată a condiției de întrebare în cazul în care acestea sînt intercalate în enunțul problemei;
- Identificarea greșită a cuvintelor-cheie;
- Ordonarea cuvintelor-cheie altfel decît se derulează evenimentele descrise în problemă (în cazul problemelor din ciclul II);
- Neglijarea întrebării în schema problemei;
- Alegerea greșită a operației de rezolvare;
- Formularea greșită a răspunsului etc.

Pentru depășirea acestor dificultăți se recomandă:

- rezolvarea unui număr suficient de probleme, structurate metodologic corect într-un sistem optim;
- abordarea unei varietăți mari de tematici pentru enunțuri;
- analiza temeinică a fiecărei probleme;
- activități de compunere a problemelor: modificarea întrebării sau a condiției, completarea enunțului cu date plauzibile, alcătuirea de probleme după desen, schemă, dialog etc.

Pentru a separa condiția de întrebarea problemei în cazul cînd aceste sînt intercalate în enunț, se recomandă să se explice foarte clar semnificația condiției și a întrebării:

- Ce ne oferă condiția problemei? (Condiția problemei ne oferă datele - ce se cunoaște (se dă) în problemă.)
- Ce ne indică întrebarea problemei? (Întrebarea problemei ne indică ceea ce trebuie să aflăm rezolvînd problema.)

Dacă este posibil, se recomandă sublinierea: de obicei, condiția se subliniază cu verde, iar întrebarea – cu roșu. De exemplu:

În curte erau 8 copii. Cîți copii au plecat, dacă au rămas 3?

În rezultatul sublinierii, elevii vor putea reformula cu ușurință problema, pentru ca să înceapă cu condiția, apoi să urmeze întrebarea: „În curte erau 8 copii. Au rămas 3. Cîți copii au plecat?”

Pentru a evita greșeli în schematizarea logică a problemelor simple din ciclul II, cel mai important este a descoperi și a ordona corect cuvintele-cheie ale problemei. Acestea nu întotdeauna sînt evidente și pentru a le descoperi se recomandă a repovesti problema, aranjînd succesiv în timp evenimentele descrise în enunț.

De exemplu: Ce rest trebuie să primească Ionel din 10 lei, cumpărînd un pix de 3 lei?

Repovestim problema, punîndu-ne în locul lui Ionel și aranjînd evenimentele succesiv în timp: „Ionel s-a pornit la cumpărături. El avea 10 lei. Cumpărînd un pix, el a cheltuit 3 lei. Cîți lei i-au rămas lui Ionel?”

Obținem schema:

Avea ... 10 lei

A cheltuit ... 3 lei

I-au rămas ... ? lei

13. Analizați etapele de lucru asupra unei probleme compuse. Propuneți activități de postrezolvare în vederea formării competenței de formulare a problemelor.

Problemele, pentru rezolvarea cărora sînt necesare două sau mai multe operații se numesc probleme compuse.

Etapele de lucru asupra unei probleme compuse

Etapa 1. Citirea și înțelegerea enunțului problemei:

- *citirea enunțului; separarea condiției și a întrebării problemei* - activitate nemijlocită în baza suportului prin care se prezintă problema (manual, caietul elevului, poster, slide etc.)
- *redarea enunțului în cuvinte proprii* - învățătorul trebuie să creeze stuații didactice care să excludă posibilitatea unei repetări banale a enunțului, orientînd eforturile elevilor spre înțelegere; de ex.: „Imaginați-vă că sînteți personajul din problemă și povestiți evenimentele în ordinea reală a derulării acestora”)
- *evidențierea cuvintelor-cheie* - repovestirea restrînsă a enunțului, în ordinea reală a derulării evenimentelor, excluzînd neesențialul și accentuînd (chiar și intonațional) cuvintele-cheie. În cazul, în care cuvintele-cheie nu se întîlnesc nemijlocit în enunț, descoperirea lor necesită o activitate specială (de ex., conversație euristică) binegîndită și realizată cu măiestrie pedagogică.

La finalul acestei etape, cuvintele-cheie se notează pe tablă și în caiete, asigurînd trecerea eficientă la următoarea etapă în activitatea de rezolvare a problemei.

Etapa 2. Organizarea enunțului în schemă

Completarea schemei în baza cuvintelor-cheie determinate anterior trebuie să asigure:

- *evidențierea valorilor necunoscute*, fiecare marcîndu-se printr-un semn de întrebare;
- *notarea datelor și a relațiilor cunoscute în problemă*;
- *evidențierea întrebării problemei* prin încercuirea semnului de întrebare corespunzător.

Schema obținută trebuie să prezinte clar și concis structura logică a problemei, valorile cunoscute, cele necunoscute și relațiile dintre acestea. O schemă corectă va ajuta elevul să proiecteze în mod eficient rezolvarea problemei.

Etapa 3. Proiectarea rezolvării problemei poate fi organizată prin construcția raționamentului rezolutiv, conform uneia din următoarele 3 metode:

- *metoda sintetică* - de la datele problemei spre întrebare;
- *metoda analitică* - de la întrebarea problemei spre date;
- *metoda analitico-sintetică* – combinată.

La finalul acestei etape, se formulează oral planul rezolvării problemei, fără efectuarea calculelor.

Etapa 4. Scrierea rezolvării se poate efectua prin două modalități (a nu se confunda cu metodele de rezolvare):

- *cu plan* - fiecare pas în rezolvarea problemei se formulează printr-o propoziție deplină, interogativă sau enunțiativă, apoi urmează scrierea operației matematice corespunzătoare;
- *cu justificări* – scrierea fiecărei operații este urmată printr-o explicație scurtă, referitoare la valoarea determinată (de obicei, cuvîntul-cheie corespunzător).

Scrierea răspunsului poate fi realizată printr-o propoziție enunțiativă deplină sau prescurtată. Dacă ultima operație este însoțită de justificare sau rezolvarea s-a scris cu plan, atunci, de obicei, se scrie răspunsul scurt.

Etapa 5. Activitățile de postrezolvare sînt deosebit de favorabile pentru lucrul în grup, fiind menite să asigure reflexia asupra procesului de rezolvare, dar și să cultive creativitatea, inteligența, imaginația elevilor, structurarea și restructurarea achizițiilor cognitive dobîndite. Activitățile postrezolutive pot viza:

- *sinteza rezolvării* - scrierea rezolvării prin exercițiu, argumentînd prezența sau lipsa parantezelor, citind exercițiul obținut în limbajul matematic adecvat și comentîndu-l în contextul concret al situației descrise în problemă;
- *rezolvarea problemei printr-o altă metodă*, urmată de analiza comparativă a rezolvărilor obținute;
- *verificarea rezolvării* prin substituția soluției în condiția problemei;
- *modificarea problemei rezolvate* în vederea respectării unor cerințe date, ceea ce conduce la aprofundarea înțelegerii relațiilor dintre mărimile întîlnite în problemă;
- *crearea unei probleme asemănătoare cu cea rezolvată*.

Ultimele două tipuri de sarcini de postrezolvare vizează formarea competenței specifice de formulare a problemelor.

Exemple de activități de postrezolvare în vederea formării competenței de formulare a problemelor.

Fie că a fost rezolvată problema (cl. II): În curte erau 8 băieți și de 2 ori mai puține fete. Câți copii erau în total?

Sarcini de postrezolvare:

- 1) Modificați condiția problemei, astfel încât prima operație în rezolvarea problemei să fie:
 - a) adunarea (Răspuns: cu 2 mai multe fete);
 - b) scăderea (Răspuns: cu 2 mai puține fete);
 - c) înmulțirea (Răspuns: de 2 ori mai multe fete).
- 2) Modificați întrebarea problemei, astfel încât a doua operație în rezolvarea problemei să fie scăderea. (Răspunsuri: Cu cât mai mulți băieți decât fete sînt? Cu cât mai puține fete decât băieți sînt?)
- 3) Alcătuiți o problemă care să se rezolve prin același exercițiu și să fie despre:
 - a) Flori de 2 culori (De ex.: Pe un răzor au înflorit 8 lalele roșii și de 2 ori mai puține lalele albe. Cîte lalele au înflorit în total?)
 - b) Jucării de 2 feluri (De ex.: Pe un raft erau 8 roboței și de 2 ori mai puține păpuși. Cîte jucării erau în total?)

14. Analizați metodele de planificare a rezolvării problemelor compuse: sintetică, analitică, analitico-sintetică. Proiectați schematic o activitate cu aplicarea uneia dintre aceste metode (în baza unei probleme din manualul de clasa a III-a).

Planificarea rezolvării unei probleme compuse poate fi organizată prin 3 metode:

- *metoda sintetică* - de la datele problemei spre întrebare;
- *metoda analitică* - de la întrebarea problemei spre date;
- *metoda analitico-sintetică* – combinată.

Se cunoaște că raționamentul sintetic este mai accesibil în clasele primare, deoarece este cel mai apropiat de specificul gândirii concret-intuitive la vârsta școlară mică: pornește de la cunoscut (date) spre necunoscut (întrebare). Totuși, raționamentul sintetic își are limitele sale: nu solicită prea mult gândirea elevilor; există pericolul ca elevii să fie tentați să afle niște mărimi care nu sînt necesare în rezolvare și să se abată din calea spre întrebarea problemei.

Raționamentul analitic pare cel mai dificil și mai puțin accesibil în clasele primare, deoarece orientează gândirea de la necunoscut (întrebare) spre cunoscut (date). De aceea se recomandă a fi aplicat de la sfîrșitul clasei a II-a sau chiar din clasa a III-a. Raționamentul analitic are avantaje valoroase: solicită mai mult gândirea elevilor; permite o privire de ansamblu asupra problemei, deoarece ține permanent în atenție întrebarea problemei.

Cel mai frecvent, în practică se folosește metoda analitico-sintetică, care îmbină cele 2 tipuri de raționamente (analitic și sintetic). Didactica matematicii recomandă utilizarea bine gândită a tuturor celor 3 metode, pentru a dezvolta în mod armonios gândirea logică a elevilor.

Fiecare dintre aceste metode se realizează la clasă în baza unei *conversații euristice*, prin care învățătorul dirijează elevii să construiască raționamentul rezolutiv și să obțină în rezultat planul oral de rezolvare a problemei. Tipul raționamentului (sintetic, analitic, analitico-sintetic) impune o anumită structură algoritmică conversației euristice proiectate și realizate de către învățător.

Algoritmul conversației euristice prin metoda sintetică are atîția pași cîte operații are rezolvarea problemei. Fiecare pas se construiește în baza a 3 întrebări: Ce? Cum? De ce?

Pasul 1.

- Ce putem afla direct din datele problemei?
- Cum vom afla? Prin ce operație?
- De ce alegem această operație? Ce cuvinte din schema problemei ne indică această operație?

Pasul 2.

- Ce putem afla în continuare? (Pentru a nu ne abate din calea spre întrebarea problemei, putem să cerem elevilor să precizeze dacă într-adevăr este necesar de a afla acest lucru.)
- Cum vom afla? Prin ce operație?
- De ce alegem această operație?

La final, se precizează că s-a ajuns la răspunsul la întrebarea problemei și se sintetizează planul oral al rezolvării: care va fi prima operație, a doua etc.

Algoritmul conversației euristice prin metoda analitică presupune 2 părți: analiza problemei și sinteza planului de rezolvare. Analiza problemei are atîția pași cîte operații are rezolvarea problemei. Fiecare pas se construiește în baza a 2 întrebări care solicită cîte 2 răspunsuri (anume acest lucru este cel mai dificil pentru elevi)

Pasul 1.

- Ce trebuie să știm pentru a răspunde la întrebarea problemei? Dați 2 răspunsuri (Se precizează 2 mărimi.)
- Avem ambele aceste date în problemă? Care o avem? Care nu o avem?

Pasul 2 se construiește în mod analog, pornind de la mărimea care a fost stabilită în pasul 1 ca fiind necunoscută.

La final, se precizează că avem toate datele pentru a răspunde la întrebarea problemei și se sintetizează planul oral al rezolvării: care va fi prima operație, a doua etc.

Algoritmul conversației euristice prin metoda analitico-sintetică presupune 2 pași: un început de analiză a problemei, apoi o continuare de tip sintetic. Adică, se începe de la întrebarea problemei, apoi se face un salt spre datele problemei.

Pasul 1. Analiză

- Putem să răspundem direct la întrebarea problemei?
 - De ce nu putem? (Aici se precizează mărimile necunoscute intermediare, pe care trebuie să le aflăm în procesul rezolvării)

Pasul 2. Sinteză

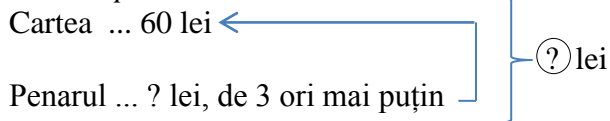
- Dar putem să aflăm acest lucru din datele problemei?
- Cum vom afla? Prin ce operație?
- De ce alegem această operație?

La final, se sintetizează planul oral al rezolvării: care va fi prima operație, a doua etc.

Exemple de aplicare a metodei sintetice și a metodei analitico-sintetice

Problemă: Ion a cumpărat o carte de 60 de lei și un penar de 3 ori mai ieftin decât cartea. Află costul total al cumpărăturii.

Schema problemei:



Conversația euristică prin metoda sintetică:

Pasul 1.

- Ce putem afla direct din datele problemei? (Putem afla cât costă penarul.)
- Cum vom afla? Prin ce operație? (Prin operația de împărțire, vom împărți 60 lei la 3.)
- De ce alegem această operație? Ce cuvinte din schema problemei ne indică această operație? (Cuvintele „de 3 ori mai puțin”)

Pasul 2.

- Când vom ști cât costă penarul, ce vom putea afla în continuare? (Vom putea afla cât costă cartea și penarul în total.)
- Avem nevoie să aflăm aceasta în problemă? (Da, aceasta și este întrebarea problemei.)
- Cum vom afla? (Vom aduna costul cărții cu costul penarului.)
- De ce alegem această operație? Găsiți în schema problemei ceea ce ne indică această operație. (Paranteza figurativă care înseamnă „în total”.)

La final se cere întocmirea planului oral al rezolvării problemei:

- În prima operație vom afla cât costă penarul. Pentru aceasta vom împărți 60 la 3.
- În operația a doua vom afla costul total al cumpărăturii. Pentru aceasta vom aduna costul cărții cu costul penarului.

Conversația euristică prin metoda analitico-sintetică:

Pasul 1. Analiza.

- Putem răspunde direct la întrebarea problemei? (Nu putem, deoarece nu știm cât costă penarul.)

Pasul 2. Sinteză.

- Dar putem afla din datele problemei cât costă penarul? (Putem. Pentru aceasta vom împărți 60 lei la 3.)
- Și când vom ști cât costă penarul, ce vom face în continuare? (Vom aduna prețul cărții cu prețul penarului și vom afla costul total al cumpărăturii. Deci, vom răspunde la întrebarea problemei.)

La final se cere întocmirea planului oral al rezolvării problemei:

- În prima operație vom afla cât costă penarul. Pentru aceasta vom împărți 60 la 3.
- În operația a doua vom afla costul total al cumpărăturii. Pentru aceasta vom aduna costul cărții cu costul penarului.

15. Comparați tipurile problemelor rezolvabile prin metoda figurativă în clasa a IV-a. Propuneți activități pentru prevenirea și combaterea dificultăților în rezolvarea problemelor prin metoda figurativă.

Deseori, pentru a înțelege mai bine problema, este convenabil să o figurăm (să o reprezentăm) într-un desen, o schemă, un model etc. Cu cât elevul are o vîrstă mai mică, cu atât aceasta figurare este mai detaliată, mai apropiată de concret. Odată cu maturizarea elevului și dezvoltarea gândirii logice, figurarea devine mai abstractă, evidențiind doar esențialul. Astfel, în clasa I elevii figurează numerele cunoscute în problemă, desenînd cercele, bețișoare, pătrățele etc., iar în clasa a IV-a ajung să figureze prin segmente relațiile dintre numerele necunoscute.

În clasa a IV-a se învață 3 tipuri principale de probleme rezolvabile prin metoda figurativă:

1. Probleme de aflare a două numere după suma și diferența lor
2. Probleme de aflare a două numere după suma și cîtul (raportul) lor
3. Probleme de aflare a două numere după diferența și cîtul (raportul) lor

Pentru a figura enunțul prin segmente, se pornește de la reprezentarea printr-un segment a celui mai mic dintre numerele întrebate în problemă. Apoi, în baza relațiilor date în problemă se figurează numărul mai mare.

Pentru a rezolva problemele figurative, se observă dacă toate părțile (reprezentate în schemă prin segmente) sînt egale. Dacă nu – se realizează egalarea datelor. Dacă da – prin împărțire se află o parte, adică cel mai mic dintre numerele care se întrebă în problemă.

Dificultățile cele mai frecvente în rezolvarea problemelor prin metoda figurativă sînt:

➤ *Neînțelegerea modalității de figurare prin segmente.* Cauza este dezvoltarea insuficientă a capacității de abstractizare.

Pentru a depăși această dificultate se recomandă următoarele 2 activități:

1) În predarea primelor probleme figurative (de aflare două numere după suma și diferența lor) să se realizeze întîi rezolvarea concretă – cu sprijin în obiecte. O astfel de activitate se propune în manualul de cl. IV la pagina 40. Se aduce în clasă un coș cu mere și nuci, se acoperă cu un prosop, apoi se realizează activitățile concrete: pe sub prosop se iau nuci din coș, pentru a egala numărul nucilor cu numărul merelor; la final nucile se pun înapoi, se ia prosopul și elevii numără merele și nucile din coș și se conving că au rezolvat problema corect.

2) Algoritmizarea figurării prin segmente – se realizează în baza rubricii „Ați observat” la pag. 40.

➤ *Reprezentarea greșită a relațiilor dintre necunoscute.* Cauza stă în confuzia noțiunilor de mărire/micșorare cu cîteva unități și mărire/micșorare de cîteva ori.

Pentru a depăși această dificultate, elevii sînt ghidați prin întrebări de tipul:

- Ce înseamnă cu 2 mai mult? (Tot atît și încă 2)
- Ce înseamnă de 2 ori mai mult? (Tot atît de 2 ori)

➤ *Figurarea prin segmente a problemelor de tipul 3* - de aflare a două numere după diferența și cîtul lor. Cauza este aceeași ca și pentru dificultatea precedentă.

Pentru a depăși această dificultate se recomandă aplicarea principiului confruntării: se confruntă problemele de acest tip (după diferență și cît) cu problemele de tipul 2 (după sumă și cît). (manual cl. IV-a, p. 50)

16. Sintetizați reperele metodologice ale proiectării și realizării dictărilor matematice. Proiectați o dictare matematică pentru conținutul de învățare „Adunarea și scăderea numerelor pînă la 10”, clasa I.

Dictarea matematică (DM) este o metodă specifică pentru studiul matematicii în clasele primare. Se aplică frecvent în cadrul evaluării inițiale și al evaluării formative. Deseori, DM constituie chiar o secvență a lecției de matematică – calculul oral la etapa de evocare.

DM se realizează pe bază unui sistem de exerciții și probleme. În cadrul DM nu doar se repetă și consolidează achizițiile matematice dobândite de către elevi. Prin intermediul DM se dezvoltă procese psihice cognitive, în special memoria, atenția, rapiditatea gândirii. DM ajută la dezvoltarea limbajului matematic prin modele de citire a sarcinilor de către învățător. Astfel, DM se profilează ca o metodă didactică cu valențe formative multiple, ceea ce argumentează necesitatea utilizării frecvente și creative la lecțiile de matematică.

Pentru proiectarea DM se înaintează următoarele cerințe:

- Să se proiecteze în conformitate cu prevederile curriculumului, vizînd cunoștințele și capacitățile însușite de elevi.
- Nivelul de dificultate al dictării trebuie să fie mediu, iar numărul de itemi trebuie să corespundă timpului în care majoritatea elevilor clasei sînt capabili să-și mențină atenția concentrată.
- Să se folosească un limbaj matematic cît mai variat pentru formularea itemilor.
- Să se respecte principiile structurării sistemelor de exerciții și probleme: stereotipicitatea, repetarea continuă, confruntarea, contraexemplul didactic, plenitudinea.
- Să se proiecteze în dependență de tipul DM.
 - *Dictarea de numerație* include itemi, rezolvarea cărora nu solicită calcule aritmetice și poate viza: formarea, citirea, scrierea, compararea, ordonarea numerelor naturale;
 - *Dictarea aritmetică* include itemi, rezolvarea cărora solicită calcule aritmetice: exerciții cu una sau mai multe operații aritmetice, exerciții lacunare, probleme cu una sau două operații etc.
 - *Dictarea terminologică* vizează capacitățile de comunicare în limbaj matematic și se alcătuieste din: întrebări referitoare la semnificația unor termeni matematici; propoziții matematice incomplete; sarcini de identificare a unor termeni matematici în exerciții date.
 - *Dictarea geometrică* presupune sarcini de construcție geometrică, de aceea elevii vor avea din timp pregătite pe bănci toate rechizitele necesare.
 - *Dictarea cu determinarea valorii de adevăr* include itemi cu alegere duală. Se propun elevilor propoziții matematice, ale căror valori de adevăr trebuie determinate. Dacă elevii vor considera propoziția adevărată, atunci vor scrie litera A (adevărat) sau cuvîntul „da”, iar dacă o vor considera falsă, vor scrie litera F (fals) sau cuvîntul „nu”.
 - *Dictarea grafică* se realizează de elevi pe rețeaua de pătrățele a caietului, fiind percepută auditiv (dictată de învățător) sau vizual (scrisă pe tablă sau pe o fișă). Pentru o aranjare optimală pe pagină se prescrie punctul de plecare în realizarea dictării. După finalizarea dictării, se pot adresa elevilor sarcini creative de postrezolvare: completarea desenului obținut, colorare etc.

Pentru realizarea DM se recomandă respectarea următoarelor cerințe metodologice:

- Fiecare item se va citi de către învățător o singură dată, clar și respicat, pentru a stimula atenția și concentrarea elevilor. Pentru facilitarea percepției, uneori, itemii pot fi proiectați cu ajutorul multimedia.
- În timpul desfășurării DM învățătorul nu se va deplasa prin sala de clasă, pentru a nu distrage atenția elevilor.
- Elevii vor efectua rezolvările mentale și vor scrie răspunsurile obținute în caiete (de obicei, în rînd, despărțite prin virgule).
- Se va conveni, în prealabil, asupra unui semn prin care elevii vor anunța învățătorul despre îndeplinirea sarcinii (poziția în bancă, ridicarea mîinii pe cot etc.).
- DM poate să fie finalizată printr-o activitate de postrezolvare, care prespune cîteva sarcini referitoare la șirul răspunsurilor obținute.

- La final, învățătorul poate reciti dictarea integral, pentru a oferi elevilor posibilitatea de autocorectare.
 - Pentru a evalua dictarea, învățătorul poate lua caietele la control și aprecia rezultatele activității elevilor prin notă sau alte semne. Însă, mai eficiente sînt modalitățile de evaluare/autoevaluare, în cadrul cărora fiecare elev confruntă răspunsurile obținute cu:
 - răspunsurile prezentate de un coleg care a realizat dictarea pe verso-ul tablei;
 - răspunsurile citite de elevii solicitați de către învățător;
 - răspunsurile corecte afișate sau proiectate de către învățător la tablă.
 - răspunsurile obținute de colegul de bancă, făcînd schimb de caiete.
- Pentru fiecare răspuns confruntat, clasa își exprimă acordul sau dezacordul printr-un semn asupra căruia s-a convenit în prealabil (bat din palme, ridică mîna etc.). Dacă se constată divergențe de opinii, se realizează o analiză frontală. Se stabilește răspunsul corect și se realizează autocorectarea în caiete.
- Învățătorul va face o analiză a greșelilor comise de elevi, pentru a realiza corijări și racordări în procesul de predare-învățare. Greșelile comise de elevi vor constitui „materia primă” pentru diferențiere și individualizare.

Exemplu de DM pentru conținutul de învățare „Adunarea și scăderea numerelor pînă la 10”, clasa I.
Tipul: Dictare aritmetică

Calculați în minte și scrieți răspunsul obținut.

- 1) Suma numerelor 3 și 4;
- 2) Diferența numerelor 8 și 5;
- 3) Cît trebuie să adunăm la 3 pentru a obține 9?
- 4) Cît trebuie să scădem din 8 pentru a obține 0?
- 5) Numărul cu 2 mai mare decît 8;
- 6) Numărul cu 2 mai mic decît 7;
- 7) Cu cît este mai mare numărul 9 decît 5?
- 8) Cu cît este mai mic numărul 1 decît 10?

Șirul de răspunsuri: 7, 3, 6, 8, 10, 5, 4, 9.

Sarcini de postrezolvare:

- 1) Subliniați numerele pare;
- 2) Citiți numerele impare.
- 3) Citiți răspunsurile în ordine crescătoare;
- 4) Ce numere lipsesc din șirul tuturor numerelor de la 0 pînă la 10?