5) dacă $a = 2340q + 1261$, atunci $x = 2(2340q + 1261)$, $y = 520q + 286$, $z = (520q + 286)(2340q + 1261), q \in N$;

6) dacă $a = 3060x + 901$, atunci $x = 2(3060q + 901)$, $y = 680q + 204$, $z == (3060q + 901), q \in N$.

Corolarul 3. Pentru fracţiile $\frac{5}{a}, a \in N$, avem soluţiile:

1) dacă $a = 61$, atunci $x = 2989, y = 14, z = 98$;
2) dacă $a = 961$, atunci $x = 961$, $y = = 248, z = 7688$;
3) dacă $a = 1021$, atunci $x = 2042$, $y = 227$, $z = 463534$;
4) dacă $a = 9961$, atunci $x = 9961, y = 24, z = 3546116$;
5) dacă $a = 10021$, atunci $x = 10021, y = 2508, z = 2284788$;
6) dacă $a = 99961$,atunci $x = 199922, y = 22214, z = 1110266827$.

BIBLIOGRAFIE

1. Guy R. K. ” Egyptian Fractions”. Unsolved Problems in Number Theory. 3rd Edition Springer Verlag, Berlin, New York (2004),437 pp.
2. Palama G. Su di un a congettura relativa alla possibilita in numeri naturali della $\frac{5}{n} = \frac{1}{x_1} + + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3}$. Bolletino dell’Unione Matematica Italiana, Serie 3, Vol.13 (1958), n.1, pp. 65-72.
3. 3. Sierpinski W. Sur les decompositions de nombres rationnels en fractions primaries, “Matehesis” . LXV,1956, pp.16-32.
4. Ţarălungă B., Bostan M. About a Diophantine equation, Mater. Conf. ”International Conference on mathematics and information technology”, Bălţi, Rep. Moldova, 2018, p. 95
5. Yamamoto K. On the diofantine equation $\frac{4}{n} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$. Memoirs of the Faculty of Science, 1965.

APLICAŢII ALE SERIILOR DE VARIABILĂ COMPLEXĂ
APPLICATIONS OF THE COMPLEX VARIABLE SERIES

Zinaida Ghilan, *dr., conf. univ.,*
UPS „Ion Creangă”din Chişinău
Zinaida Ghilan, PhD associate professor,
,,Ion Creanga” SPU of Chisinau
ORCID iD: 0000-0002-7216-5096
Victor Pricop, *dr., conf. univ.,*
UPS „Ion Creangă”din Chişinău
Victor Pricop, PhD associate professor,
,,Ion Creanga” SPU of Chisinau
ORCID iD: 0000-0001-9321-6107

CZU 51

Abstract

This paper talks about complex variable series because these series can be used to solve various problems with practical applications. We will present some examples of convergence of the complex variable series, including some solutions with the Maple package.

Key-words: complex series, convergence

Introducere

Studiul seriilor de puteri de variabilă complexă permit găsirea valorilor funcţiilor cu orice precizie suficientă pentru utilizarea în practică. Utilizarea teoriei seriilor face posibilă rezolvarea problemelor aplicate de analiză matematică, economie, inginerie, mecanică şi diferite ramuri ale fizicii, geodezie, chimie, astronomie, biologie, arhitectură, estetică, criptografie etc. Procesele periodice (puterea şi tensiunea curentului alternativ, mişcările oscilatorii şi de rotaţie ale diferitelor părţi ale maşinilor şi dispozitivelor, mişcarea periodică a corpurilor cereşti şi a particulelor elementare, oscilaţiile electromagnetice şi alte numeroase fenomene) pot fi descrise prin funcţii periodice etc. Prin urmare, studiul de către studenţi a problemelor teoretice legate de studiul seriilor de diferite tipuri, obţinerea abilităţilor pentru clasificarea tipului de serie, cunoaşterea proprietăţilor de bază ale seriilor, semnele convergenţei acestora, algoritmi pentru extinderea unei funcţii într-o serie de puteri, iar o serie Fourier este o parte obligatorie a educaţiei matematice. În aceasta lucrare vom analiza succint seriile de puteri de variabilă complexă.

Serii de puteri de variabilă complexă

În teoria funcţiilor de variabilă complexă un rol important îl au seriile de puteri.

Se numeşte serie de puteri, seria de forma

$$c_0 + c_1(z - z_0) + c_2(z - z_0)^2 + \cdots . + c_n(z - z_0)^n + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} c_n(z - z_0)^n \ , \qquad (1)$$

iar $c_0, c_1, c_2, \ldots, c_n, \ldots$, sunt coeficienţi, pentru orice n $\in N$ şi , $z_0 \in C$ - o variabilă complexă independentă. Numărul c_n reprezintă coeficientul termenului de rang *n*. Forma prescurtată a seriei de puteri o putem scrie ca: $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$. Presupunem că seria (1) este convergentă într-un punct z_0 diferit de punctul zero. În continuare vom formula:

Teorema lui Abel: *Dacă seria de puteri* (1) *este convergentă pentru* $z=z_0$, *ea este convergentă, şi anume absolut convergentă, pentru orice z, pentru care* $|z| < |z_0|$.

Aceasta teoremă a lui Abel din punct de vedere geometric poate fi formulată astfel: Dacă seria de puteri (1) este convergentă în punctul z_0, atunci ea este absolut convergentă în orice punct situat în interiorul cercului cu centrul în punctul zero, care trece prin punctul z_0.

Conform condiţiei, seria (1) este convergentă şi prin urmare: $\lim_{n\to\infty} c_n z_0^n=0$.

Seria formată din modulii seriei (1), va fi absolut convergentă. Utilizând teorema lui Abel putem determina structura domeniului de convergenţă al oricărui serii de puteri. După cum se ştie există serii de puteri al căror domeniu de convergenţă constă din punctul zero, serii de puteri convergente din toate punctele planului, care în baza teoremei lui Abel aceste serii trebuie să fie absolut convergente, şi serii, care au pe de o parte puncte de convergenţă diferite de punctul zero, iar pe de altă parte puncte de divergenţă. Conform teoremei lui Abel se poate spune că există un cerc cu centrul în punctul zero şi cu raza *R* astfel încât seria de puteri dată este convergentă (şi anume absolut convergentă) în interiorul acestui cerc şi divergentă în exteriorul lui. Acest cerc cu raza *R* se numeşte cerc de convergenţă, iar *R* se numeşte raza de convergenţă ce variază $(0 < R < +\infty)$. Astfel, observăm, că orice serie de puteri (1) are un cerc de convergenţă cu, şi o anumită rază *R*.

Pentru a determina raza de convergenţă formăm şirul de numere:

$$|c_1|, \sqrt{|c_2|}. \sqrt[3]{|c_3|}, \ldots, \sqrt[n]{|c_n|}, \ldots \qquad (2)$$

Toţi terminii acestui şir se consideră numere reale nenegative. În cazul real se poate calcula raza de convergenţă a seriilor de puteri cu una din formulele:

$$R = \frac{1}{\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|c_n|}}$$

Aceasta formulă se numeşte formula lui Cauchy-Hadamard.

În mod analog putem arăta că raza de convergenţă poate fi determinată şi prin folosirea criteriului de convergenţă D`Alembert prin formula: $\lim\limits_{n\to\infty} \left|\frac{c_{n+1}}{c_n}\right|$,

Pe când, în practică se calculează raza de convergenţă după formula

$$R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{c_n}{c_{n+1}}\right|.$$

Putem menţiona că deoarece lucrăm în planul complex numerele complexe de pe planul complex *xOy* sunt reprezentate prin puncte, pe când domeniul de convergenţă a seriei de putere de variabilă complexă *w*$\neq$ 0 este reprezentat în planul complex printr-un disc de convergenţă a seriei de puteri. Cunoaştem că:

Seria este uniform convergentă pe $|z - z_0| \leq \rho < R$

Seria este absolut convergentă pe $|z - z_0| < R$

Seria este divergentă $|z - z_0| > R$

Definiţie. *Seria de variabilă complexă* $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ *se numeşte absolut convergentă, dacă seria alcătuită din modulele termenilor este convergentă* $\sum_{n=1}^{\infty}|z_n|=|z_1| + |z_2| + |z_3| + \cdots + |z_n| + \cdots = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} + \sqrt{x_2^2 + y_2^2} + \sqrt{x_3^2 + y_3^2} + \sqrt{x_4^2 + y_4^2} + \cdots + \sqrt{x_n^2 + y_n^2} + \cdots$

Definiţie. *Seria* $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ *se numeşte serie semiconvergentă, dacă modulele termenilor seriei* $\sum_{n=1}^{\infty}|z_n|$ *este divergentă.*

Pe frontiera discului trebuie de făcut calcule separate. În interiorul cercului de convergenţă suma seriei este o funcţie olomorfă *S*(z) şi au sens rezultatele de forma derivării sau integrării termen cu termen a seriei de puteri.

Exemple

În continuare, vom arăta prin exemple, aplicarea seriilor de puteri cu variabilă complexă.

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3-2i}{1+\sqrt{n}}$.

Rezolvare. Cercetăm seria de variabilă complexă $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3-2i}{1+\sqrt{n}}$, alcătuim seria din: partea reală $\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} \frac{3}{1+\sqrt{\mathrm{n}}}$ şi partea imaginară $\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} \frac{-2}{1+\sqrt{\mathrm{n}}}$. În rezultat obţinem două serii de numere reale care sunt divergente, utilizând metoda de comparaţie cu seria armonică $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$.

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{3}{1+\sqrt{n}}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{3\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}} = 3 \neq 0.$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{-2}{1+\sqrt{n}}}{\frac{1}{\sqrt{n}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{-2\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}=-2\neq 0.$$

Ambele serii sunt divergente, ceea ce rezultă că seria de variabilă complexă este divergentă, rezolvare în Maple (fig. 1).

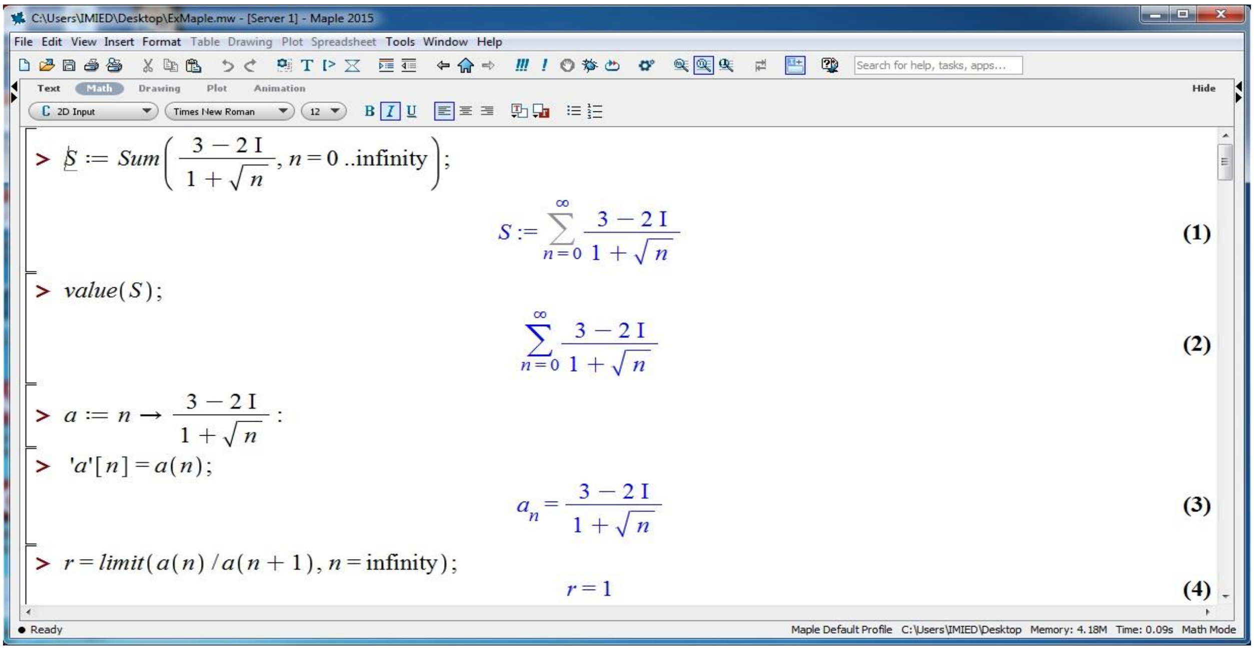

Figura 1. Rezolvare în Maple

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei:

$$(1+i)+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\,i\right)+\left(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}\,i\right)+\ldots+\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{3^n}\,i\right)+\cdots$$

Rezolvare. De asemenea formăm două serii: partea reală $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ şi partea imaginară $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{3^n}$. Observăm că se obţin două serii a progresiei geometrice convergente deci şi seria iniţială este convergentă.

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n(2-i)+1}{n(3-2i)-3i}\right]^n$

Rezolvare. Pentru seria $\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{n(2-i)+1}{n(3-2i)-3i}\right]^n$ utilizăm criteriul de convergenţă Cauchy-Hadamard.

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|z_n|}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left|\left[\frac{n(2-i)+1}{n(3-2i)-3i}\right]^n\right|}=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{n(2-i)+1}{n(3-2i)-3i}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{2-i}{(3-2i)}\right|=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{13}}<1.$$

Deci seria este absolut convergentă. Rezolvare Maple (fig. 2).

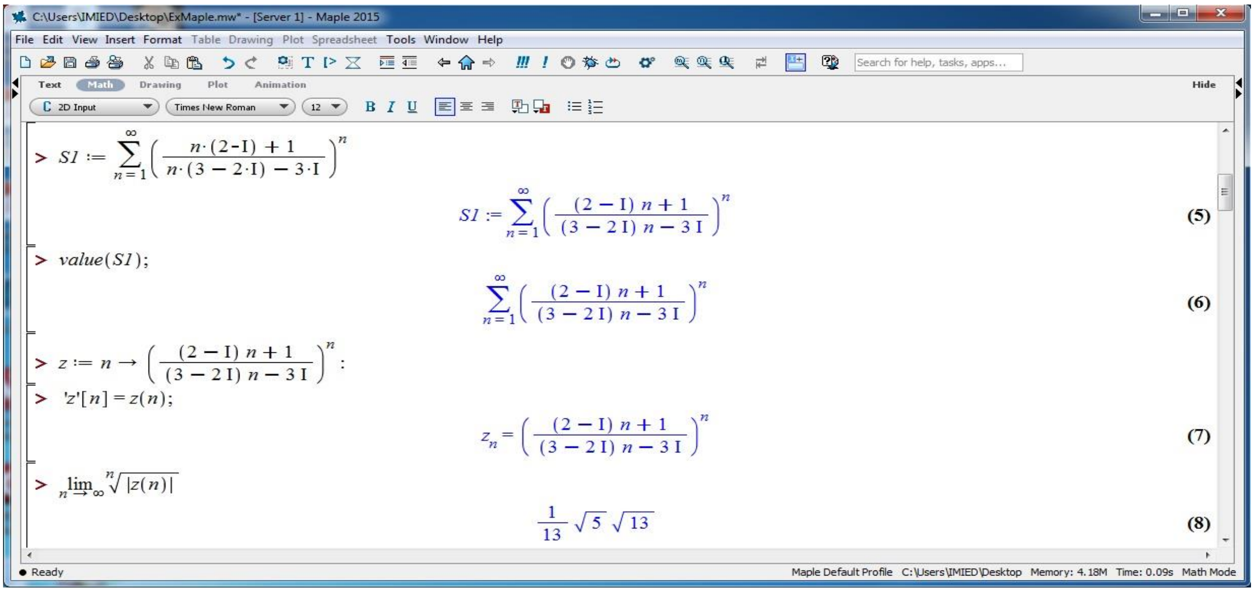

Figura 2. Rezolvare în Maple, convergenţă

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2+3i)^n}{(3-i)^{2n}}$.

Rezolvare. pentru a cerceta convergenţa seriei $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2+3i)^n}{(3-i)^{2n}}$ vom alcătui seria din modulele termenilor $|2+3i|=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$, $|3-i|=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$. Utilizând criteriul de convergenţă Cauchy-Hadamard pentru această serie de variabilă complexă avem:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{(2+3i)^n}{(3-i)^{2n}}}=\sqrt[n]{\frac{13^n}{10^{2n}}}=\frac{\sqrt{13}}{10}<1.$$

Deci, seria de variabilă complexă este absolut convergentă. Rezolvare Maple (fig. 3).

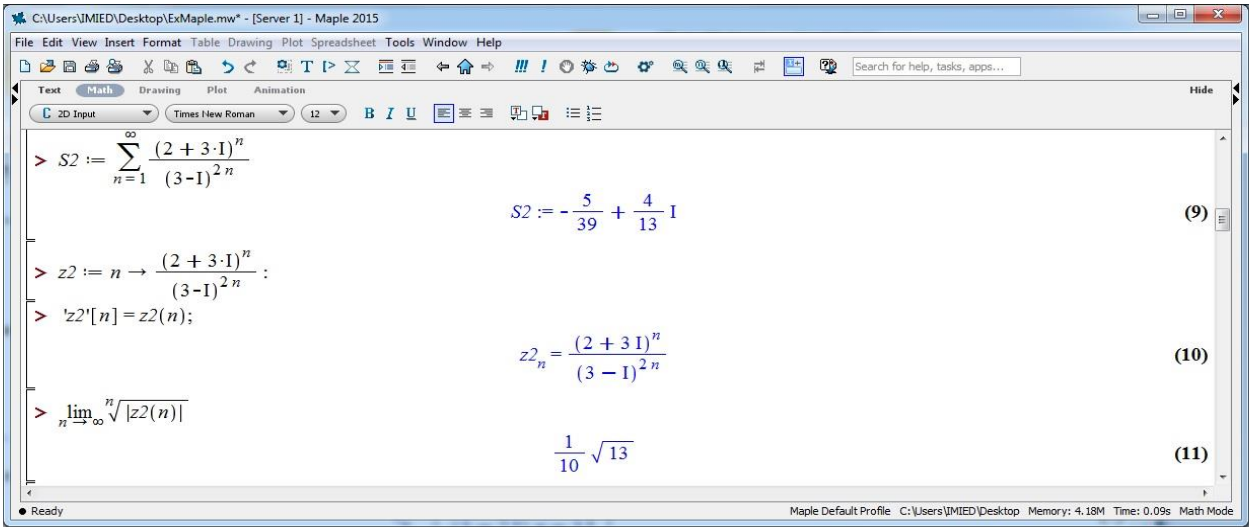

Figura 3. Rezolvare în Maple, criteriul Cauchy-Hadamard

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}-i}{n+1}$.

Rezolvare. Fie seria de variabilă complexă $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}-i}{n+1}$. Vom prezenta ca suma a două serii $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}$ şi $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{i}{n+1}$. Pentru a determina convergenţa acestor două serii vom folosi criteriul de comparaţie cu seria armonică $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{\sqrt{n}}{n+1}}{\frac{1}{\sqrt{n}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}\cdot\frac{\sqrt{n}}{1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}=1=\text{const}\neq 0.$$

Calculăm pentru seria părţii imaginare:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{\sqrt{n}}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{n}}{n+1}=0.$$

Deci, seria iniţială este divergentă

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{z^n}{n!}$.

Rezolvare Pentru seria vom folosi criteriul de convergenţă D`Alembert $z_n=\frac{z^n}{n!}$, $z_{n+1}=\frac{z^{n+1}}{(n+1)!}$. $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{z_{n+1}}{z_n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{z^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{z^n}{n!}}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{z^{n+1}}{(n+1)!}\cdot\frac{n!}{z^n}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{z}{n+1}\right|=|z|\cdot\lim_{n\to\infty}\left|\frac{1}{n+1}\right|=$ $|z|\cdot 0<1$, deci seria este absolut convergentîă pentru orice valoarea a lui z, astfel orice punct a planului complex $R=\infty$.

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n}{z^n}$.

Rezolvare. Pentru seria $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{i^n}{z^n}$ vom folosi criteriul de convergenţă Cauchy-Hadamard: $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{|z_n|}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left|\frac{i^n}{z^n}\right|}=\lim_{n\to\infty}\frac{|i|}{|z|}=\frac{\sqrt{0^2+1^2}}{|z|}=\frac{1}{|z|}$. Conform criteriului Cauchy seria este convergentă pentru $\frac{1}{|z|}<1\Rightarrow|z|>1$, avem partea exterioară a cercului cu centru în origine (0,0) şi raza egal cu o unitate 1. Pe frontiera acestui cerc seria este divergentă, criteriul de convergenţă nu se îndeplineşte. Rezolvare Maple (fig. 4).

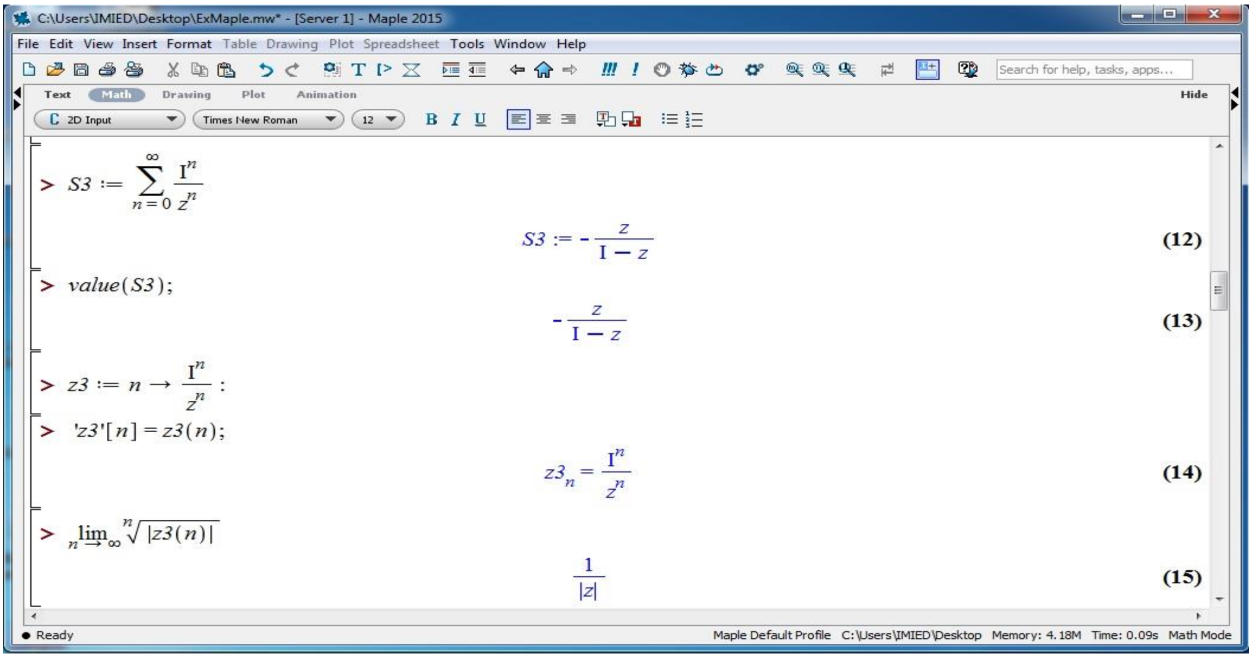

Figura 4. Rezolvare în Maple

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{n!(e-i)^n}$.

Rezolvare. $z_n=\frac{n^n}{n!(e-i)^n}$, $z_{n+1}=\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!(e-i)^{n+1}}$. Folosind criteriul de convergenţă D`Alembert obţinem că:

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{z_{n+1}}{z_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!(e-i)^{n+1}}}{\frac{n^n}{n!(e-i)^n}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!(e-i)^{n+1}}\cdot\frac{n!(e-i)^n}{n^n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)^n}{(e-i)}\cdot\frac{1}{n^n}\right| =$$

$$\left|\frac{1}{e-i}\right|\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)^n}{n^n}\right| = \left|\frac{1}{e-i}\right|\lim_{n\to\infty}\frac{(n+1)^n}{n^n} = \frac{1}{\sqrt{e^2+(-1)^2}}\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \frac{e}{\sqrt{e^2+1}} \approx 0.939$$

Deci seria este absolut convergentă. Rezolvare Maple (fig. 5).

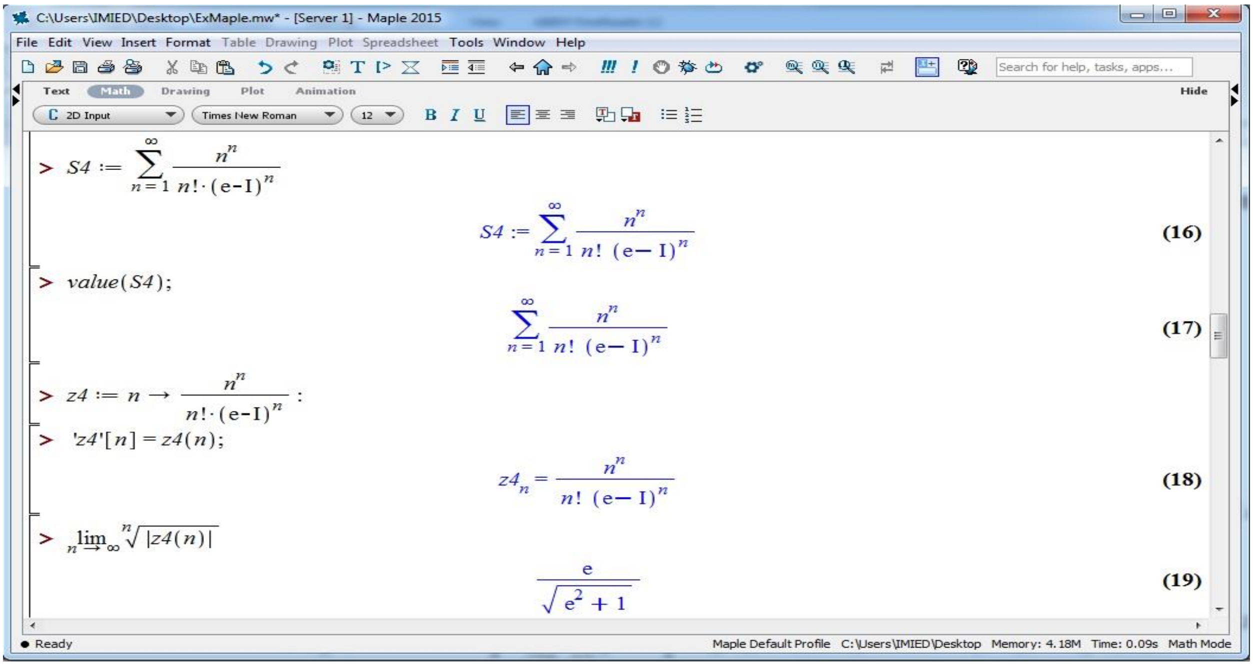

Figura 5. Rezolvare în Maple, criteriul Cauchy-Hadamard

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei: $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!(1-i)}{(2n-1)!}z^{2n}$.

Rezolvare. Pentru a determina convergentă seriei $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n!(1-i)}{(2n-1)!}z^{2n}$, vom utiliza criteriul de convergenţă D`Alembert: $z_n = \frac{n!(1-i)}{(2n-1)!}z^{2n}$, $z_{n+1} = \frac{(n+1)!(1-i)}{(2n+1)!}z^{2n+2}$. Atunci

$$\lim_{n\to\infty}\left|\frac{z_{n+1}}{z_n}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{(n+1)!(1-i)}{(2n+1)!}z^{2n+2}}{\frac{n!(1-i)}{(2n-1)!}z^{2n}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)!(1-i)}{(2n+1)!}z^2\cdot\frac{(2n-1)!}{n!(1-i)}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)}{(2n-1)!}z^2\cdot\right.$$

$$\left.\frac{(2n-1)!}{2n(2n+1)}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)}{2n(2n+1}z^2\right| = z^2\lim_{\substack{n\to\infty\\ n\to\infty}}\left|\frac{(n+1)}{2n(2n+1}\right| = z^2\cdot 0 < 1.$$

Deci, seria este convergentă în orice punct din planul complex, R=∞. Rezolvare Maple (fig. 6).

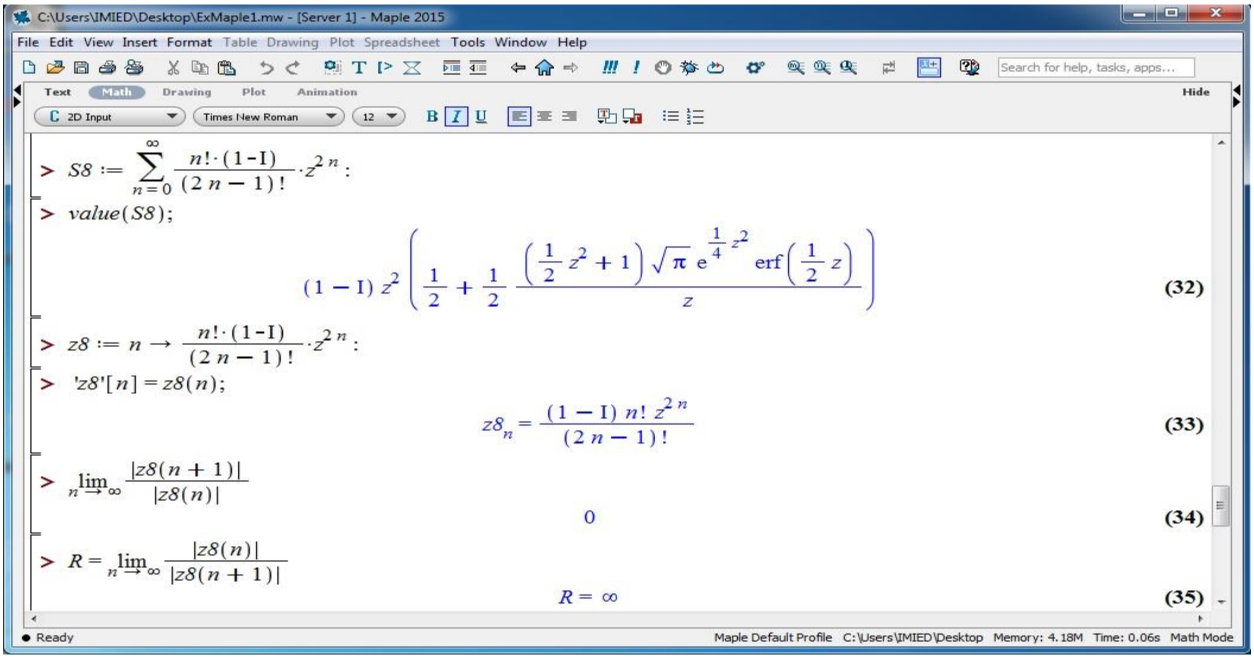

Figura 6. Rezolvare în Maple, criteriul D`Alembert

Exemplu. Să se afle raza de convergenţă a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty}(sin\, in)z^n$.

Rezolvare. Aflăm limita seriei după formula Cauchy-Hadamard $\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|sin\, in|} =$

$\overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{\frac{1}{2}(e^n - e^{-n})} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot \lim_{n\to\infty} e(1-e^{-2n})^{\frac{1}{n}} = e.$

Prin urmare $R = e^{-1}$.

Exemplu. Să se afle cercul de convergenţă a seriei de puteri $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$.

Rezolvare. criteriul de convergenţă D'Alembert pentru orice $z \in C$, obţinem:

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{z^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{z^n} \right| = \lim_{n\to\infty} \left| \frac{z}{n+1} \right| = 0 < 1.$$

Deci, seria este absolut convergentă în C.

Exemplu. Să se dezvolte în seria de puteri funcţia $f(z) = \frac{1}{z}$ după puterea $z+2i$ şi să se afle domeniul de convergenţă.

Rezolvare. Vom transforma funcţia $f(z) = \frac{1}{z}$ în felul următor:

$$\frac{1}{z} = -\frac{1}{2i} \cdot \frac{1}{1 - \frac{z+2i}{2i}}.$$

Fracţia $\frac{1}{1-\frac{z+2i}{2i}}$ o transformăm într-o serie de puteri echivalentă cu progresia geometrică şi cu primul termen al căreia este egal cu 1, iar numitorul este egal cu $\frac{z+2i}{2i}$ cu condiţia $\left|\frac{z+2i}{2i}\right| < 1$.

Obţinem $\frac{1}{1-\frac{z+2i}{2i}} = 1 + \frac{1}{2i}(z+2i) + \frac{1}{(2i)^2}(z+2i)^2 + \frac{1}{(2i)^3}(z+2i)^3 + \cdots$.

Deci funcţia $\frac{1}{z} = -\frac{1}{2i} - \frac{1}{2i}(z+2i) - \frac{1}{(2i)^2}(z+2i)^2 - \frac{1}{(2i)^3}(z+2i)^3 + \cdots =$

$= -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2i)^{n+1}}(z+2i)^n$.

Seria obţinută este absolut convergentă pentru orice *z*, pentru care se îndeplineşte condiţia $\left|\frac{z+2i}{2i}\right| < 1$ sau $|z + 2i| < 2$, şi este divergentă pentru $|z + 2i| > 2$. Prin urmare obţinem cercul de convergenţă egal $|\, z + 2i| < 2$.

Exemplu. Să se cerceteze convergenţa seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-i}{3}\right)^{n^2}$.

Rezolvare. folosim criteriul Cauchy

$$\sqrt[n]{|w_n|} = \sqrt[n]{\left|\left(\frac{2-i}{3}\right)^{n^2}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{2-i}{3}\right|^{n^2}} = \left|\frac{2-i}{3}\right|^{n} = \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^{n} \to 0, \text{dacă } n \to \infty.$$

În baza criteriului Cauchy-Hadamard seria este absolut convergentă.

Exemplu. să se cerceteze convergenţa seriei $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1+i}{2}\right)^{n}$

Rezolvare. Folosim criteriul Cauchy-Hadamard $\sqrt[n]{|w_n|} = \sqrt[n]{\left|\left(\frac{1+i}{2}\right)^{n}\right|} = \sqrt[n]{\left|\frac{1+i}{2}\right|^{n}} = \left|\frac{1+i}{2}\right| = \frac{\sqrt{2}}{2} \to 0$, seria este absolut convergentă.

Concluzii

Determinarea convergenţei seriilor de variabilă complexă nu întotdeauna este simplă în rezolvare. Sunt necesare cunoştinţe profunde de matematică.

Maple este un software matematic interactiv care cuprinde multe compartimente ale matematicii contemporane. Am prezentat câteva exemple de aplicare a acestui pachet la seriile de variabilă complexă.

BIBLIOGRAFIE

1. Privalov I. I. Introducere în teoria funcţiilor de variabilă complexă. Moscova, 1984.
2. А. Г. Свешников, А. Т.Тихонов. Теория функций комплексной переменной. Москва, 1967.
3. Gabriela Apreutesei. Curs de analiză complexă. Disponibil pe internet https://www.math.uaic.ro/~gabriela/depozit/Curs%20analiza%20complexa.pdf (vizitat 22.04.2021).