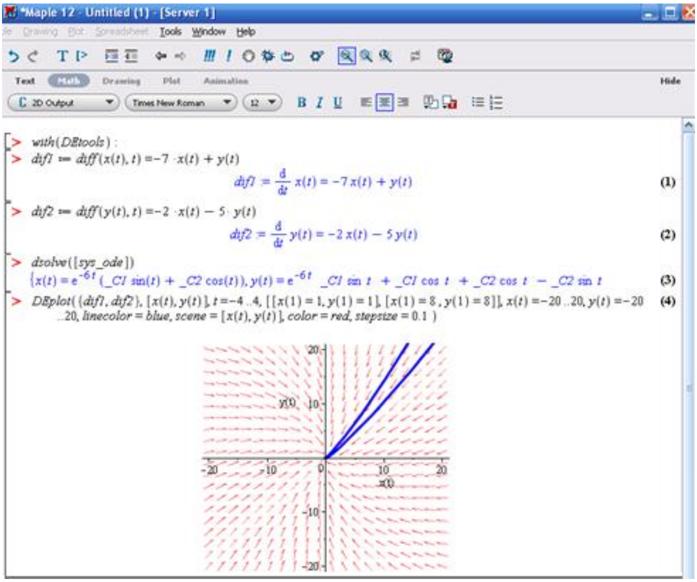

Fig. 4. Soluționarea sistemelor de ecuații diferențiale (exemplul 3)

Bibliografie

1. Stepaniuc, V.V., *Curs de ecuații diferentiale*, Lumina, Chişinău 1970.
2. Ecuații diferențiale de ordinul întîi rezolvabile prin metode elementare http://web.info.uvt.ro/~braescu/courses/EDP_romana.pdf (vizitat 15.02.2016)
3. Maple 12, The Essential Tool for Mathematics and Modeling, User Manual, Maplesoft, a division of Waterloo Maple Inc. 2008.

BUCLE MOUFANG

ȚARĂLUNGĂ Boris, dr., conf. univ.

Summary

Is proved that: 1) if the IP loop $(Q,\cdot)$ isotope is the type WIP then, loop $(Q,\cdot)$ is a Moufang loop. 2) if the IP loop $(Q,\cdot)$ isotope is the type WIP_1, then loop $(Q,\cdot)$ is a Moufang loop. 3) if the CI

loop $(Q,\cdot)$ isotope is the type WIP, then loop $(Q,\cdot)$ is a Moufang comutative loop.

În teoria buclelor şi cuasigrupurilor, buclele Moufang reprezintă un clas de bucle cel mai intens studiat.

Bucla $(Q,\cdot)$ se numeşte buclă Moufang, dacă pentru orice x, y, z din Q se verifică condiția

$(xz \cdot y) \cdot z = x \cdot (z \cdot yz)$ [2,pag.420].

O problemă importantă în teoria buclelor este problema isotopiei. Se spune că bucla $(Q,\cdot)$ este isotopă buclei $(Q,*)$, dacă există substituțiile α, β, γ a mulțimii Q , încît $\gamma(x * y) = \alpha(x) \cdot \beta(y)$. Bucla $(Q,\cdot)$ se numeşte IP buclă, dacă pentru orice x,y din Q se verifică relațiile $xy \cdot Iy = x$ şi $I^{-1}y \cdot yx = x$, unde $Ix = x^{-1}$, iar $I^{-1}x = {}^{-1}x$ [3,pag.70]. Bucla $(Q,\cdot)$ se numeşte CI buclă, dacă pentru orice x,y din Q se verifică relația $yx \cdot Iy = x$ [1,pag.450]. Bucla $(Q,\cdot)$ se numeşte WIP buclă, dacă pentru orice x,y din Q se verifică relația $y \cdot I(xy) = Ix$ [3, pag.187] . Bucla $(Q,\cdot)$ se numeşte WIP_1 buclă, dacă pentru orice x,y din Q se verifică relația $I(xy) \cdot I^2x = Iy$.

În lucrarea dată se demonstrează: 1) dacă pentru bucla IP $(Q,\cdot)$ isotopul este o buclă de tipul WIP, atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang ; 2) dacă pentru bucla IP $(Q,\cdot)$ isotopul este o buclă de tipul WIP_1, atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang ; 3) dacă pentru bucla CI $(Q,\cdot)$ isotopul este o buclă WIP, atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang comutativă.

Teorema1. Dacă pentru IP bucla $(Q,\cdot)$ isotopul $(Q,*)$ este o buclă WIP , atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang.

Demonstrație. Considerăm isotopul $x * y = R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}y$. Din relația $x * \bar{I}x = ba$ obținem $R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}\bar{I}x = ba$. Cum $(Q,\cdot)$ este IP buclă , rezultă $\bar{I} = L_b\, R_{ba} I^{-1} R_a^{-1}$.

Fie $(Q,*)$ este o buclă WIP , deci se verifică relația $x * \bar{I}(y * x) = \bar{I}y$. Atunci $R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}\bar{I}\left(R_a^{-1}y \cdot L_b^{-1}x\right) = \bar{I}y$. Cum $(Q,\cdot)$

este IP buclă avem $L_b^{-1}\overline{I}\left(R_a^{-1}y \cdot L_b^{-1}x\right) = I^{-1}R_a^{-1}x \cdot \overline{I}y$. Înlocuim $\overline{I}$ şi obţinem $R_{ba}I^{-1}R_a^{-1}(y \cdot x) = I^{-1}R_a^{-1}L_b\, x \cdot L_b\, R_{ba}I^{-1}y$. Fie acum $a = 1$. Atunci $R_bI^{-1}(y \cdot x) = I^{-1}L_b\, x \cdot L_b\, R_bI^{-1}y$. Cum substituția I^{-1} posedă proprietatea $I^{-1}(x \cdot y) = I^{-1}(y) \cdot I^{-1}(x)$ în buclele IP, rezultă $R_b(I^{-1}x \cdot I^{-1}y) = R_b^{-1}\, I^{-1}x \cdot L_b\, R_bI^{-1}y$ sau $R_b(x \cdot y) = R_b^{-1}\, x \cdot L_b\, R_by$. Substituim x prin R_bx. Atunci $R_b(\, R_bx \cdot y)x \cdot L_b\, R_by$ sau $(xb \cdot y) \cdot b = x \cdot (b \cdot yb)$, deci $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang. Teorema este demonstrată.

Teorema 2. Dacă pentru IP bucla $(Q,\cdot)$ izotopul $(Q,*)$ este o buclă WIP$_1$, atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang.

Demonstrație. Consideram isotopul $x * y = R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}y$. Din relația $x * \overline{I}x = ba$ obținem $R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}\overline{I}x = ba$. Cum $(Q,\cdot)$ este IP buclă, rezultă $\overline{I} = L_b\, R_{ba}I^{-1}R_a^{-1}$

Fie $(Q,*)$ este o buclă WIP$_1$, deci se verifică relația $\overline{I}(y * x) * \overline{I}^2x = \overline{I}y$. Atunci $R_a^{-1}\overline{I}(R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}y) \cdot L_b^{-1}\overline{I}^2x = \overline{I}y$. Cum $(Q,\cdot)$ este IP buclă avem $R_a^{-1}\overline{I}\left(R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}y\right) = \overline{I}y \cdot IL_b^{-1}\overline{I}^2x$. Înlocuim x prin R_ax, y prin L_by cît şi $\overline{I}$ şi obținem

$$R_a^{-1}L_b\, R_{ba}I^{-1}R_a^{-1}(x \cdot y) =$$
$$R_{ba}I^{-1}R_a^{-1}L_by \cdot IL_b^{-1}L_b\, R_{ba}I^{-1}R_a^{-1}L_b\, R_{ba}I^{-1}x.$$

Punem $a = 1$. Atunci $L_b\, R_bI^{-1}(x \cdot y) = \; = L_b\, R_bI^{-1}\, L_by \cdot IR_{ba}I^{-1}\, L_b\, R_bI^{-1}x$. Cum substituția I^{-1} posedă proprietatea $I^{-1}(x \cdot y) = I^{-1}y \cdot I^{-1}x$ în bucla IP avem $L_b\, R_b(y \cdot x) = L_b\, R_b\, L_{I^{-1}b}y \cdot R_{Ib}L_b\, R_bx$. Dacă $y = 1$, atunci $L_b\, R_bx = L_bR_{Ib}L_b\, R_bx$, de unde rezultă $R_{Ib}L_b = 1$ şi $R_bL_{I^{-1}b} = 1$. Substituim şi obținem $L_b\, R_b(y \cdot x) = L_b\, y \cdot R_bx$ sau $b \cdot (yx \cdot b) = by \cdot xb$, deci $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang. Teorema este demonstrată.

Teorema 3. Dacă pentru CI bucla $(Q,\cdot)$ isotopul $(Q,*)$ este o buclă WIP, atunci bucla $(Q,\cdot)$ este o buclă Moufang comutativă.

Demonstrație. Consideram isotopul $x * y = R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}y$. Din relația $x{*}Ix{=}ba$ obținem $R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}\bar{I}x = ba$. Cum $(Q,\cdot)$ este CI buclă ,rezultă $\bar{I} = L_b\, L_{ba} I^{-1} R_a^{-1}$.

Fie $(Q,*)$ este o buclă WIP , deci se verifică relația $x * \bar{I}(y * x) = \bar{I}y$. Atunci $R_a^{-1}x \cdot L_b^{-1}\bar{I}\left(R_a^{-1}y \cdot L_b^{-1}x\right) = \bar{I}y$. Cum $(Q,\cdot)$ este CI buclă avem $L_b^{-1}\bar{I}\left(R_a^{-1}y \cdot L_b^{-1}x\right) = \bar{I}y \cdot IR_a^{-1}x$. Înlocuim $\bar{I}$ şi obținem $L_{ba}IR_a^{-1}\left(R_a^{-1}y \cdot L_b^{-1}x\right) == L_bL_{ba}I^{-1}R_a^{-1}\, y \cdot IR_a^{-1}x$. Substituim x prin L_bx, y prin R_ay şi obținem $L_{ba}IR_a^{-1}(y \cdot x) = L_bL_{ba}I\, y \cdot IR_a^{-1}L_bx$. Cum $(Q,\cdot)$ este CI buclă $L_{ba}IL_{I^{-1}a}(y \cdot x) = L_bL_{ba}I\, y \cdot IL_{I^{-1}a}\, L_bx$. În bucla CI substituția I posedă proprietatea $I(y \cdot x) = I(y \cdot x)$. Atunci $L_{ba}L_a(y \cdot x) = L_bL_{ba}\, y \cdot L_a\, L_{Ib}x$. Dacă $b = 1,$ obținem $(\cdot) = \cdot$. Punem $= 1$ .Atunci $\cdot = \cdot$. Înlocuim prin . Atunci $(\cdot) \cdot = \cdot$. Punem acum y= 1 şi obținem $(\cdot) \cdot = \cdot$. Substituim prin . Atunci $(\cdot) \cdot = \cdot (\cdot)$ sau $(\cdot) \cdot = \cdot$, deci $(,\cdot)$ este o buclă Moufang comutativă. Teorema este demonstrată.

Bibliografie

1. Artzy, R., On loops with special property, *Proc. Amer. Math. Soc.* 6(1955), pp. 448-453.
2. Mufang, R., Zur Struktur von Alternativ Korpern. *Math. Ann.*1935,110, pp. 416-430.
3. Белоусов, В., *Основы Теории Квазигрупп и Луп*, Издательство «Наука», Москва, 1967.

PROBLEME CU LIMITE DE FUNCȚII

GHILAN Zinaida, dr., conf. univ.,
COVALSCHI Anatolie, lector

Summary

In this paper we present some brief definitions, concepts and properties that can be used to solve the problems with limits of functions. The concept of the limit of a function at a point is rooted in