rezultă că

$$AC = 14\sqrt{2}$$

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{14\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2}.$$

R-s: $R = 7\sqrt{2}\ cm.$

Bibliografie

1. Iavorschi, V., Matematica, culegere de exerciții şi probleme, clasa X- XII, 2012
2. Păltineanu, G., Analiză matematică, AGIR, București, 2002.
3. Кудрявцев, Л.Д., Курс математического анализа, т. 1-2, Изд. Высшая Школа, Москва, 1981.

SECȚIUNEA DE AUR ÎN NATURĂ

Veronica TRIFAN, lector,

Sergiu PORT, dr., conf. univ.

Summary

This Article play the surprising properties of the golden section in nature.

Number PHI (1.618 ...) is called the number (area) of gold, because it defines the harmonic proportions of the human body and biological spiral of living organisms. The number of the gold is present in particular in nature: plant, animal, human body.

Numărul PHI (1,618…) este numit număr (secțiunea) de aur, pentru că defineşte proporțiile armonice ale corpului uman, dar şi altele, cum ar fi raportul dintre laturile şi diagonalele unui pentagon, până la spirala biologică a organismelor vii.

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89... Şirul lui Fibonacci – această celebră serie de numere a fost descoperita de Leonardo Fibonacci din Pisa, acum 800 de ani. Seria Fibonacci este strâns legată de numărul 1,618034…, cunoscut sub numele de phi.

Matematicienii cunosc, de mii de ani, existența acestui foarte ciudat număr şi multă vreme, lumea a crezut că el are proprietăți magice. Şirul Fibonacci, în matematică, se referă la explicațiile metafizice ale codurilor din universul nostru. Numerele lui Fibonacci sunt considerate a fi, de fapt, sistemul de numărare al naturii, un mod de măsurare al Divinității (1170-1240).

Aceste numere apar peste tot în natură, pornind de la aranjamentul frunzelor, de la şabloanele petalelor unei flori şi ajungând la falangele mâinii umane. Nu doar florile conțin spirale Fibonacci. Aceleaşi forme se întâlnesc şi la conurile de brad, la coaja ananasului, la inflorescența de la broccoli sau la conopida. Numerele Fibonacci apar şi la frunze, la ramuri şi la tulpini. Plantele în creştere produc adesea ramuri dispuse în spirală de numere Fibonacci.

Construim un segment de 10 cm şi împărțim segmentul în 2 segmente, încât raportul lungimilor segmentelor este 1,618. Dacă se împarte din nou lungimea segmentului la lungimea segmentului mai mare, se va obține acelaşi număr. Acesta este numărul de aur sau phi. Numărul phi este ciudat. Dacă se înmulțeşte cu el însuşi, se obține acelaşi rezultat ca atunci când i se adună 1. Dacă se împarte orice număr din seria lui Fibonacci la cel anterior lui, se obține o valoare apropiată de phi. Pe măsură ce se înaintează în serie, valoarea se apropie tot mai mult de phi. Este irațional, deoarece nu se poate scrie sub forma unui raport.

Dacă se desenează un dreptunghi cu laturile 1 şi phi, acesta va fi un „dreptunghi de aur”, considerat de unii drept cel mai frumos dreptunghi posibil. Dacă îl împărțim într-un pătrat şi dreptunghi, dreptunghiul nou obținut va fi tot unul de aur. Continuând astfel, se va obține un model în spirală. Această „spirală de aur” este asemănătoare cochiliei unui mic animal marin, numit nautilus, dar, în realitate, cele două forme nu sunt chiar identice. Cochilia de nautilus devine de phi ori mai mare la fiecare jumătate de rotație, în timp ce spirala de aur devine de phi ori mai mare la fiecare sfert de rotație.

Leonardo da Vinci credea că numărul phi este proporţia dintre înălțimea şi lungimea unei fețe perfecte.

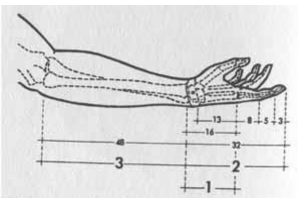
Numărul phi, cunoscut şi sub numele de „**secțiunea de aur**”, a fost definit de Euclid cu mai bine de două mii de ani în urmă, phi (1,618...) pare implicat peste tot în natură:

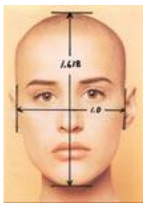
1. raportul dintre numărul albinelor şi al bondarilor din orice colonie este phi! De exemplu, la 1000 de albine găsiți întotdeauna 618 bondari (618 / 1000 = 0.618, deci phi!)

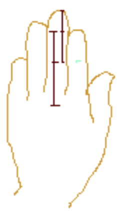
2. carcasa unui melc, colții unui elefant sau conurile de pin au formă de spirală. La orice melc de mare („nautilus”) spirala conține întotdeauna magicul număr phi, în sensul că raportul oricăror două distanțe de la un arc de spirală la altul adiacent are aceeaşi valoare.

3. raportul dintre distanța de la o spirală la următoarea din inflorescența semințelor florii soarelui este phi! Acelaşi raport poate fi găsit şi la alte plante ce prezintă forme în spirală, precum conurile de brad sau ananasul. Multe alte plante (precum trandafirii) au ca număr de petale un număr din seria lui Fibonacci (sau foarte apropiat de acesta).

4. Nici corpul uman nu este ferit de acest număr de aur: raportul dintre distanța de la pământ la şold şi cea până la umeri este phi! Raportul dintre distanța de la cot la încheietura palmei şi cea până la vârful degetului mijlociu este phi! Raportul dintre distanța de la vârful degetului mijlociu la umărul unui corp uman şi cea până la cot este tot phi! Distanța dintre vârful capului şi podea împărțită la distanța dintre ombilic şi podea este egală cu numărul „phi”.







Raportul de aur este un număr irațional, 1,618033…, ce poate fi definit în diferite moduri, cel mai important concept matematic asociat cu regula de aur fiind şirul lui Fibonacci, un şir de numere în care fiecare se obține din suma celor două dinaintea sa: 0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55 etc. Împărțind orice număr la predecesorul său, se obține aproximativ numărul de aur.

Numărul de aur este prezent, în special, în natură. Aproape peste tot în jurul nostru îl găsim: flori (dispunerea petalelor), insecte (de pildă, furnica are corpul împărțit în trei segmente, după diviziunea de aur), cochilia melcului (spirala de aur). Chipul omului are la bază acest principiu. De exemplu, raportul dintre distanța de la linia surâsului (unde se unesc buzele) până la vârful nasului şi de la vârful nasului până la baza sa este aproximativ raportul de aur.

Chiar şi dinții sunt dispuşi tot conform aceluiaşi principiu şi că, deşi fără să-l cunoască, medicii stomatologi îl folosesc în anumite cazuri… Sau că, atunci când scriem, ducem instinctiv linia din mijloc a literei E aproximativ la 2/3 de bază=raportul de aur. La fel şi cu A,F,B,R…

Şirul Fibonacci are proprietăți surprinzătoare:

- fie oricare 3 numere adiacente din şir: diferența dintre produsul primului şi ultimului număr şi pătratul numărului din mijloc este întotdeauna 1 (ex.5, 8, 13: 8^2=64; 5*13=65; 65-64=1);
- oricare 4 numere adiacente din şir se comportă conform exemplului: 8, 13, 21, 34: 8*34=272; 13*21=273; 273-272=1;
- suma oricăror 10 numere adiacente este egală cu al 7-lea număr din respectivul şir înmulțit de 11 ori (ex.13+21+34+55+89+144+233+377+610+987=2563; al 7lea nr:233*11=2563);
- proporția a două numere adiacente tinde spre valoarea constantă 1.6180339887…., numită „phi" (ex: 21/13=1,61……);

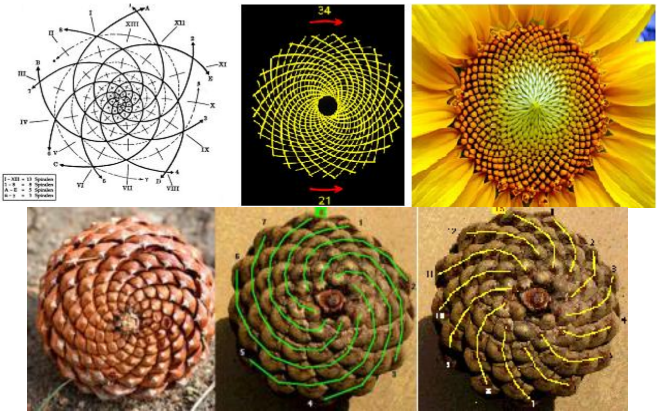
• dacă notăm prin t secțiunea de aur, atunci inversul lui este 0.6180339887…, adică t-1. => t= 1/t+1;

• proporția t = 1.6180339887… poate fi aflată ca rădăcina pozitivă a ecuației pătratice: $x^2 - x - 1=0$;

• ecuația dată determină felul în care trebuie să împărțim segmentul. Această proporție este exprimată prin „numărul de aur” (t) = 1,61803398874…, cu un număr infinit după virgulă.

Proporția de aur este esențială pentru a înțelege de ce numerele Fibonacci se regăsesc în natură (flori, plante, cochilia melcului, etc.). De menționat este faptul că numărul petalelor oricărei flori este un număr Fibonacci. În continuare vom analiza repartizarea petalelor şi semințelor de floarea soarelui şi repartizarea spiralelor conurilor de pin.

Floarea soarelui are un tipar compus din 2 tipuri de spirale, una în sensul acelor de ceas, cealaltă în sens invers. Dacă numărăm acele spirale, vom constata, că pentru majoritatea plantelor, media este de 21 sau 34 de spirale în sensul acelor de ceas şi 34 sau 55 de spirale în sens invers (toate fiind numere Fibonacci). Mai puțin întâlnite sunt florile cu 55 şi 89, cu 89 şi 144 şi chiar şi cu 144 şi 233 de spirale. *Conurile de pin* au 5 spirale în sensul acelor de ceas şi 8 în sens invers, ananasul are 8 spirale în sensul acelor de ceas şi 13 în sens invers.



Divergența plantei

• Frunzele se desfăşoară în jurul tulpinii sub forma unei spirale, astfel încât oricum ar fi dispuse să nu se suprapună, fiecare frunză captând razele soarelui, astfel numărul de spire dintr-o direcție diferă de numărul spirelor din cealaltă direcție, ambele fiind numere Fibonacci.

• Numărul de spire dinspre dreapta, cu numărul de spire din stânga şi cu numărul frunzelor sunt 3 numere Fibonacci adiacente (fig. următoare).

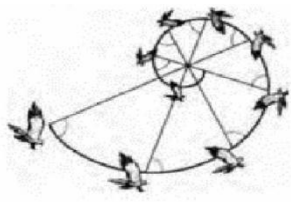
• Astfel, divergența plantei (a speciei) reprezintă proporția dintre numărul de spire dintr-o parte şi din cealaltă.

Degetele Fibonacci. D**acă privim mâinile proprii:** 2 mâini ce au…5 degete fiecare… 3 degete separate prin câte 2 părți, 3 părți de separare consecutive au la capete 2 degete. O coincidență: dacă măsurăm lungimile oaselor degetelor, constatăm că proporția dintre cel mai lung os al degetului şi cel mai mic este „phi” – numărul de aur.

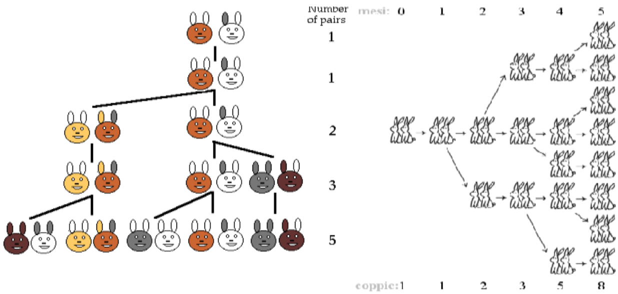
Spirala logaritmică. Dezvoltarea cochiliei Nautilus şi traseul urmat de şoim atunci când coboară asupra prăzii: în aceste cazuri, explicația e că traiectoria e apropiată de spirala logaritmică, spirală ce se răsuceşte la un unghi constant pe întreaga sa lungime, ceea ce o face identică în orice parte a sa.

La melc. Pe măsură ce melcul se dezvoltă, are nevoie de un spațiu mai mare. Din moment ce melcul nu îşi schimbă forma, ci doar mărimea, cea mai eficientă cale de acomodare este dezvoltarea cochiliei în forma unei spirale logaritmice.

La şoim. Şoimul trebuie să aibă tot timpul prada în câmpul său vizual. Deşi are o vedere excelentă, poziția ochilor e fixă şi laterală. Ceea ce face şoimul e să îşi încline capul la un unghi de 40 de grade şi să îşi privească prada cu un singur ochi. Ținând capul înclinat la 40 de grade, şoimul îşi atacă prada fără să o scape din ochi. Unghiul fix al capului său e rezultatul spiralei cu unghiuri egale ce tinde spre pradă.



Iepurii şi Fibonacci. Fibonacci a studiat prima dată problematica înmulțirii iepurilor chiar în cartea sa, publicată în 1202 (Liber Abaci), ajungând la următoarea concluzie: prin reproducerea iepurilor rezultă perechi de numere Fibonacci. Presupunere: iepurii nu mor, iar femela produce mereu o pereche (mascul+femelă) în fiecare lună => 1. la sfârşitul primei luni avem o pereche (1 1); 2. la sfârşitul celei de-a 2-a luni o nouă pereche (1 1 2); 3. la sfârşitul celei de-a 3-a luni, prima pereche cu ce-a de-a 2-a pereche reproduc, rezultând 3 perechi (1 1 2 3); 4. în a 4-a lună fiecare femelă produce o nouă pereche => 5 perechi (1 1 2 3 5)

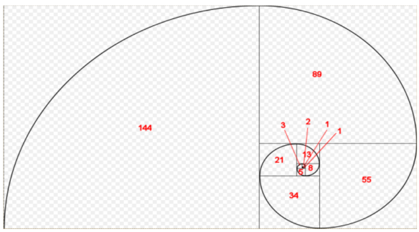


Şirul Fibonacci este acea succesiune care conține numai numere naturale, conform formulei de mai jos.

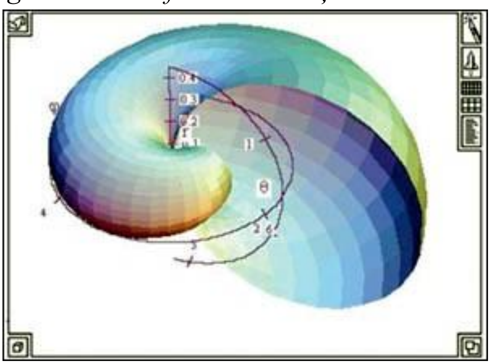
$F_n := F_{n-1} + F_{n-2}$ numai cu $n>1$
[0],1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,87,141,228….+infinit.

2 = 1 + 1 3 = 1 + 2 5 = 2 + 3   8 = 3 + 5 etc.

Spirala determinată de dreptunghiurile cu mărimile din şirul Fibonacci poate fi ilustrată astfel:



Dreptunghiurile care formează secțiunea de aur.



Secțiunea de aur

Secțiunea de aur (spirala logaritmică) este foarte vizibilă în amprente sau la plante cum se poate vedea mai jos:

Toate creațiile uluitor de frumoase ale naturii sunt, în realitate, manifestări ale unei armonii divine, care ne face să intuim că există în permanență o anumită necesitate ascunsă în spatele oricăror forme.

Mulți savanți şi genii au urmărit să decripteze secretul frumuseții şi al armoniei formelor lumii naturale. Ei au fost şi sunt convinşi că vor descoperi, în cele din urmă, dincolo de orice manifestare, un principiu tainic, general şi generator, legea universală a morfologiei naturale, „formula” esențială care dă naştere formei frumoase: Numărul de Aur.

Bibliografie

1. MIHĂILESCU, C., *Geometria elementelor remarcabile* [monografie], Ed. Tehnică, Bucureşti, 1957.
2. PĂUN, G., *Matematica? Un spectacol!*, Ed. Ştiințifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1988.
3. ROMAN, T., *Simetria: prezentare matematică a unor fenomene din natură şi artă* [monografie] / Roman Tiberiu; Biblioteca Societății de Ştiințe matematice şi fizice, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1963.
4. VODĂ, Gh.V., *Miraculoasele ecuații*, Ed. Albatros, Bucureşti, 1987.